



Московский Государственный Университет
им. М.В. Ломоносова
Физический Факультет
Кафедра Физики Элементарных Частиц



Включение в систему SANC процесса рассеяния света на свете в квантовой электродинамике

Углов Евгений

Научные руководители:

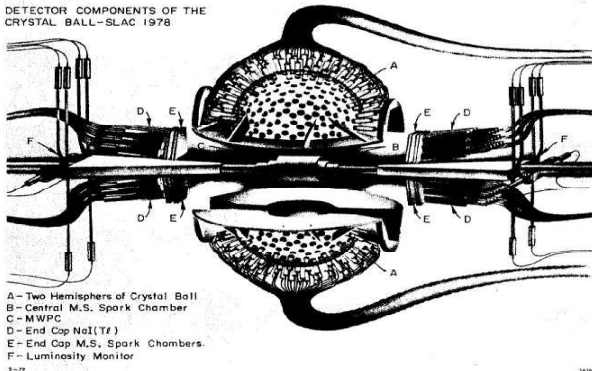
д.ф.-м.н., в.н.с., профессор Бардин Д.Ю.

к.ф.-м.н., с.н.с. Калиновская Л.В.

22 декабря 2006

Детектор двухфотонной физики "Кристалльный Шар"

DETECTOR COMPONENTS OF THE
CRYSTAL BALL-SLAC 1978



источник: [slac-pub-2425](#)

SLAC: SPEAR (Stanford Positron Electron Accelerating Ring) 1978-1981
DESY: DORIS (Deutsches Elektronen-Synchrotron) 1982-1986
SLAC: storage 1987-1995
BNL: AGS (Alternating Gradient Synchrotron) 1996-1997
University of Mainz: Microtron 1997

Фотонный Линейный Ускоритель (PLC):

- годовая интегральная светимость - до 100 fb^{-1} (около 20% от светимости базового e^+e^- коллайдера)
- энергия пучка - 0.4 ТэВ (около 80% энергии базового электронного пучка)
- разброс фотонного пучка по энергии - около 7%
- степень поляризации фотонов - 0.95

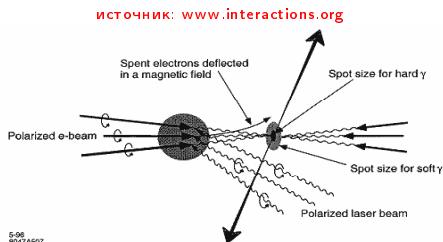


схема получения фотонного пучка

Двухфотонная физика и приложения:

- электрослабая теория:
аномальный магнитный момент электрона, мюона и тау-лептона
поляризационная физика, CP–нарушения
физика бозона Хиггса
рождение нейтральных и заряженных калибровочных бозонов
- адронная физика и квантовая хромодинамика:
полное сечение рассеяния $\gamma\gamma$ в адроны
рождение померонов и оддеронов, мезонная физика
структурная функция фотона
малоштурные события
физика у порога t–кварка, хиггсовское взаимодействие
- новая физика:
физика дополнительных измерений
суперсимметрия, лептокварки
физика малых расстояний, точечных структур

основной источник: И.Ф. Гинзбург hep-ph/9507233

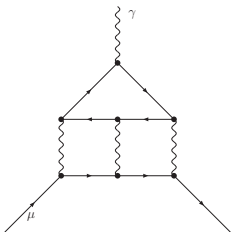
Аномальный магнитный момент мюона:

Трёх-петлевая диаграмма, содержащая $\gamma\gamma \rightarrow \gamma\gamma$ строительный блок, даёт вклад в расчёт аномального магнитного момента мюона порядка:

$$a_{\mu}^{(3)} = \left[\frac{2}{3} \pi^2 \ln \frac{m_{\mu}}{m_e} + \dots \right] \left(\frac{\alpha}{\pi} \right)^3 = 20.947 \dots \left(\frac{\alpha}{\pi} \right)^3$$

Суммарно КЭД даёт поправку к магнитному моменту мюона с точностью до трёх петель вида:

$$a_{\mu}^{QED} = (11\,658\,470.57 \pm 0.29) \cdot 10^{-10}$$



Современные экспериментальные и теоретические значения (учёт EW и QCD):

$$a_{\mu}^{SM} = (11\,659\,168.5 \pm 8.1) \cdot 10^{-10}$$

$$a_{\mu}^{exp} = (11\,659\,203 \pm 8) \cdot 10^{-10}$$

источник данных: [Eduardo de Rafael hep-ph/0208251](https://arxiv.org/abs/hep-ph/0208251)

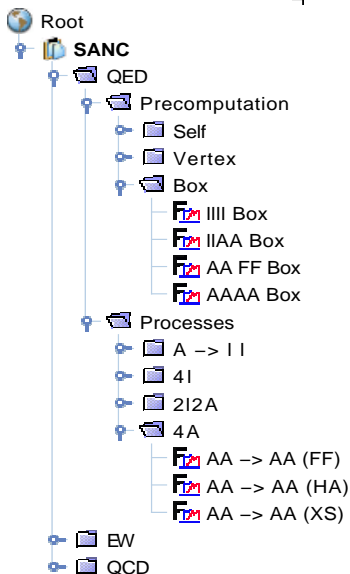
Система SANC:

Компьютерная система полуавтоматических вычислений реальных и псевдонаблюдаемых величин различных процессов взаимодействий элементарных частиц на однопетлевом уровне, созданная для теоретической поддержки существующих и будущих экспериментов на ускорителях и фабриках.

Более подробная информация о доступных процессах и системе находится на серверах:
<http://sanc.jinr.ru>, <http://pcphsanc.cern.ch>



Реализация процесса КЭД в SANC:



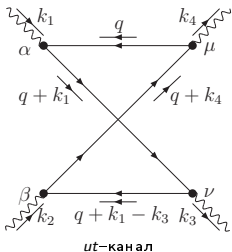
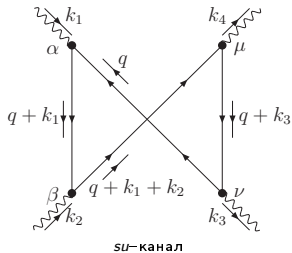
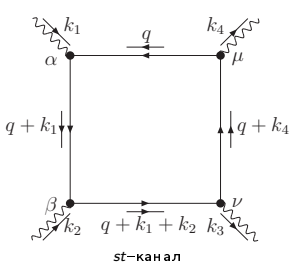
дерево доступных процессов в системе SANC

Файлы процесса $\gamma\gamma \rightarrow \gamma\gamma$:

- AAAA Box.frm
- AA -> AA (FF).frm
- AA -> AA (HA).frm
- AA -> AA (XS).frm

Диаграммы процесса:

24 всевозможных комбинаций, 6 топологий, 3 различных



Переменные Манделштама:

$$s = -(k_1 + k_2)^2 = -2k_1 \cdot k_2$$

$$t = -(k_1 - k_3)^2 = 2k_1 \cdot k_3$$

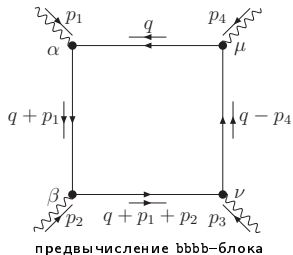
$$u = -(k_1 - k_4)^2 = 2k_1 \cdot k_4$$

$$s + t + u = 0$$

$$k_1 + k_2 - k_3 - k_4 = 0$$

в системе SANC используется метрика Паули

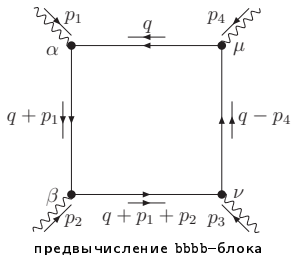
Строительный блок, предвычисления: AAAA Vox.frm



Концепция предвычислений:

- строительный блок – кластер
- все импульсы – входящие (p_i)
- считаем один раз! пользуемся готовым блоком в вычислениях многих процессов!

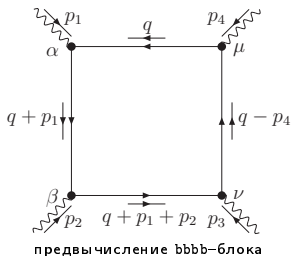
Строительный блок, предвычисления: AAAA Vox.frm



Строительный блок амплитуды:

$$\begin{aligned}
 [T1a'vui'vdi'vdo'vuo'fn'fo'fs'fe'] = & \\
 -vert('vui', 'fo', -'fn', 'al', ii) * pr('fo', -q-p1, ii) & \\
 * delta_ (cd('vui') + cd('fo') - cd('fn')) & \\
 * vert('vdi', 'fs', -'fo', 'be', ii) * pr('fs', -q-p1-p2, ii) & \\
 * delta_ (cd('vdi') + cd('fs') - cd('fo')) & \\
 * vert('vdo', 'fe', -'fs', 'nu', ii) * pr('fe', -q+p4, ii) & \\
 * delta_ (cd('vdo') + cd('fe') - cd('fs')) & \\
 * vert('vuo', 'fn', -'fe', 'mu', ii) * pr('fn', -q, ii) & \\
 * delta_ (cd('vuo') + cd('fn') - cd('fe')) * int; &
 \end{aligned}$$

Строительный блок, предвычисления: AAAA Vox.frm



Кластер амплитуды:

```
[CIT1afer'vui''vdi''vdo''vuo']=
```

```
#do fn=12,12
```

```
#do fo=12,12
```

```
#do fs=12,12
```

```
#do fe=12,12
```

```
+ [T1a'vui''vdi''vdo''vuo''fn''fo''fs''fe']
```

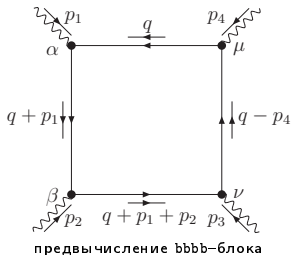
```
#enddo
```

```
#enddo
```

```
#enddo
```

```
#enddo;
```

Строительный блок, предвычисления: AAAA Vox.frm



Правила Фейнмана:

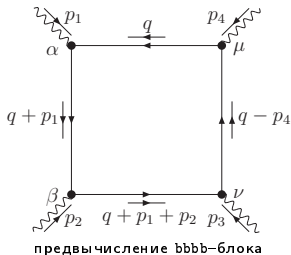
$pr('fe', -q + p_4, ii):$

$$\overrightarrow{p} \longrightarrow \frac{1}{(2\pi)^4 \cdot i} \cdot \frac{-i\gamma_\mu \cdot p_\mu + m_f}{p^2 + m_f^2 - i\epsilon}$$

$vert('vui', 'fe', -'fe', 'al', ii):$

Diagram illustrating a vertex structure with two incoming fermion lines and one outgoing wavy line. The vertex is labeled μ . The associated mathematical expression is $(2\pi)^4 i \cdot i\epsilon Q_f \gamma_\mu$.

Строительный блок, предвычисления: AAAA Box.frm



Последовательность вычислений:

- подстановка правил Фейнмана
- алгебра матриц Дирака
- вычисление следов матриц
- редукция к мастер-интегралам: функции Пассарино-Вельтмана
- подстановка скалярных произведений импульсов
- скаляризация – A_0 , B_0 , C_0 и D_0
- обработка полюсов

Амплитуда кластера (диаграмма st -канала):

[CL1iafer_1234] =

[Time = 206.97 sec Generated terms = 5767]

```
....
+ K1(al)*K1(be)*K2(mu)*K2(nu) * (
- 32*e^4*qel^4*Qs^-2*Ts^-1*mel^2 + 64/3*e^4*qel^4*Qs^-1*Ts^-2*mel^2
+ 8/9*e^4*qel^4*Qs^-1*Ts^-1 - 32*d0(0,0,0,Qs,Ts,1,1,1,1,1,1,1,1)*e^4*qel^4*Qs^-2*mel^4
- 8*d0(0,0,0,Qs,Ts,1,1,1,1,1,1,1,1)*e^4*qel^4*Us^-1*mel^2 + 16/3*a0f(1,1,1)*e^4*qel^4*Qs^-1*Ts^-1
- 16*c0(0,0,Qs,1,1,1,1,1,1,1,1,1)*e^4*qel^4*Qs^-1*Us^-1*mel^2 - 32*a0f(1,1,1)*e^4*qel^4*Qs^-2*Ts^-1*mel^2
+ 16*c0(0,0,Ts,1,1,1,1,1,1,1,1,1)*e^4*qel^4*Qs^-1*Ts^-1*mel^2 + 64/3*a0f(1,1,1)*e^4*qel^4*Qs^-1*Ts^-2*mel^2
+ 16*c0(0,0,Ts,1,1,1,1,1,1,1,1,1)*e^4*qel^4*Qs^-1*Us^-1*mel^2 + 16/3*b0f(Ts,1,1,1,1,1,1,1)*e^4*qel^4*Qs^-1*Ts^-1
- 32*b0f(Ts,1,1,1,1,1,1,1)*e^4*qel^4*Qs^-2*Ts^-1*mel^2 + 64/3*b0f(Ts,1,1,1,1,1,1,1)*e^4*qel^4*Qs^-1*Ts^-2*mel^2 )
....
+ d_(al,be)*d_(mu,nu) * (
- 4/3*e^4*qel^4*[1/eps] - 4/3*c0(0,0,Ts,1,1,1,1,1,1,1,1,1)*e^4*qel^4*Ts^3*Us^-2
+ d0(0,0,0,0,Qs,Ts,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1)*e^4*qel^4*Ts*Us + 2/3*b0f(Qs,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1)*e^4*qel^4
+ 8/3*d0(0,0,0,0,Qs,Ts,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1)*e^4*qel^4*Ts*mel^2 +4/3*b0f(Ts,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1)*e^4*qel^4*Ts*Us^-1
- 16/3*d0(0,0,0,0,Qs,Ts,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1)*e^4*qel^4*Ts^2*Us^-1*mel^2 - 2*b0f(Ts,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1)*e^4*qel^4
+ 7/3*d0(0,0,0,0,Qs,Ts,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1)*e^4*qel^4*Ts^2 - 4/3*b0f(Qs,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1)*e^4*qel^4*Ts*Us^-1
+ 2/3*d0(0,0,0,0,Qs,Ts,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1)*e^4*qel^4*Ts^3*Us^-1
- 2/3*d0(0,0,0,0,Qs,Ts,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1)*e^4*qel^4*Ts^4*Us^-2
+ 8*d0(0,0,0,0,Qs,Ts,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1)*e^4*qel^4*Us*mel^2
- 32/3*d0(0,0,0,0,Qs,Ts,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1)*e^4*qel^4*mel^4 + 16/9*e^4*qel^4
+ 8*c0(0,0,Qs,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1)*e^4*qel^4*Ts*Us^-1*mel^2 - 14/3*c0(0,0,Qs,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1)*e^4*qel^4*Ts
- 4/3*c0(0,0,Qs,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1)*e^4*qel^4*Ts^2*Us^-1 +4/3*c0(0,0,Qs,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1)*e^4*qel^4*Ts^3*Us^-2
- 2*c0(0,0,Qs,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1)*e^4*qel^4*Us - 8*c0(0,0,Ts,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1)*e^4*qel^4*Ts*Us^-1*mel^2
+ 2*c0(0,0,Ts,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1)*e^4*qel^4*Ts + 8/3*c0(0,0,Ts,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1)*e^4*qel^4*Ts^2*Us^-1 )
....
+ d_(al,be)*K4(mu)*K4(nu)*(
- 4*e^4*qel^4*Ts^-1 - 4*a0f(1,1,1,1)*e^4*qel^4*Ts^-1
- 4*b0f(Ts,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1)*e^4*qel^4*Ts^-1 )
....
```

Суммарная ковариантная амплитуда процесса:

$$\mathcal{A}_{\gamma\gamma\rightarrow\gamma\gamma} = 4e^4 Q_f^4 \sum_{i=1}^{43} \mathcal{F}_i(s, t, u) T_i^{\alpha\beta\mu\nu}$$

где e - заряд электрона

Q_f - доля заряда петлевого фермиона

$T_i^{\alpha\beta\mu\nu}$ - тензорная структура

\mathcal{F}_i - скалярные форм-факторы

(фотоны не лежат на массовой поверхности: $k_i \epsilon_i \neq 0$)

Тензорная структура ковариантной амплитуды:

Вспомогательные выражения – 14 структур:

$$\begin{aligned}\tau_1^{\alpha\beta} &= k_{1\beta} k_{2\alpha} + \frac{1}{2} s \delta_{\alpha\beta}, & \tau_2^{\mu\nu} &= k_{3\mu} k_{4\nu} + \frac{1}{2} s \delta_{\mu\nu}, & \tau_3^{\beta\nu} &= k_{2\nu} k_{3\beta} + \frac{1}{2} t \delta_{\beta\nu}, \\ \tau_4^{\alpha\mu} &= k_{1\mu} k_{4\alpha} + \frac{1}{2} t \delta_{\alpha\mu}, & \tau_5^{\alpha\nu} &= k_{1\nu} k_{3\alpha} + \frac{1}{2} u \delta_{\alpha\nu}, & \tau_6^{\beta\mu} &= k_{4\beta} k_{2\mu} + \frac{1}{2} u \delta_{\beta\mu}, \\ \tau_7^\mu &= k_{1\mu} - t u^{-1} k_{2\mu}, & \tau_8^\nu &= k_{1\nu} - u t^{-1} k_{2\nu}, & \tau_9^\beta &= k_{1\beta} - s t^{-1} k_{3\beta}, \\ \tau_{10}^\alpha &= k_{2\alpha} - s u^{-1} k_{3\alpha}, & \tau_{11}^\mu &= k_{4\mu}, & \tau_{12}^\nu &= k_{3\nu}, & \tau_{13}^\beta &= k_{2\beta}, & \tau_{14}^\alpha &= k_{1\alpha}.\end{aligned}$$

Тензорная структура ковариантной амплитуды:

Вспомогательные выражения – 14 структур:

$$\begin{aligned}
 \tau_1^{\alpha\beta} &= k_{1\beta} k_{2\alpha} + \frac{1}{2} s \delta_{\alpha\beta}, & \tau_2^{\mu\nu} &= k_{3\mu} k_{4\nu} + \frac{1}{2} s \delta_{\mu\nu}, & \tau_3^{\beta\nu} &= k_{2\nu} k_{3\beta} + \frac{1}{2} t \delta_{\beta\nu}, \\
 \tau_4^{\alpha\mu} &= k_{1\mu} k_{4\alpha} + \frac{1}{2} t \delta_{\alpha\mu}, & \tau_5^{\alpha\nu} &= k_{1\nu} k_{3\alpha} + \frac{1}{2} u \delta_{\alpha\nu}, & \tau_6^{\beta\mu} &= k_{4\beta} k_{2\mu} + \frac{1}{2} u \delta_{\beta\mu}, \\
 \tau_7^\mu &= k_{1\mu} - t u^{-1} k_{2\mu}, & \tau_8^\nu &= k_{1\nu} - u t^{-1} k_{2\nu}, & \tau_9^\beta &= k_{1\beta} - s t^{-1} k_{3\beta}, \\
 \tau_{10}^\alpha &= k_{2\alpha} - s u^{-1} k_{3\alpha}, & \tau_{11}^\mu &= k_{4\mu}, & \tau_{12}^\nu &= k_{3\nu}, & \tau_{13}^\beta &= k_{2\beta}, & \tau_{14}^\alpha &= k_{1\alpha}.
 \end{aligned}$$

Тензорный базис – 43 структуры:

$$\begin{aligned}
 T_1^{\alpha\beta\mu\nu} &= \tau_1^{\alpha\beta} \tau_2^{\mu\nu}, & T_2^{\alpha\beta\mu\nu} &= \tau_3^{\beta\nu} \tau_4^{\alpha\mu}, & T_3^{\alpha\beta\mu\nu} &= \tau_5^{\alpha\nu} \tau_6^{\beta\mu}, & T_4^{\alpha\beta\mu\nu} &= \tau_1^{\alpha\beta} \tau_7^\mu \tau_8^\nu, \\
 T_5^{\alpha\beta\mu\nu} &= \tau_2^{\mu\nu} \tau_9^\beta \tau_{10}^\alpha, & T_6^{\alpha\beta\mu\nu} &= \tau_3^{\beta\nu} \tau_7^\mu \tau_{10}^\alpha, & T_7^{\alpha\beta\mu\nu} &= \tau_4^{\alpha\mu} \tau_8^\nu \tau_9^\beta, & T_8^{\alpha\beta\mu\nu} &= \tau_5^{\alpha\nu} \tau_7^\mu \tau_9^\beta, \\
 T_9^{\alpha\beta\mu\nu} &= \tau_6^{\beta\mu} \tau_8^\nu \tau_{10}^\alpha, & T_{10}^{\alpha\beta\mu\nu} &= \tau_6^{\beta\mu} \tau_{12}^\nu \tau_{14}^\alpha, & T_{11}^{\alpha\beta\mu\nu} &= \tau_1^{\alpha\beta} \tau_7^\mu \tau_{12}^\nu, & T_{12}^{\alpha\beta\mu\nu} &= \tau_2^{\mu\nu} \tau_9^\beta \tau_{14}^\alpha, \\
 T_{13}^{\alpha\beta\mu\nu} &= \tau_3^{\beta\nu} \tau_7^\mu \tau_{14}^\alpha, & T_{14}^{\alpha\beta\mu\nu} &= \tau_4^{\alpha\mu} \tau_8^\nu \tau_{13}^\beta, & T_{15}^{\alpha\beta\mu\nu} &= \tau_5^{\alpha\nu} \tau_7^\mu \tau_{13}^\beta, & T_{16}^{\alpha\beta\mu\nu} &= \tau_6^{\beta\mu} \tau_8^\nu \tau_{14}^\alpha, \\
 T_{17}^{\alpha\beta\mu\nu} &= \tau_1^{\alpha\beta} \tau_7^\mu \tau_{18}^\nu, & T_{18}^{\alpha\beta\mu\nu} &= \tau_2^{\mu\nu} \tau_{13}^\beta \tau_{10}^\alpha, & T_{19}^{\alpha\beta\mu\nu} &= \tau_3^{\beta\nu} \tau_{11}^\mu \tau_{10}^\alpha, & T_{20}^{\alpha\beta\mu\nu} &= \tau_4^{\alpha\mu} \tau_{12}^\nu \tau_9^\beta, \\
 T_{21}^{\alpha\beta\mu\nu} &= \tau_5^{\alpha\nu} \tau_{11}^\mu \tau_9^\beta, & T_{22}^{\alpha\beta\mu\nu} &= \tau_6^{\beta\mu} \tau_{12}^\nu \tau_{10}^\alpha, & T_{23}^{\alpha\beta\mu\nu} &= \tau_1^{\alpha\beta} \tau_{11}^\mu \tau_{12}^\nu, & T_{24}^{\alpha\beta\mu\nu} &= \tau_2^{\mu\nu} \tau_{13}^\beta \tau_{14}^\alpha, \\
 T_{25}^{\alpha\beta\mu\nu} &= \tau_3^{\beta\nu} \tau_{11}^\mu \tau_{14}^\alpha, & T_{26}^{\alpha\beta\mu\nu} &= \tau_4^{\alpha\mu} \tau_{12}^\nu \tau_{13}^\beta, & T_{27}^{\alpha\beta\mu\nu} &= \tau_5^{\alpha\nu} \tau_{11}^\mu \tau_{13}^\beta, & T_{10}^{\alpha\beta\mu\nu} &= \tau_7^\mu \tau_8^\nu \tau_9^\beta \tau_{10}^\alpha, \\
 T_{29}^{\alpha\beta\mu\nu} &= \tau_7^\mu \tau_8^\nu \tau_{13}^\beta \tau_{14}^\alpha, & T_{30}^{\alpha\beta\mu\nu} &= \tau_7^\mu \tau_9^\beta \tau_{12}^\nu \tau_{14}^\alpha, & T_{31}^{\alpha\beta\mu\nu} &= \tau_7^\mu \tau_{10}^\nu \tau_{12}^\nu \tau_{13}^\beta, & T_{32}^{\alpha\beta\mu\nu} &= \tau_8^\nu \tau_9^\beta \tau_{11}^\mu \tau_{14}^\alpha, \\
 T_{33}^{\alpha\beta\mu\nu} &= \tau_8^\nu \tau_{10}^\alpha \tau_{13}^\beta \tau_{11}^\mu, & T_{34}^{\alpha\beta\mu\nu} &= \tau_9^\beta \tau_{10}^\alpha \tau_{11}^\mu \tau_{12}^\nu, & T_{35}^{\alpha\beta\mu\nu} &= \tau_7^\mu \tau_8^\nu \tau_9^\beta \tau_{14}^\alpha, & T_{36}^{\alpha\beta\mu\nu} &= \tau_7^\mu \tau_8^\nu \tau_{10}^\alpha \tau_{13}^\beta, \\
 T_{37}^{\alpha\beta\mu\nu} &= \tau_7^\mu \tau_9^\beta \tau_{10}^\alpha \tau_{12}^\nu, & T_{38}^{\alpha\beta\mu\nu} &= \tau_8^\nu \tau_9^\beta \tau_{10}^\alpha \tau_{11}^\mu, & T_{39}^{\alpha\beta\mu\nu} &= \tau_{11}^\mu \tau_{12}^\nu \tau_{13}^\beta \tau_{10}^\alpha, & T_{40}^{\alpha\beta\mu\nu} &= \tau_{11}^\mu \tau_{12}^\nu \tau_{14}^\alpha \tau_9^\beta, \\
 T_{41}^{\alpha\beta\mu\nu} &= \tau_{11}^\mu \tau_{13}^\beta \tau_{14}^\alpha \tau_8^\nu, & T_{42}^{\alpha\beta\mu\nu} &= \tau_{12}^\nu \tau_{13}^\beta \tau_{14}^\alpha \tau_7^\mu, & T_{43}^{\alpha\beta\mu\nu} &= \tau_{11}^\mu \tau_{12}^\nu \tau_{13}^\beta \tau_{14}^\alpha
 \end{aligned}$$

Все тензорные структуры поперечны по каждому внешнему фотону:

$$T_i^{\alpha\beta\mu\nu} k_{1\alpha} = T_i^{\alpha\beta\mu\nu} k_{2\beta} = T_i^{\alpha\beta\mu\nu} k_{3\mu} = T_i^{\alpha\beta\mu\nu} k_{4\nu} = 0.$$

Скалярные форм-факторы (предельный безмассовый случай):

$$\begin{aligned}
 \mathcal{F}_1 &= \frac{4}{3} \left(\frac{3i\pi}{s^2} + \frac{i\pi}{st} + \frac{i\pi}{su} + \frac{\pi^2 ut}{2s^4} - \frac{3\pi^2}{4s^2} + \frac{1}{s^2} \right) + \frac{4}{3} \left(-\frac{ut}{s^4} + \frac{3}{2s^2} \right) l_t l_u \\
 &+ \frac{4}{3} \left(-\frac{3i\pi}{2s^2} - \frac{4i\pi}{su} - \frac{i\pi}{u^2} - \frac{t}{s^3} + \frac{1}{s^2} + \frac{1}{su} \right) l_t - \frac{2}{3} \left(-\frac{ut}{s^4} + \frac{3}{s^2} + \frac{4}{st} + \frac{1}{t^2} \right) l_t^2 \\
 &+ \frac{4}{3} \left(-\frac{3i\pi}{2s^2} - \frac{4i\pi}{st} - \frac{i\pi}{t^2} - \frac{u}{s^3} + \frac{1}{s^2} + \frac{1}{st} \right) l_u - \frac{2}{3} \left(-\frac{ut}{s^4} + \frac{3}{s^2} + \frac{4}{su} + \frac{1}{u^2} \right) l_u^2, \\
 \mathcal{F}_2 &= \frac{4}{3} \left(\frac{i\pi}{st} + \frac{i\pi}{su} - \frac{i\pi u}{t^3} - \frac{2i\pi}{t^2} - \frac{\pi^2}{2s^2} - \frac{2\pi^2}{st} - \frac{3\pi^2}{4t^2} + \frac{1}{t^2} \right) + \frac{4}{3} \left(\frac{1}{s^2} + \frac{4}{st} + \frac{3}{2t^2} \right) l_t l_u \\
 &+ \frac{4}{3} \left(\frac{4i\pi}{st} + \frac{4i\pi}{su} - \frac{3i\pi}{2t^2} - \frac{i\pi}{u^2} + \frac{1}{su} - \frac{3}{t^2} \right) l_t - \frac{2}{3} \left(\frac{1}{s^2} - \frac{4}{su} + \frac{3}{t^2} + \frac{1}{u^2} \right) l_t^2 \\
 &+ \frac{4}{3} \left(\frac{i\pi su}{t^4} - \frac{3i\pi}{2t^2} + \frac{1}{st} - \frac{u}{t^3} + \frac{1}{t^2} \right) l_u - \frac{2}{3} \left(\frac{1}{s^2} + \frac{4}{st} + \frac{u^2}{t^4} + \frac{u}{t^3} + \frac{3}{t^2} \right) l_u^2, \\
 \mathcal{F}_3 &= \frac{4}{3} \left(\frac{i\pi}{st} + \frac{i\pi}{su} - \frac{i\pi t}{u^3} - \frac{2i\pi}{u^2} - \frac{\pi^2}{2s^2} - \frac{2\pi^2}{su} - \frac{3\pi^2}{4u^2} + \frac{1}{u^2} \right) + \frac{4}{3} \left(\frac{1}{s^2} + \frac{4}{su} + \frac{3}{2u^2} \right) l_t l_u \\
 &+ \frac{4}{3} \left(\frac{4i\pi}{st} + \frac{4i\pi}{su} - \frac{3i\pi}{2u^2} - \frac{i\pi}{t^2} + \frac{1}{st} - \frac{3}{u^2} \right) l_u - \frac{2}{3} \left(\frac{1}{s^2} - \frac{4}{st} + \frac{3}{u^2} + \frac{1}{t^2} \right) l_u^2 \\
 &+ \frac{4}{3} \left(-\frac{i\pi t}{u^3} - \frac{i\pi t^2}{u^4} - \frac{3i\pi}{2u^2} + \frac{1}{su} - \frac{t}{u^3} + \frac{1}{u^2} \right) l_t - \frac{2}{3} \left(\frac{1}{s^2} + \frac{4}{su} + \frac{t^2}{u^4} + \frac{t}{u^3} + \frac{3}{u^2} \right) l_t^2, \\
 \mathcal{F}_5 &= -\frac{4}{3} \left(\frac{3i\pi}{s^2} + \frac{2i\pi}{st} + \frac{2i\pi}{su} + \frac{\pi^2 t^2}{2s^4} + \frac{\pi^2 t}{2s^3} - \frac{1}{s^2} \right) + \frac{4}{3} \left(\frac{t^2}{s^4} + \frac{t}{s^3} \right) l_t l_u \\
 &+ \frac{4}{3} \left(\frac{3i\pi}{2s^2} + \frac{7i\pi}{2su} + \frac{2i\pi}{u^2} - \frac{t}{s^3} - \frac{2}{s^2} - \frac{2}{su} \right) l_t - \frac{2}{3} \left(\frac{t^2}{s^4} + \frac{t}{s^3} - \frac{3}{2s^2} - \frac{7}{2su} - \frac{2}{u^2} \right) l_t^2 \\
 &+ \frac{4}{3} \left(\frac{3i\pi}{2s^2} + \frac{7i\pi}{2st} + \frac{2i\pi}{t^2} + \frac{t}{s^3} - \frac{1}{s^2} - \frac{2}{st} \right) l_u - \frac{2}{3} \left(\frac{t^2}{s^4} + \frac{t}{s^3} - \frac{3}{2s^2} - \frac{7}{2st} - \frac{2}{t^2} \right) l_u^2, \\
 \mathcal{F}_7 &= -\frac{4}{3} \left(\frac{i\pi}{st} + \frac{i\pi}{su} + \frac{2i\pi}{u^2} + \frac{\pi^2 t}{s^3} + \frac{3\pi^2}{4s^2} - \frac{1}{su} \right) + \frac{4}{3} \left(\frac{i\pi}{t^2} + \frac{2}{s^2} - \frac{1}{st} \right) l_u - \frac{4}{3} \left(\frac{t}{s^3} + \frac{3}{4s^2} - \frac{1}{2t^2} \right) l_u^2 \\
 &+ \frac{4}{3} \left(\frac{2t}{s^3} + \frac{3}{2s^2} \right) l_t l_u - \frac{4}{3} \left(\frac{t}{s^3} + \frac{3}{4s^2} + \frac{t}{u^3} + \frac{3}{4u^2} \right) l_t^2 - \frac{4}{3} \left(\frac{2i\pi t}{u^3} + \frac{3i\pi}{2u^2} + \frac{2}{s^2} + \frac{1}{su} + \frac{2}{u^2} \right) l_t,
 \end{aligned}$$

Скалярные форм-факторы (предельный безмассовый случай):

$$\begin{aligned}
 \mathcal{F}_9 = & -\frac{4}{3} \left(\frac{2i\pi}{st} + \frac{2i\pi}{su} + \frac{i\pi}{u^2} - \frac{\pi^2 t}{s^3} + \frac{3\pi^2}{4s^2} + \frac{3\pi^2}{4su} + \frac{1}{su} \right) + \frac{4}{3} \left(-\frac{2t}{s^3} + \frac{3}{2s^2} + \frac{3}{2su} \right) l_t l_u \\
 & - \frac{4}{3} \left(-\frac{t}{s^3} + \frac{3}{4s^2} + \frac{3}{4su} + \frac{t}{2u^3} \right) l_t^2 - \frac{4}{3} \left(\frac{3i\pi}{2st} + \frac{3i\pi}{2su} - \frac{2i\pi}{t^2} + \frac{2}{s^2} + \frac{2}{st} + \frac{3}{su} \right) l_u \\
 & + \frac{4}{3} \left(-\frac{i\pi t}{u^3} + \frac{2}{s^2} + \frac{1}{su} - \frac{1}{u^2} \right) l_t - \frac{4}{3} \left(-\frac{t}{s^3} + \frac{3}{4s^2} + \frac{3}{4st} + \frac{3}{2su} - \frac{1}{t^2} \right) l_u^2, \\
 \mathcal{F}_{10} = & 4 \left(\frac{i\pi}{s^2} + \frac{i\pi}{st} + \frac{i\pi}{su} - \frac{\pi^2 t^2}{2s^4} - \frac{\pi^2 t}{2s^3} - \frac{\pi^2}{4s^2} - \frac{2}{s^2} \right) + 4 \left(\frac{t^2}{s^4} + \frac{t}{s^3} + \frac{1}{2s^2} \right) l_t l_u \\
 & - 4 \left(\frac{i\pi}{2s^2} + \frac{i\pi}{su} + \frac{i\pi}{u^2} + \frac{t}{s^3} - \frac{1}{su} \right) l_t - 2 \left(\frac{t^2}{s^4} + \frac{t}{s^3} + \frac{1}{s^2} + \frac{1}{su} + \frac{1}{u^2} \right) l_t^2 \\
 & - 4 \left(\frac{i\pi}{2s^2} + \frac{i\pi}{st} + \frac{i\pi}{t^2} + \frac{u}{s^3} - \frac{1}{st} \right) l_u - 2 \left(\frac{t^2}{s^4} + \frac{t}{s^3} + \frac{1}{s^2} + \frac{1}{st} + \frac{1}{t^2} \right) l_u^2, \\
 & \text{обозначения:} \quad l_t = \ln \left(-\frac{t}{s} \right), \quad l_u = \ln \left(-\frac{u}{s} \right).
 \end{aligned}$$

Соотношения между $\Phi\Phi$ (даже в массивном случае):

$$\mathcal{F}_4 = \mathcal{F}_5, \quad \mathcal{F}_6 = \frac{u^2}{t^2} \mathcal{F}_7, \quad \mathcal{F}_8 = \mathcal{F}_9.$$

Другие $\Phi\Phi$, а именно 11 – 43, не равны нулю, но их вклад в ковариантную амплитуду исчезает при условии поперечности по внешним фотонам, то есть когда они лежат на массовой поверхности и удовлетворяют тождеству Уорда:

$$k_i \epsilon_j(k_j) = 0$$

Полный ответ для $\Phi\Phi$ можно найти в системе SANC на серверах (файл AA -> AA (FF).frm)

Спиральные амплитуды (AA -> AA (HA).frm):

$$\mathcal{A}_{\gamma\gamma\rightarrow\gamma\gamma} = 4e^4 Q_f^4 \sum_{\text{spins}} \mathcal{H}_{\text{spins}}$$
$$|\mathcal{A}_{\gamma\gamma\rightarrow\gamma\gamma}|^2 = 16e^8 Q_f^8 \sum_{\text{spins}} |\mathcal{H}_{\text{spins}}|^2$$

общее число спиральных амплитуд (СА) для процесса равно числу различных комбинаций проекций спина внешних частиц. В процессе $\gamma\gamma \rightarrow \gamma\gamma$ имеется 4 фотона с двумя проекциями поляризации - значения спиральности '++' и '--', таким образом, общее число СА равно $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 16$

Спиральные амплитуды (AA -> AA (HA).frm):

$$A_{\gamma\gamma\rightarrow\gamma\gamma} = 4e^4 Q_f^4 \sum_{\text{spins}} \mathcal{H}_{\text{spins}}$$

$$|A_{\gamma\gamma\rightarrow\gamma\gamma}|^2 = 16e^8 Q_f^8 \sum_{\text{spins}} |\mathcal{H}_{\text{spins}}|^2$$

общее число спиральных амплитуд (СА) для процесса равно числу различных комбинаций проекций спина внешних частиц. В процессе $\gamma\gamma \rightarrow \gamma\gamma$ имеется 4 фотона с двумя проекциями поляризации - значения спиральности '+' и '-', таким образом, общее число СА равно $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 16$

$$\mathcal{H}_{++++} = \mathcal{H}_{----} = \frac{1}{4} \left[s^2 \mathcal{F}_1 + t^2 \mathcal{F}_2 + u^2 \mathcal{F}_3 + 2s^2 \mathcal{F}_5 + 2su \mathcal{F}_7 - 2su \mathcal{F}_9 + s^2 \mathcal{F}_{10} \right],$$

$$\mathcal{H}_{+++-} = \mathcal{H}_{+--+} = \mathcal{H}_{-++-} = \mathcal{H}_{-+-+} =$$

$$\mathcal{H}_{-+-+} = \mathcal{H}_{-++-} = \mathcal{H}_{-+-+} =$$

$$\mathcal{H}_{-+--} = \mathcal{H}_{+---} = \frac{1}{4} \left[-s^2 \mathcal{F}_5 - su \mathcal{F}_7 + su \mathcal{F}_9 - s^2 \mathcal{F}_{10} \right],$$

$$\mathcal{H}_{+-+-} = \mathcal{H}_{-+-+} = \frac{1}{4} \left[u^2 \mathcal{F}_3 - 2su \mathcal{F}_9 + s^2 \mathcal{F}_{10} \right],$$

$$\mathcal{H}_{+---} = \mathcal{H}_{-++-} = \frac{1}{4} \left[t^2 \mathcal{F}_2 + 2su \mathcal{F}_7 + s^2 \mathcal{F}_{10} \right],$$

$$\mathcal{H}_{++--} = \mathcal{H}_{--++} = \frac{1}{4} s^2 \left[\mathcal{F}_1 + 2\mathcal{F}_5 + \mathcal{F}_{10} \right].$$

массивный случай - пять независимых

Спиральные амплитуды (AA -> AA (HA).frm):

$$\mathcal{A}_{\gamma\gamma\rightarrow\gamma\gamma} = 4e^4 Q_f^4 \sum_{\text{spins}} \mathcal{H}_{\text{spins}}$$

$$|\mathcal{A}_{\gamma\gamma\rightarrow\gamma\gamma}|^2 = 16e^8 Q_f^8 \sum_{\text{spins}} |\mathcal{H}_{\text{spins}}|^2$$

общее число спиральных амплитуд (CA) для процесса равно числу различных комбинаций проекций спина внешних частиц. В процессе $\gamma\gamma \rightarrow \gamma\gamma$ имеется 4 фотона с двумя проекциями поляризации - значения спиральности '++' и '--', таким образом, общее число CA равно $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 16$

$$\mathcal{H}_{++++} = \mathcal{H}_{----} = \frac{1}{4} \left[s^2 \mathcal{F}_1 + t^2 \mathcal{F}_2 + u^2 \mathcal{F}_3 + 2s^2 \mathcal{F}_5 + 2su \mathcal{F}_7 - 2su \mathcal{F}_9 + s^2 \mathcal{F}_{10} \right],$$

$$\mathcal{H}_{+++-} = \mathcal{H}_{+--+} = \mathcal{H}_{-++-} = \mathcal{H}_{-+-+} = \frac{1}{4} \left[-s^2 \mathcal{F}_5 - su \mathcal{F}_7 + su \mathcal{F}_9 - s^2 \mathcal{F}_{10} \right],$$

$$\mathcal{H}_{+-+-} = \mathcal{H}_{-+-+} = \frac{1}{4} \left[u^2 \mathcal{F}_3 - 2su \mathcal{F}_9 + s^2 \mathcal{F}_{10} \right],$$

$$\mathcal{H}_{+---} = \mathcal{H}_{-+++} = \frac{1}{4} \left[t^2 \mathcal{F}_2 + 2su \mathcal{F}_7 + s^2 \mathcal{F}_{10} \right],$$

$$\mathcal{H}_{++--} = \mathcal{H}_{--++} = \frac{1}{4} s^2 \left[\mathcal{F}_1 + 2\mathcal{F}_5 + \mathcal{F}_{10} \right].$$

массивный случай – пять независимых

$$\mathcal{H}_{+--+} = \mathcal{H}_{-+-+} = -1 - i\pi \left(\frac{t-s}{u} \right) - \left[(1+i\pi) \left(\frac{t-s}{u} \right) + 2i\pi \left(\frac{t}{u} \right)^2 \right] l_t - \left(\frac{1}{2} - \frac{st}{u^2} \right) l_t^2,$$

$$\mathcal{H}_{-++-} = \mathcal{H}_{-+-+} = -1 - i\pi \left(\frac{u-s}{t} \right) - \left[(1+i\pi) \left(\frac{u-s}{t} \right) + 2i\pi \left(\frac{u}{t} \right)^2 \right] l_u - \left(\frac{1}{2} - \frac{su}{t^2} \right) l_u^2,$$

$$\mathcal{H}_{++--} = \mathcal{H}_{--++} = -1 + \left(\frac{t-u}{s} \right) (l_u - l_t) - \left(\frac{1}{2} - \frac{ut}{s^2} \right) ((l_u - l_t)^2 + \pi^2).$$

Все остальные CA равны +1
 предельный безмассовый случай – четыре
 согласие с Z.Bern et al. (hep-ph/0109079)

Спиральные амплитуды (AA -> AA (HA).frm):

$$A_{\gamma\gamma\rightarrow\gamma\gamma} = 4e^4 Q_f^4 \sum_{\text{spins}} \mathcal{H}_{\text{spins}}$$

$$|A_{\gamma\gamma\rightarrow\gamma\gamma}|^2 = 16e^8 Q_f^8 \sum_{\text{spins}} |\mathcal{H}_{\text{spins}}|^2$$

общее число спиральных амплитуд (CA) для процесса равно числу различных комбинаций проекций спина внешних частиц. В процессе $\gamma\gamma \rightarrow \gamma\gamma$ имеется 4 фотона с двумя проекциями поляризации - значения спиральности '++' и '--', таким образом, общее число CA равно $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 16$

$$\begin{aligned} \mathcal{H}_{++++} = \mathcal{H}_{----} &= \frac{1}{4} \left[s^2 \mathcal{F}_1 + t^2 \mathcal{F}_2 + u^2 \mathcal{F}_3 + 2s^2 \mathcal{F}_5 + 2su\mathcal{F}_7 - 2su\mathcal{F}_9 + s^2 \mathcal{F}_{10} \right], & \mathcal{H}_{+--+} = \mathcal{H}_{-+-+} &= -1 - i\pi \left(\frac{t-s}{u} \right) \\ \mathcal{H}_{+--+} = \mathcal{H}_{-+-+} = \mathcal{H}_{+--+} = \mathcal{H}_{-+-+} &= - \left[(1+i\pi) \left(\frac{t-s}{u} \right) + 2i\pi \left(\frac{t}{u} \right)^2 \right] l_t - \left(\frac{1}{2} - \frac{st}{u^2} \right) l_t^2, \\ \mathcal{H}_{-+-+} = \mathcal{H}_{-+-+} = \mathcal{H}_{-+-+} &= \frac{1}{4} \left[-s^2 \mathcal{F}_5 - su\mathcal{F}_7 + su\mathcal{F}_9 - s^2 \mathcal{F}_{10} \right], & \mathcal{H}_{+--+} = \mathcal{H}_{-+-+} &= -1 - i\pi \left(\frac{u-s}{t} \right) \\ \mathcal{H}_{+--+} = \mathcal{H}_{-+-+} = \mathcal{H}_{+--+} &= \frac{1}{4} \left[u^2 \mathcal{F}_3 - 2su\mathcal{F}_9 + s^2 \mathcal{F}_{10} \right], & - \left[(1+i\pi) \left(\frac{u-s}{t} \right) + 2i\pi \left(\frac{u}{t} \right)^2 \right] l_u - \left(\frac{1}{2} - \frac{su}{t^2} \right) l_u^2, \\ \mathcal{H}_{+--+} = \mathcal{H}_{-+-+} = \mathcal{H}_{+--+} &= \frac{1}{4} \left[t^2 \mathcal{F}_2 + 2su\mathcal{F}_7 + s^2 \mathcal{F}_{10} \right], & \mathcal{H}_{+--+} = \mathcal{H}_{-+-+} &= -1 + \left(\frac{t-u}{s} \right) (l_u - l_t) - \left(\frac{1}{2} - \frac{ut}{s^2} \right) ((l_u - l_t)^2 + \pi^2). \\ \mathcal{H}_{+--+} = \mathcal{H}_{-+-+} = \mathcal{H}_{+--+} &= \frac{1}{4} s^2 \left[\mathcal{F}_1 + 2\mathcal{F}_5 + \mathcal{F}_{10} \right]. \end{aligned}$$

массивный случай – пять независимых

Все остальные CA равны +1
 предельный безмассовый случай – четыре
 согласие с Z.Bern et al. (hep-ph/0109079)

Равенства CA с различными спиральностями следуют из C, P, T-инвариантности. Более того, существуют ещё множество соотношений между CA, связанных с так называемой кроссинг-симметрией, но их наличие не означает уменьшение числа независимых CA.

Сечение рассеяния (AA \rightarrow AA (XS).frm):

$$d\sigma_{\gamma\gamma\rightarrow\gamma\gamma} = \frac{1}{j} |\mathcal{A}_{\gamma\gamma\rightarrow\gamma\gamma}|^2 d\Phi^{(2)},$$

где $j = 4\sqrt{(k_1 k_2)^2}$ - плотность потока, $\mathcal{A}_{\gamma\gamma\rightarrow\gamma\gamma}$ - ковариантная амплитуда процесса и $d\Phi^{(2)}$ - двухчастичный фазовый объём:

$$d\Phi^{(2)} = (2\pi)^4 \delta(k_1 + k_2 - k_3 - k_4) \frac{d^4 k_3 \delta(k_3^2)}{(2\pi)^3} \frac{d^4 k_4 \delta(k_4^2)}{(2\pi)^3}.$$

Сечение рассеяния (AA \rightarrow AA (XS).frm):

$$d\sigma_{\gamma\gamma\rightarrow\gamma\gamma} = \frac{1}{j} |\mathcal{A}_{\gamma\gamma\rightarrow\gamma\gamma}|^2 d\Phi^{(2)},$$

где $j = 4\sqrt{(k_1 k_2)^2}$ - плотность потока, $\mathcal{A}_{\gamma\gamma\rightarrow\gamma\gamma}$ - ковариантная амплитуда процесса и $d\Phi^{(2)}$ - двухчастичный фазовый объём:

$$d\Phi^{(2)} = (2\pi)^4 \delta(k_1 + k_2 - k_3 - k_4) \frac{d^4 k_3 \delta(k_3^2)}{(2\pi)^3} \frac{d^4 k_4 \delta(k_4^2)}{(2\pi)^3}.$$

После вычислений:

$$d\sigma_{\gamma\gamma\rightarrow\gamma\gamma} = \frac{1}{128\pi\omega^2} |\mathcal{A}_{\gamma\gamma\rightarrow\gamma\gamma}|^2 d\cos\theta,$$

где ω - энергия фотонов, а θ - угол рассеяния в СЦМ

В представлении спиральных амплитуд:

$$d\sigma_{\gamma\gamma\rightarrow\gamma\gamma} = \frac{e^8}{8\pi\omega^2} \sum_{\text{spins}} |\mathcal{H}_{\text{spins}}|^2 d\cos\theta.$$

Сечение рассеяния (AA \rightarrow AA (XS).frm):

$$d\sigma_{\gamma\gamma\rightarrow\gamma\gamma} = \frac{1}{j} |\mathcal{A}_{\gamma\gamma\rightarrow\gamma\gamma}|^2 d\Phi^{(2)},$$

где $j = 4\sqrt{(k_1 k_2)^2}$ - плотность потока, $\mathcal{A}_{\gamma\gamma\rightarrow\gamma\gamma}$ - ковариантная амплитуда процесса и $d\Phi^{(2)}$ - двухчастичный фазовый объём:

$$d\Phi^{(2)} = (2\pi)^4 \delta(k_1 + k_2 - k_3 - k_4) \frac{d^4 k_3 \delta(k_3^2)}{(2\pi)^3} \frac{d^4 k_4 \delta(k_4^2)}{(2\pi)^3}.$$

После вычислений:

$$d\sigma_{\gamma\gamma\rightarrow\gamma\gamma} = \frac{1}{128\pi\omega^2} |\mathcal{A}_{\gamma\gamma\rightarrow\gamma\gamma}|^2 d\cos\theta,$$

где ω - энергия фотонов, а θ - угол рассеяния в СЦМ

В представлении спиральных амплитуд:

$$d\sigma_{\gamma\gamma\rightarrow\gamma\gamma} = \frac{e^8}{8\pi\omega^2} \sum_{\text{spins}} |\mathcal{H}_{\text{spins}}|^2 d\cos\theta.$$

После аналитического интегрирования (в безмассовом случае):

$$\sigma_{\gamma\gamma\rightarrow\gamma\gamma} = \frac{e^8}{2\pi\omega^2} \left(\frac{108}{5} + \frac{13}{2}\pi^2 - 8\pi^2\zeta(3) + \frac{148}{225}\pi^4 - 24\zeta(5) \right)$$

согласие с А.И. Ахиезером "Квантовая Электродинамика 4 издание, 1981

Приложение:

При получении аналитического ответа для полного сечения были вычислены специфические интегралы, а также частные случаи функций

Пассарино–Вельтмана для различных наборов параметров:

$$B_0(-s; M, M) = \frac{1}{\epsilon} + 2 - \left[\ln\left(\frac{s}{\mu^2}\right) - i\pi \right]$$

$$B_0(-t; M, M) = \frac{1}{\epsilon} + 2 - \left[l_t + \ln\left(\frac{s}{\mu^2}\right) \right]$$

$$B_0(-u; M, M) = \frac{1}{\epsilon} + 2 - \left[l_u + \ln\left(\frac{s}{\mu^2}\right) \right]$$

$$C_0(0, 0, -s; M, M, M) = -\frac{1}{2s} \left[\ln\left(\frac{M^2}{s}\right) + i\pi \right]^2$$

$$C_0(0, 0, -t; M, M, M) = -\frac{1}{2t} \left[\ln\left(\frac{M^2}{s}\right) - l_t \right]^2$$

$$C_0(0, 0, -u; M, M, M) = -\frac{1}{2u} \left[\ln\left(\frac{M^2}{s}\right) - l_u \right]^2$$

$$D_0(0, 0, 0, 0, -s, -t; M, M, M, M) = \frac{2}{st} \left[\ln^2\left(-\frac{M^2}{t}\right) + \ln\left(-\frac{M^2}{t}\right) (l_t + i\pi) - \frac{\pi^2}{2} \right]$$

$$D_0(0, 0, 0, 0, -s, -u; M, M, M, M) = \frac{2}{su} \left[\ln^2\left(-\frac{M^2}{u}\right) + \ln\left(-\frac{M^2}{u}\right) (l_u + i\pi) - \frac{\pi^2}{2} \right]$$

$$D_0(0, 0, 0, 0, -u, -t; M, M, M, M) = \frac{2}{ut} \left[\ln^2\left(\frac{M^2}{s}\right) - \ln\left(\frac{M^2}{s}\right) (l_t + l_u) - \frac{\pi^2}{2} + l_t l_u \right]$$

где $M \rightarrow 0$ – масса фермиона в петле (предельный случай)

формулы для функций в массивном случае также посчитаны

Выводы и заключение:

- посчитано дифференциальное и полное сечение рассеяния КЭД процесса $\gamma\gamma \rightarrow \gamma\gamma$ в массивном и безмассовом случае
- произведено сравнение результатов расчётов с известными в литературе и получено согласие
- вычислены специфические интегралы и частные случаи функций Пассарино–Вельтмана
- процесс имплементирован в систему SANC
- создан блок предвычислений боксовских диаграмм типа bbbb – четыре фотона вне массовой поверхности
- подготовлена среда для дальнейших вычислений подобных боксовских процессов в СМ ($\gamma\gamma \rightarrow \gamma\gamma$, $\gamma\gamma \rightarrow ZZ$ и т.д.) и в КХД ($gg \rightarrow \gamma\gamma$, $gg \rightarrow ZZ$, $gg \rightarrow W^+W^-$ и т.д.)
- результаты работы докладывались на школе-конференции CALS2006, ЛТФ ОИЯИ, и опубликованы в hep-ph/0611188.

Благодарности:

Автор работы выражает признательность научным руководителям Д.Ю. Бардину и Л.В. Калиновской, научной группе НЭОВП ЛЯП ОИЯИ, рецензенту А.В. Ефремову, руководителям кафедры ФЭЧ МГУ В.Г. Кадышевскому и А.Г. Ольшевскому, директору филиала НИИЯФ Т.В. Тетеревой и сотрудникам, друзьям за приятное, полезное и интересное общение и поддержку, а также отдельную благодарность Г. Нанаве за полезные дискуссии по методу вычисления СА, А.Б. Арбузову за предоставление полезных ссылок и В.А. Колесникову за помощь в работе.