

Аналитическая ренормализационная группа в гравитации

Дипломный проект студента 209(М) группы, Физического
факультета МГУ им. Ломоносова

Яхиббаева Р.М.

Научный руководитель доктор физ.-мат. наук, проф. Теряев О.В.

Москва

2017 год

Содержание:

- Общая теория относительности (ОТО) и квантовые поправки
- Ренормализационная группа в квантовой теории поля (КТП)
- Аналитическая теория возмущений (АТВ)
- АТВ в гравитации
- Приложения

ОТО и её квантование

- Проблемы квантования гравитации

$$\mathcal{L}[g] = \frac{1}{16\pi G_N} (R - 2\Lambda)$$

$$\Lambda < 10^{-52} m^{-2}$$

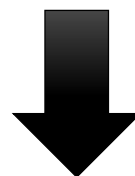
$$c = \hbar = 1$$

$$g_{\alpha\beta} = \eta_{\alpha\beta} - \kappa h_{\alpha\beta}$$

$$\kappa^2 = 32\pi G_N$$

$$l_p = \sqrt{G_N}$$

- Расширенное действие Гильберта-Эйнштейна для эффективной гравитации



$$\mathcal{L}[g] = \frac{1}{16\pi G_N} (R + c_1 l_p^2 R^2 + \dots + O(\Lambda_c))$$

Поправка к ньютоновскому потенциалу (очень мала)

$$V(r) = -Gm_1 m_2 \left(\frac{1}{r} - 4\pi \kappa^2 c_1 \delta^3(r) \right)$$

ОТО и её квантование

- Квантование эффективного действия Гильберта-Эйнштейна

$$\mathcal{L} = \frac{2}{\kappa^2} \bar{R} - \frac{1}{2} h_{\alpha\beta} \Pi^{\alpha\beta, \mu\nu} h_{\mu\nu} + \chi^{\dagger\alpha} (D^\rho D_\rho \bar{\eta}_{\alpha\beta} - R_{\alpha\beta}) \chi^\beta + O(\hbar^3)$$

Тензор-проектор

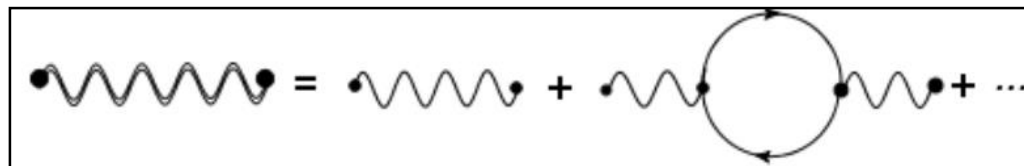
$$P^{\alpha\beta, \mu\nu} = \frac{1}{2} (\eta^{\alpha\mu} \eta^{\beta\nu} - \eta^{\mu\nu} \eta^{\alpha\beta} + \eta^{\alpha\nu} \eta^{\beta\mu})$$

Фейнмановский пропагатор

$$i\Pi^{\alpha\beta, \mu\nu} = \frac{i}{q^2 + i\epsilon} P^{\alpha\beta, \mu\nu}$$

Гравитонный пропагатор
с однопетлевыми вставками полей материи

$$D^{\mu\nu, \rho\sigma} = \frac{1}{1 - \frac{NG_N}{120\pi} q^2 \log\left(\frac{-q^2}{\mu^2}\right)} P^{\mu\nu, \rho\sigma}$$



Ренормализационная группа в КТП

- Поляризационный оператор для КЭД и КХД

$$\Pi_{\mu\nu} = \frac{\alpha^2}{q^2(1 - \Pi(q^2))} P_{\mu\nu}$$

- Ренормгруппа в КЭД и КХД

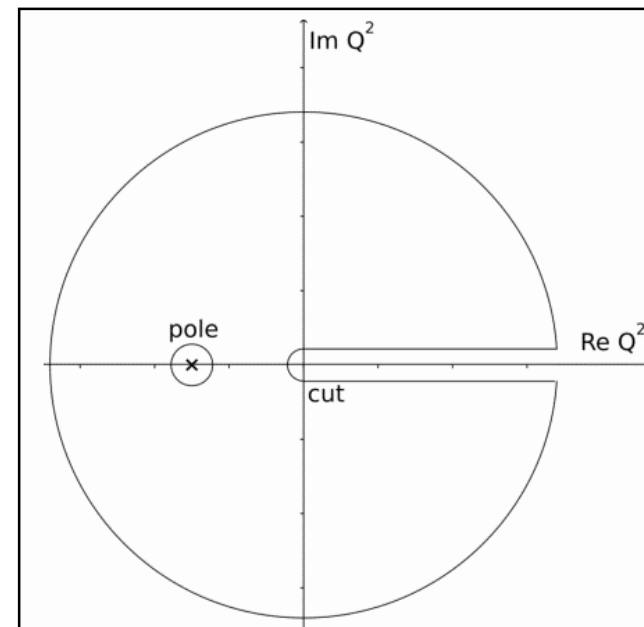
$$\alpha(Q^2) = \frac{\alpha_0(\mu^2)}{1 + \alpha_0(\mu^2) \frac{\beta_0}{4\pi} \log\left(\frac{Q^2}{\mu^2}\right)}$$

$\beta_{QED} = -4/3$
$\beta_{QCD} = \frac{11}{3} - \frac{2}{3}N_f$

- Особенности инвариантных зарядов и полюс Ландау (нарушает причинность)

$$\Lambda = \mu e^{-1/(2\alpha\beta_0)}$$

$$Q^2 = \Lambda^2$$



Полюс Ландау
в комплексной плоскости

Аналитическая теория возмущений

- Процедура Ширкова-Соловцова - метод, позволяющий устранить особенности пропагаторов, обычным вычетом полюсов.

- Представление Лемана-Челлена

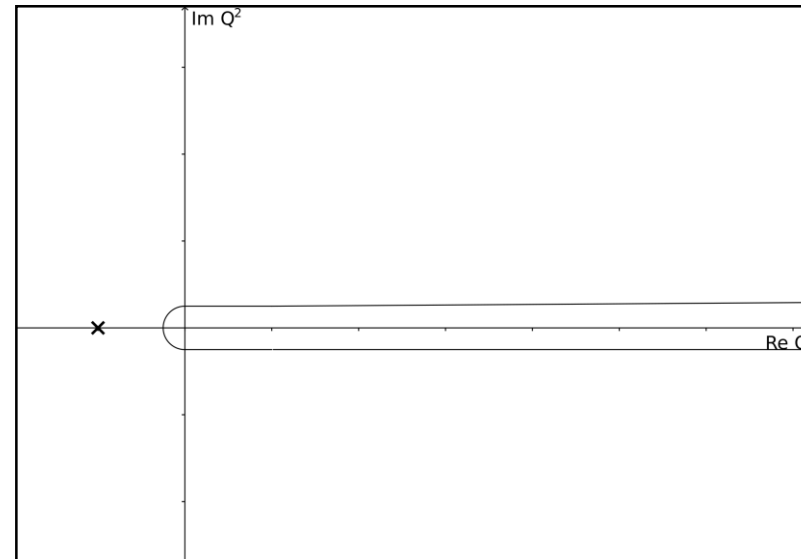
$$\bar{\alpha}_s(Q^2) \rightarrow \alpha_E(Q^2) = \frac{1}{\pi} \int_0^\infty d\zeta \frac{\rho(\zeta)}{\zeta + Q^2 - i\varepsilon}$$

- Применение АТВ к КХД

$$\alpha_E^{(1)}(Q^2) = \frac{1}{\beta_0} \left(\frac{1}{\log(Q^2/\mu^2)} + \frac{\Lambda^2}{\Lambda^2 - Q^2} \right)$$

Вычет
призрачного полюса

Теорема
Коши



Контур интегрирования с
удаленным полюсом

W-функция Ламберта и гравитация

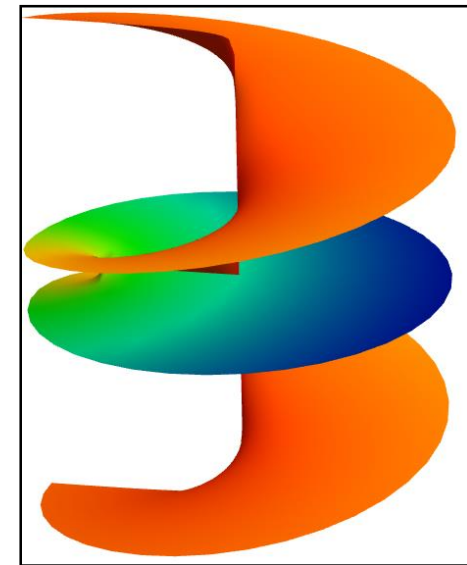
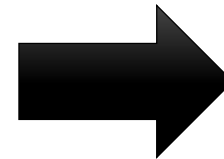
- Описание функции Ламберта и её основных свойств

W-функция Ламберта является многозначной функцией, подобно комплексному логарифму.

$$f(z) = ze^z$$

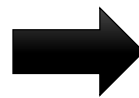
$$\chi \log(\chi) = -b,$$

$$\begin{cases} \log \rho \sin \theta + \theta \cos \theta = 0, \\ \rho \log \rho \cos \theta + \rho \theta \sin \theta = 0 \end{cases}$$



- W-функция в гравитации

$$\Pi_{pole}(y) = \frac{1}{1 - \zeta y \log(-y\delta)}$$



$$\begin{aligned} y_0 &= 0 \\ y_1 &= \zeta W\left(-\frac{\beta}{\zeta}\right) \\ y_2 &= \left[\zeta W\left(-\frac{\beta}{\zeta}\right)\right]^* \end{aligned}$$

Риманова поверхность
функции Ламберта

АТВ в гравитации

- Бестензорная часть пропагатора РГ-суммированного гравитона

$$\Pi_{pole}(y) = \frac{1}{1 - \zeta y \log(-y\delta)}$$

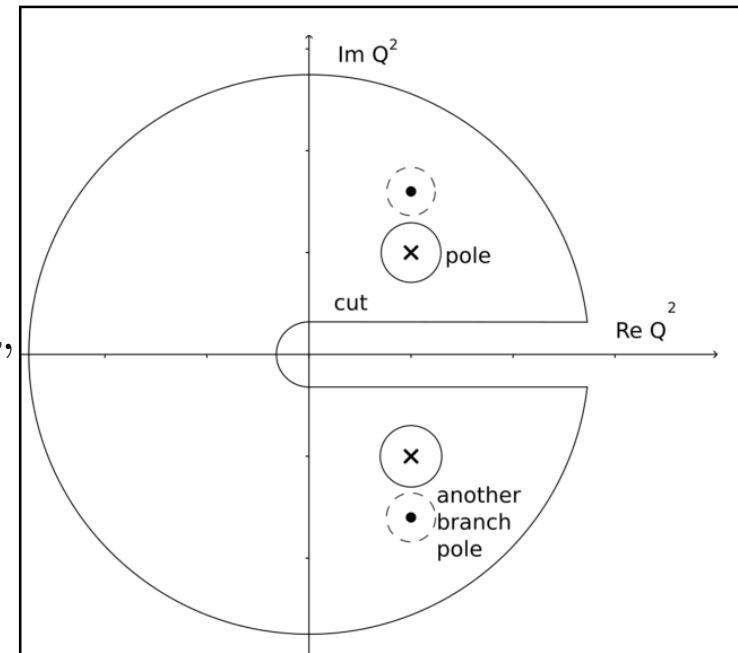
- Возможные интерпретации:

А) мнимые части комплексных полюсов сокращают друг друга, и последние никак в наблюдаемых себя не проявляют

Б) один из полюсов является собой микроскопическую черную дыру в то время, как второй полюс требует процедуры удаления (аказуальная особенность)

Обозначения

$$y = \frac{q^2}{m_P^2} \quad \delta = \frac{M_P^2}{\mu^2} \quad \zeta = \frac{N}{120\pi}$$



Расположение полюсов
пропагатора

АТВ в гравитации

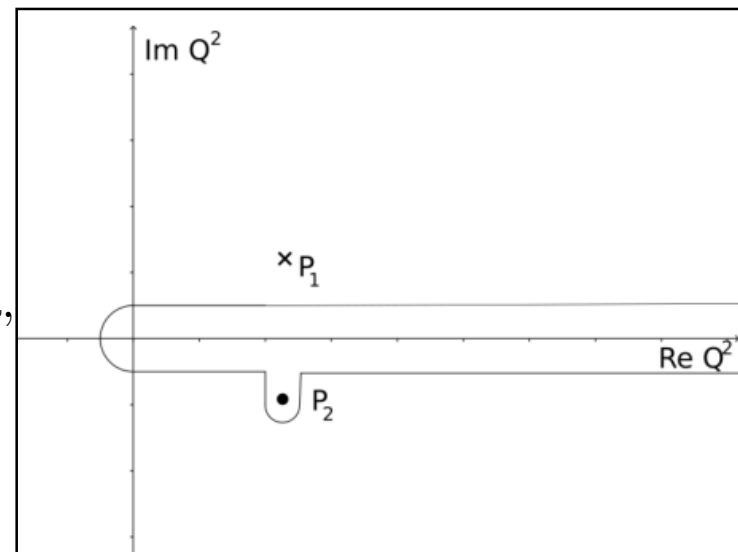
- Бестензорная часть пропагатора РГ-суммированного гравитона

$$\Pi_{pole}(y) = \frac{1}{1 - \zeta y \log(-y\delta)}$$

- Возможные интерпретации:

А) мнимые части комплексных полюсов сокращают друг друга, и последние никак в наблюдаемых себя не проявляют

Б) один из полюсов является аказуальной особенностью и требует процедуры удаления в то время, как второй полюс интерпретируется как микроскопическая черная дыра (МЧД).



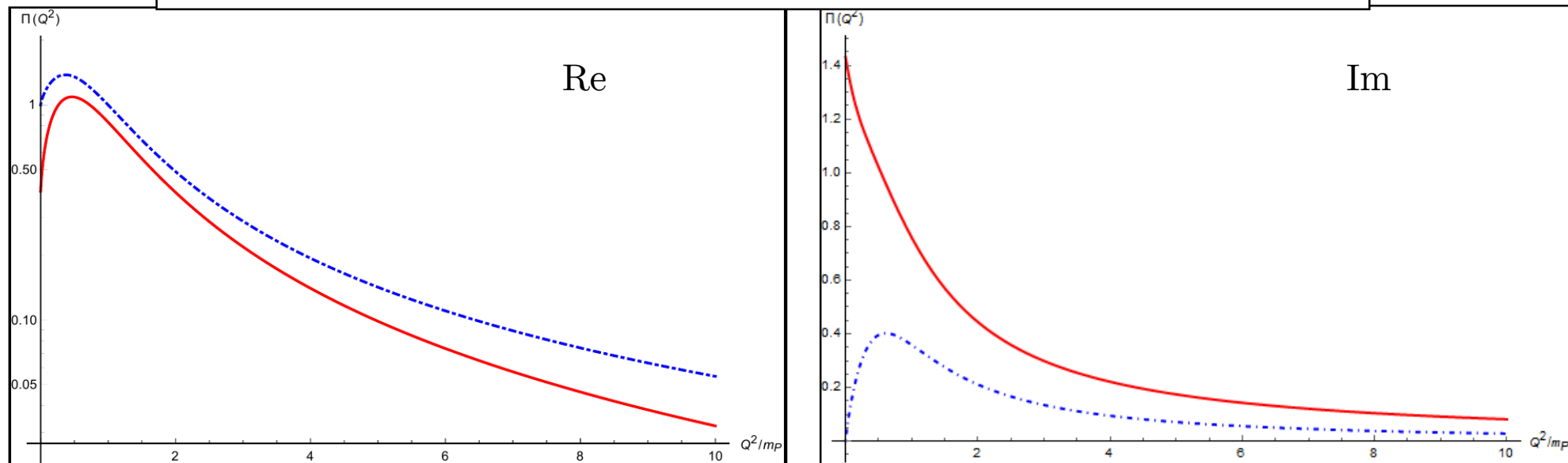
Удаленный полюс пропагатора

АТВ в гравитации

- Удаленная комплексная особенность на первом листе

$$\Pi(y) = \frac{1}{1 - \zeta y \log(-y\delta)} + \frac{\left(1 + W^*\left(\frac{-\delta}{\zeta}\right)\right)^{-1}}{\left(\operatorname{Re}W^*\left(\frac{-\delta}{\zeta}\right) + \zeta y + i\theta(y)\operatorname{Im}W^*\left(\frac{-\delta}{\zeta}\right)\right)}$$

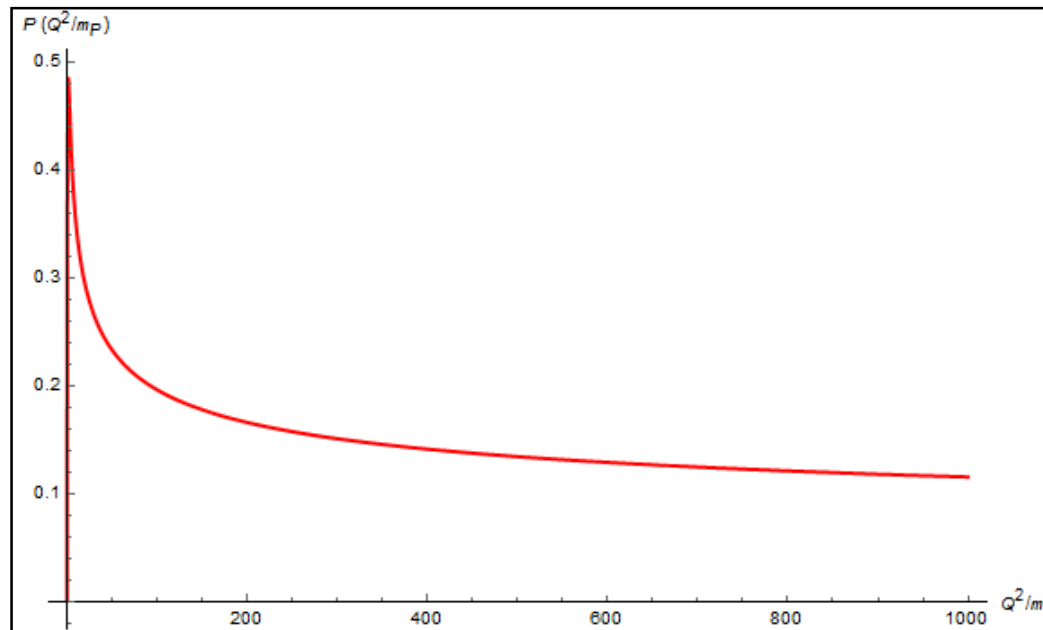
Графики для ренормализационных выражений в гравитации



АТВ в гравитации

Отличие мнимых частей пропагаторов (пропагатора с удаленным полюсом и обычным гравитонным пропагатором)

$$P(y) = \frac{(2\text{Re}[W(-1/\zeta)] + 1)(\zeta y - \text{Re}[W(-1/\zeta)])}{\text{Im}[W(1/\zeta)](\zeta y \log(y)^2 - 2)^2}$$



Приложения

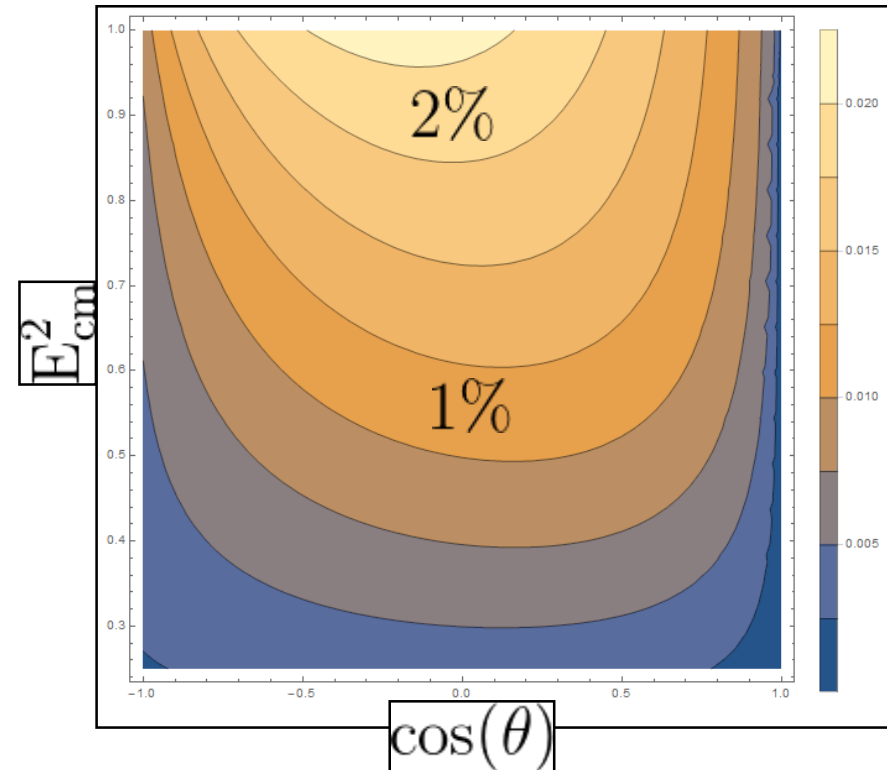
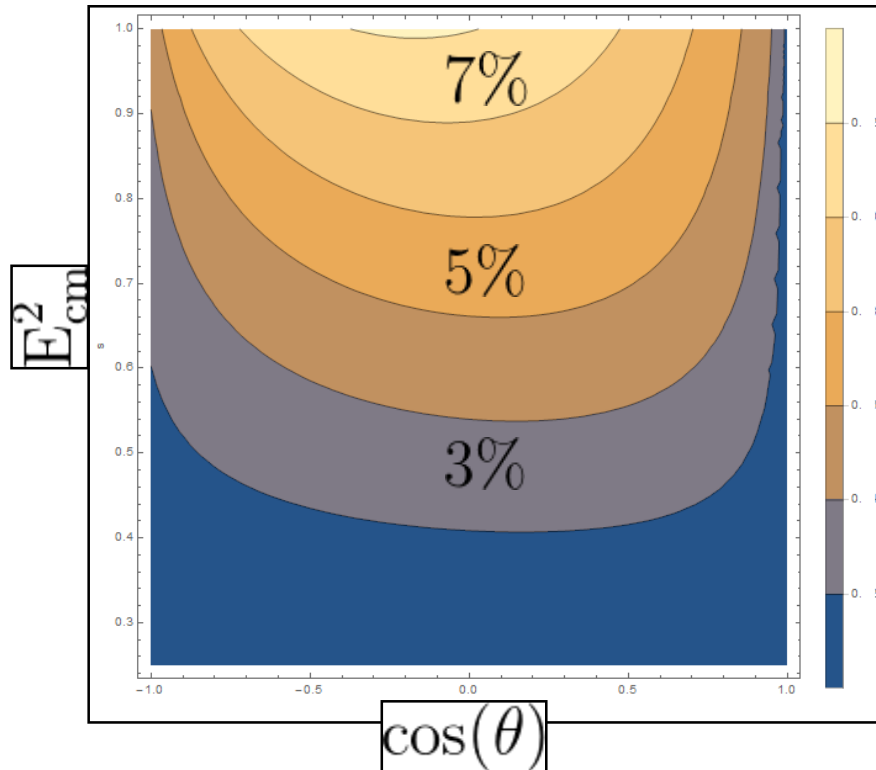
- Для практической проверки результатов используется модель ТэВной гравитации в рамках многомерных теорий (типа КК-теорий, струнных, М-теорий и проч.), в которую встраивается эффективная гравитация.
- Асимметрия для гравитона и микроскопической черной дыры

$$A(s, t) = \frac{\sigma_{QCD-G^*}^{\uparrow}(s, t) - \sigma_{G^*-QCD}^{\downarrow}(s, t)}{\sigma_G^*(s, t) + \sigma_{QCD}(s, t)}$$

$$\sigma_{QCD-G^*}^{\uparrow} - \sigma_{G^*-QCD}^{\downarrow} \sim -8\epsilon^{(\text{momenta+spin})} \text{Im}\Pi(q^2)$$

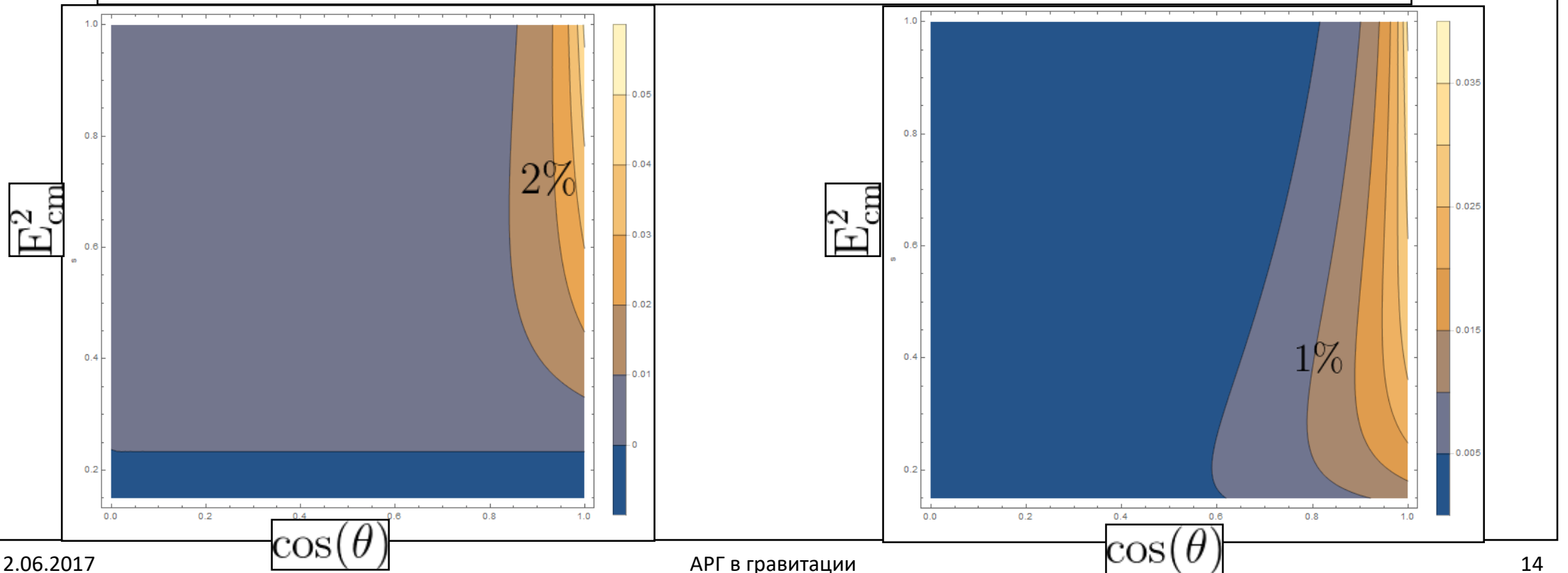
Приложения

Поперечная одиночная асимметрия для поляризованного топ-кварка в глюонных соударениях для планковской массы 1 ТэВ (МЧД слева, гравитон справа)



Приложения

Поперечная одиночная асимметрия для поляризованного топ-кварка в кварковых соударениях для планковской массы 1 ТэВ (МЧД слева, гравитон справа)



Выводы

- Впервые формализм АТВ был применен к эффективной квантовой гравитации для удаления существенных особенностей РГ-суммированного пропагатора
- Вычислены одиночные асимметрии в главном логарифмическом приближении аналитической ренормгруппы с вкладами полей материи для поляризованных топ-кварков в различных процессах

Благодарю за внимание!