ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В. ЛОМОНОСОВА»

ФИЗИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ

КАФЕДРА ФИЗИКИ ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ

БАКАЛАВРСКАЯ РАБОТА

# «ЯДЕРНЫЕ КОРОТКОДЕЙСТВУЮЩИЕ NN КОРРЕЛЯЦИИ В РЕАКЦИИ $^{12}C(p,ppN)^{10}A$»

Выполнил студент 409 группы

Уваров А.А.

Уваров

Научный руководитель:

Ведущий научный сотрудник ЛЯП ОИЯИ

Узиков Ю.Н.

Допущен к защите

Заведующий кафедрой: ____________

Москва

2020

# Содержание

# 1 Введение

Физика атомного ядра является одним из важнейших направлений современной физики. Основываясь на систематизации и обобщении огромного количества экспериментальных данных, была создана модель оболочек. Данная модель аналогична теории оболочечного строения атома и состоит в том, что нуклоны внутри ядра двигаются независимо, в усредненном поле, создаваемом силовыми взаимодействиями остальных нуклонов. Такая модель позволила объяснить множество свойств атомного ядра, таких как индивидуальные характеристики ядер или некоторые свойства $\alpha$- и $\beta$- распадов. Однако, несмотря на успехи этой модели, она работает лишь в области магических и околомагических ядер, а также не связана с высокоимпульсными компонентами в ядрах. Таким образом, хоть эта модель и является важным этапом в понимании устройства атомного ядра, но она также имеет и свои недостатки.

Важным шагом в понимании структуры атомного ядра стало изучение высокоимпульсных нуклонных компонент ядерных волновых функций. Д.И. Блохинцевым было введено понятие понятие флуктуаций нуклонной плотности в ядрах [1, 2]. В дальнейшем изучение этой физики было представлено в работах А.М. Балдина и сотрудников[3, 4, 5], как исследование кумулятивного эффекта. Позднее было введено понятие о короткодействующих нуклон-нуклонных корреляциях (КНК) в ядрах[6], обозначающее пару нуклонов в ядре с высоким относительным импульсом (выше, чем импульс Ферми $p_F = 250$ МэВ/c) и с центром масс в состоянии, близком к состоянию покоя. КНК пары играют важную роль в структуре атомных ядер [7] и изучаются в многих ядерных центрах с использованием пучков электронов и протонов. Наличие КНК-пар в широком классе ядер от легчайших до тяжелых надежно установлено в специальных экспериментах. Измерены импульсные распределения по относительному импульсу в КНК паре и импульсу центра масс пары. Найдено, что вероятность найти pp- или nn-пару($^1S_0$) в 20 раз меньше, чем вероятность найти pn-пару($^3S_1 - ^3D_1$) [8]. Новый шаг в изучении данного явления – изучение реакции $^{12}C + p \rightarrow ^{10} A + pp + N$ с пучками $^{12}C$ с энергией 4 ГэВ/нуклон в инверсной кинематике, обеспечивающей взаимодействие водородной мишени с КНК парой в ядре $^{12}C$, с регистрацией остаточного ядра $^{10}B$ (или $^{11}Be$), а также всех трех конечных нуклонов был сделан в ОИЯИ на BM@N в [9]. Главным преимуществом инверсной кинематики является то, что ядро-остаток имеет большие энергию и импульс, что дает возможность с большей точностью измерить его энергию возбуждения, а также обеспечивает возможность работать с нестабильными ядрами.

Целями данной работы являются:

1. Освоить формализм расчета характеристик реакции $^{12}C + p \rightarrow ^{10}A + pp + N$ в плосковолновом приближении в условиях кинематики эксперимента BM@N.

2. Освоить программу численных расчетов, основанную на этом формализме.

3. Учесть вклад $^1S_0$-КНК пары этих расчетах. Сравнить его с дейтронным вкладом.

# 2 Короткодействующие NN-корреляции в ядрах

## 2.1 Общие свойства КНК

В настоящее время, исходя из совокупности экспериментальных данных и теоретических оценок, была установлена универсальная картина КНК в ядрах. При рассмотрении импульсного распределения в каком-либо ядре или ядерной материи мы можем отчетливо увидеть две области: выше и ниже импульса Ферми(Рис. 1.). Нуклоны с импульсом $p < p_f$ составляют $\approx 80\%$ от всего количества нуклонов в средних и тяжелых ядрах(A $\geq 12$). Такие ядра хорошо описываются моделью среднего поля. Оставшиеся $\approx 20\%$ нуклонов, которые несут в себе высокий относительный импульс ($p > p_f$), принадлежат NN-КНК(при этом количество np-КНК сильно выше). Помимо этого, о КНК известно три экспериментальных факта:

1. Внутреннее распределение импульса в КНК паре совпадает с распределением по импульсу дейтрона[10].

2. В КНК паре имеет место факторизация волновой функции на волновую функцию относительного движения и волновую функцию движения центра масс.

3. Среди всех КНК пар наблюдается доминирование np-пар($\frac{pn}{pp} = 20$), что связано с наличием тензорных сил в np-парах.[8].

## 2.2 Задачи физики ядер, связанные с КНК

Короткодействующие NN-корреляции связаны с широким спектром задач ядерной физики, такими как:

1. Проблема NN-взаимодействия на малых (<0.5 фм) расстояниях между нуклонами в области перекрывания нуклонов, которое необходимо для обеспечении стабильности ядер при наличии глубокого притягивающего потенциала.

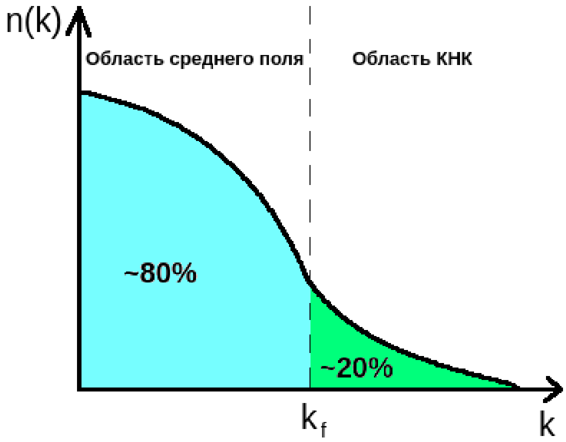



Рис. 1: Качественный рисунок показывающий основные свойства импульсного распределения в ядрах.

2. Выбивание из ядер нуклонных кластеров с большой энергией, связанное с малыми расстояниями между нуклонами в кластере. Начало исследований этого вопроса было положено Д.И.Блохинцевым[1], на основе экспериментов М.Г.Мещерякова[2] в терминах флуктуаций плотности ядерного вещества .

3. Дальнейшее исследование этой физики было представлено в работах А.М.Балдина и сотрудников[3, 4, 5], как исследование кумулятивного эффекта (процессов, кинематически запрещенных на свободном покоящемся нуклоне, но разрешенные либо на компактной группе нуклонов в ядре, либо на одном, но быстро движущемся навстречу пучку, нуклоне).

4. Ядерная материя при плотности выше средней ядерной плотности( нейтронные звезды).

5. EMC эффект, заключающийся в том, что структурные функции нуклонов в ядре отличаются от структурных функций свободных нуклонов.

## 2.3 КНК и ЕМС - эффект

При изучении процессов глубоко-неупругого электрон-протонного рассеяния была открыта динамическая закономерность, позже названная Бьеркеновским скейлингом. Данная закономерность состоит в том, что структурные функции $W_1(\nu, Q^2)$ и $W_1(\nu, Q^2)$, описывающие процесс глубоконеупругого рассеяния, в общем случае не зависят от $Q^2$ и $\nu$, а зависят только от их отношения. Данные структурные функции могут быть выражены через партонные структурные функции нуклона $F_2^N(x_B) = \sum_i e_i^2 x f(x)$ (вероятность найти в нуклоне кварк с долей импульса ($x_B$) ),которые являются функцией безразмерной переменной Бьеркена $x_B = \frac{Q^2}{2M_p\nu}$ (где $Q^2$ - квадрат 4-импульса переданного протону-мишени лептоном в глубоко-неупругом рассеянии, $M_p$ - масса протона, $\nu$ - энергия переданная протону лептоном в системе покоя). Значение переменной $x_B$ также может указать нам на тип реакции: при $x_B = 1$ происходит упругое рассеяние е на N, при $x_B \in (0;1)$ - глубоконеупругое рассеяние е на N, а при $x_B > 1$ - рассеяние на ядре. Было проведено множество исследований данной зависимости, и для увеличения экспериментальной статистики были также проведены эксперименты на атомных ядрах. Это привело к тому, что в 1983 году ученые Европейской Мюонной Коллаборации неожиданно наблюдали эффект, представляющий собой отличие структурных функций $F_2^N(x_B)$ в ядре от структурных функций для свободных нуклонов (Рис. 2)[11]. Такое различие было названо ЕМС эффектом.

На сегодняшний день нет общепринятой интерпретации ЕМС эффекта. Два основных подхода к его описанию [7]:

1. Все нуклоны в ядре модифицируются, по сравнению со свободным ядром, за счет эффекта связи.

2. Нуклоны являются немодифицированными большее количество времени, но существенно изменены, когда они объединяются в КНК пары.

Возможная связь между ЕМС эффектом и короткодействующими NN-корреляциями впервые наблюдалась в корреляции между величиной ЕМС эффекта (определяемой, как величина наклона отношения $R$ струкурных функций ядра к структурным функциям дейтрона) на ядре А и вероятностью нахождения нуклона в КНК-паре в этом ядре (Рис. 3)[12]. Связь этих эффектов исследовалась в дальнейших работах[13].

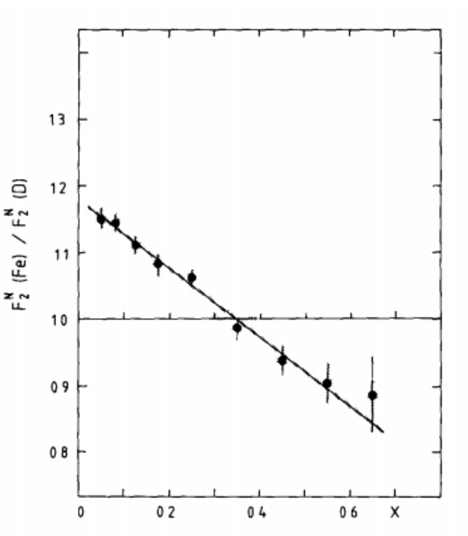



Рис. 2: ЕМС эффект. Зависимость отношения структурных функций в ядре железа к структурным функций дейтрона от переменной Бьеркена $x_B$[11].

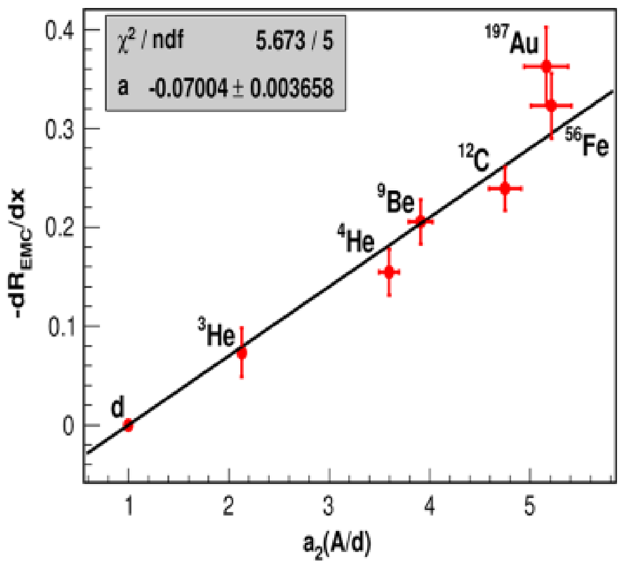



Рис. 3: Производная от функции R(наклон ЕМС) эффекта для $0.35 < x_B < 0.7$ и КНК масштабный коэффициент (относительная вероятность того, что нуклон принадлежит к КНК-паре) для различных ядер[12] ($R = \frac{F_2^N(Fe)}{F_2^N(D)}$).

Дальнейшее изучение данной связи также показало, что она хорошо описывается универсальной функцией модификацией структуры нуклонов в КНК np-парах. Такая функция(Рис.4) была получена в работе[14] . Данная универсальная функция модификации может быть использована для определения структурной функции свободного нейтрона, что может послужить для проверки механизмов нарушения зарядовой симметрии в квантовой хромодинамике. Кроме того, эти результаты могут помочь отделить эффекты ядерной физики от предполагаемых эффек-

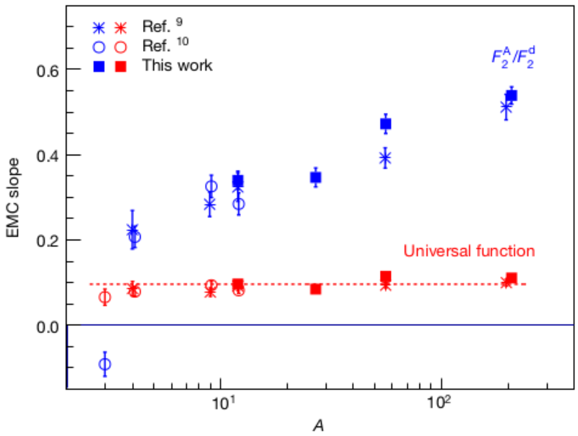



Рис. 4: Наклон EMC эффекта и универсальная функция модификации для различных ядер [14].

тов за пределами стандартной модели в экспериментах с нейтрино.

# 3 Расчет характеристик реакции $^{12}C(p,2pN)^{10}A$ при энергии E = 4 ГэВ/нуклон

## 3.1 Элементы формализма

Рассмотрим реакцию типа $A+p \to B+p+p+N$. Фейнмановскую диаграмму данной реакции (рис. 2a) можно описать матричным элементом [15],

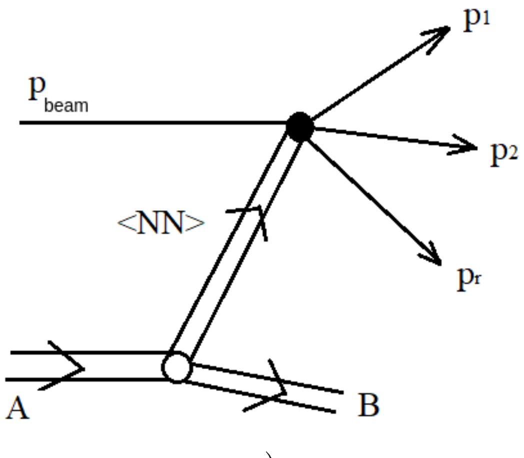
$$M_{fi} = M(A \to B + <NN>) \frac{1}{p^2_{<NN>} - m^2_{<NN>} + i\varepsilon} M(p <NN> \to pNN), \tag{1}$$

который является произведением трех множителей: $M(A \to B + < NN >)$ - амплитуда виртуального распада ядра A на <NN> пару и ядро B в заданных внутренних состояниях и определенном состоянии относительного движения центра масс, пропагатора <NN> пары $\frac{1}{p^2_{<NN>} - m^2_{<NN>} + i\varepsilon}$, в котором $p_{<NN>}(m_{<NN>})$ - 4-импульс (масса) <NN> пары, а также $M(p < NN > \to pNN)$ - амплитуды процесса выбивания нуклона из <NN> - внешним протоном. Амплитуда реакции $A \to B + \langle NN \rangle$ может быть представленна в виде:

$$M(A \to B + x) = -S_A^x(\varepsilon_A^{B+\langle NN \rangle} + p_B^2/2\mu)\Phi_{\nu\Lambda M_\Lambda}(\vec{k_{cm}})\sqrt{2m_A 2m_B 2m_{\langle NN \rangle}}, \tag{2}$$

где $S_A^x = \begin{pmatrix} A \\ 2 \end{pmatrix}^{1/2} \langle \psi_A | \psi_B \Phi_{\nu\Lambda}(\vec{R}_{A-x} - \vec{R}_x)\psi_x) \rangle$ – спектроскопический фактор кластера x в ядре A.

Используя трансляционно-инвариантную модель оболочек (ТИМО) [16] с промежуточной связью для ядерных волновых функций $\psi_A, \psi_B, \psi_x$, мы можем получить матричный элемент



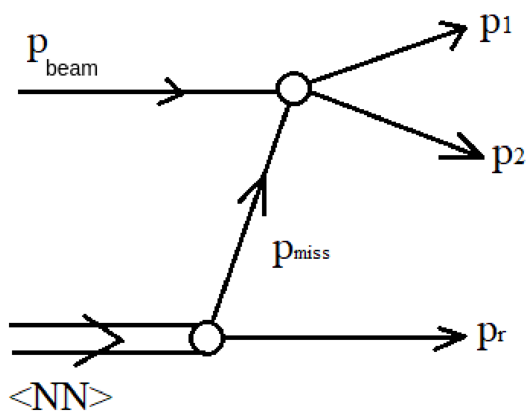




Рис. 5: Полюсные механизмы реакций $A + p \to p + p + N + B$ (а) и $< NN > +p \to p + N + N$ (б).

$$
\begin{aligned}
M_{fi}(pA \to ppNB) = \binom{A}{2}^{1/2} \sum_{M_{J_x}, \overline{J}, \overline{M}, M_\Lambda} \sum_{\alpha_i, \alpha_f, N, \Lambda, L_0} \alpha_i^{AJ_iT_i} \alpha_f^{A-2J_fT_f} \\
\langle A\alpha_i | A-2\alpha_f, N\Lambda; x\rangle (\Lambda M_\Lambda J_x M_x | \overline{JM})(J_f M_f \overline{JM}) \\
(T_f M_{T_f} T_x M_{T_x} | T_i M_{T_i}) U(\Lambda L_x \overline{J} S_x; L_0 J_x) \begin{Bmatrix} L_f & S_f & J_f \\ L_0 & S_x & J \\ L_i & S_i & J_i \end{Bmatrix} \\
((2L_i+1)(2S_i+1)(2J_f+1)(2\overline{J}+1))^{1/2} \Phi_{N\Lambda M_\Lambda}(k_{cm}) \\
\langle \vec{p_1}\sigma_1, \vec{p_2}\sigma_2, \vec{p_r}\sigma_r | \hat{M}(p\langle NN\rangle \to p_1 p_2 p_r) | \vec{p}\sigma_p, -\vec{p_B} M_x\rangle,
\end{aligned}
\tag{3}
$$

в котором использованы стандартные обозначения для коэффициентов Клебша-Гордана, коэффициентов Рака и 9-j символов вращения; $< A\alpha_i | A- 2\alpha_f, N\Lambda; x >$ - генеалогические коэффициенты ТИМО; $\alpha_i^{AJ_iT_i}$ и $\alpha_f^{A-2J_fT_f}$ - коэффициенты промежуточной связи начального и конечного ядер;$L_j, S_j, J_j, T_j$ - орбитальный момент, спин, полный угловой момент и изоспин ядра(<NN>-кластера) j (j = i - ядро A; j = f - ядро B, j = x - кластер x).Нормировка волновой функции $\Phi_{N\Lambda M_\Lambda}(\vec{k_B})$: $\int |\Phi_{N\Lambda M_\Lambda}(\vec{k})|^2 \frac{d^3k}{(2\pi)^3} = 1$.

Матричный элемент $M(p < NN > \to pNN)$ можно вычислить из соответствующей фейнмановской диаграммы (Рис. 2б).

При больших значениях импульса нуклона-отдачи $p_r = p_{rel}$ важен учет релятивистских эффектов. Для их учета мы рассматриваем диаграмму реакции(Рис.2б), в старой теории возмущения(упорядоченной по времени), в которой, наряду с вершиной виртуального распада d на NN пару, есть вершина распада $\overline{N} + d \to N$. Эта вершина представляет проблему для теории. Переход в систему бесконечного импульса NN-пары позволяет подавить этот вклад. Данный подход называется динамикой светового фронта в бесспиновом приближении. Тогда, нужный нам матричный элемент выражается как[17],

$$M_{fi}(p < NN >\to pNN) = \frac{\psi_d^{LFD}(\vec{k_\perp, \xi})}{1-\xi} M_{fi}(pN \to pN), \tag{4}$$

где $\xi$ и $\vec{k_\perp}$ - внутренние переменные светового фронта процесса $< NN >\to p_r + p_N$, которые связаны с одночастичными переменными(Рис. 6), как

$$\xi = \frac{p_r^+}{p_r^+ + p_N^+}, \tag{5}$$

$$\vec{k_\perp} = \xi \vec{p_{r\perp}} - (1-\xi)\vec{p_{N\perp}}, \tag{6}$$

где $\vec{p_\perp}$ и $p^+ = p_3 - p_0$ - кинематические компоненты 4-импульса при квантовании на плоскости $x^+ = ct + z$ [17]. Физический смысл внутренней переменной $\xi$ - доля 3-импульса дейтрона, уносимая выбиваемым нуклоном в системе бесконечного импульса дейтрона(NN-пары).

Для учета короткодействующих корреляций квазидейтронной нуклонной пары мы должны заменить оболочечную функцию кластера <NN> на реалистическую волновую функцию дейтрона. В данном случае релятивистская функция дейтрона связана с нерелятивистской соотношением следующим образом:

$$\psi_d^{LFD}(\vec{q}) = \sqrt{\varepsilon(\vec{q})}\varphi_d^{nr}(\vec{q}), \tag{7}$$

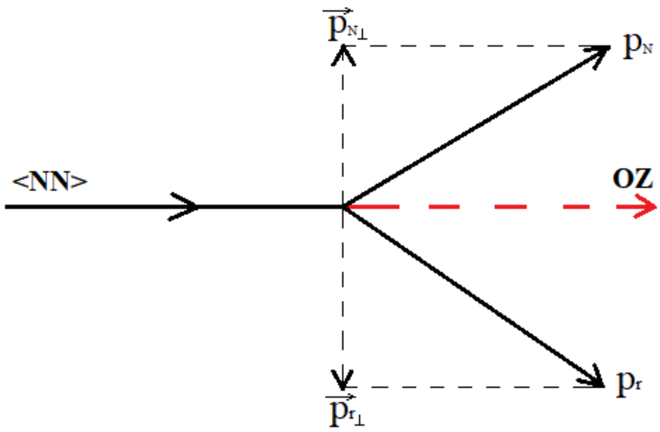



Рис. 6: Кинематика процесса виртуального распада <NN>$\rightarrow p_r + p_N$.

где $\varepsilon(\vec{q}) = \sqrt{m_N^2 + \vec{q}^2}$. Нормировка волновой функции $\varphi_d^{nr}(\vec{q})$:

$$\int |\varphi_d^{nr}(\vec{q})|^2 \frac{d^3q}{(2\pi)^3} = 1. \tag{8}$$

Полученные выше матричные элементы можно связать с инвариантными сечениями реакции $a + b \rightarrow 1 + 2 + 3 + 4$ следующим образом [18]:

$$d\sigma = (2\pi)^4 \delta^{(4)}(P_i - P_f) \frac{1}{4I} |M_{fi}|^2 \prod_{j=1}^{n} \frac{d^3p_j}{2E_j(2\pi)^3}. \tag{9}$$

Здесь $I = \sqrt{(p_a p_b)^2 - m_a^2 m_b^2}$ -потоковый фактор, $p_j(m_j)$ - 4-импульс частицы. Тогда инвариантное сечение данной реакции:

$$d\sigma = (2\pi)^{-8} \frac{1}{4I} |M_{fi}|^2 \frac{d^3P_1}{2E_1} \frac{d^3P_2}{2E_2} \frac{q_{Br}}{4\sqrt{s_{Br}}} d\Omega_{\vec{q}_{Br}}, \tag{10}$$

где $q_{\vec{B}r}$ - относительный импульс пары нуклонов $p_B$ и $p_r$, $p_1$ - импульс рассеянного нуклона, $p_2$ - импульс выбитого нуклона, $s_{Br} = (p_B + p_r)^2$ - квадрат инвариантной массы. Элемент телесного угла можно выразить, как:

$$d\Omega_{\vec{q}_{Br}} = \frac{4\sqrt{s_{Br}}}{|\vec{q}_{Br}|} \sum_{\pm} \frac{|P_\alpha|^3}{4|R_0(\vec{P}_\alpha^{(\pm)})^2 - E_\alpha^{(\pm)} \vec{R} \vec{P}_\alpha^{(\pm)}|} d\Omega_{\vec{q}_\alpha}, \tag{11}$$

где $R = (R_0, \vec{R})$ $(R_0 = E_{beam} + E_A - E_1 - E_2, \vec{R} = \vec{P}_{beam} + \vec{P_A} - \vec{P_1} - \vec{P_2})$, суммирование идет по решениям уравнения $E_0 - E_r - E_B = 0$ при условии $\vec{R} = \vec{p_r} + \vec{P_B}$, а за $\alpha$(полный 4-импульс пары частиц в конечном состоянии) можно брать как B, так и r.

Все перечисленное ранее приводит нас к величине

$$f = \frac{d^8\sigma}{dP_1 d\Omega_1 dP_2 d\Omega_2 d\Omega_r} \frac{2E_1}{P_1^2} \frac{2E_2}{P_2^2} = \frac{1}{(2\pi)^8} \frac{1}{4I} |M_{fi}|^2 \frac{|P_r|^3}{4|R_0(\vec{P}_r)^2 - E_r \vec{R}\vec{P}_r|}, \tag{12}$$

численные расчеты которой, полученные далее в данной работе, используются для анализа реакции $^{12}C + p \rightarrow ^{10}A + pp + N$.

## 3.2 Вклад синглетной пары в общее сечение.

Рассмотрим различные каналы исследуемой нами реакции:

1. $^{12}C + p \rightarrow ^{10}B + p + p + n$ (np-КНК);
2. $^{12}C + p \rightarrow ^{10}Be + p + p + p$ (pp-КНК).

В первом случае мы рассматриваем триплетную $\{pn\}_t(^3S_1 + ^3D_1)$ пару с S = 1 и T = 0. В данном случае в качестве волновой функции np-пары может быть использована волновая функция дейтрона(т.к. в КНК паре распределение волновой функции совпадает с распределением волновой функцией дейтрона[10]).

Теперь рассмотрим 2 канал реакции. В данном случае мы рассматриваем синглетную $\{pn\}_s(^1S_0)$ пару с S = 0 и T = 1. Расчет импульсного распределения в $^1S_0$ паре был представлен в работе[19]. При рассмотрении данного канала реакции перед нами сразу же возникает проблема: для pp-пары($^1S_0$) нет связанных состояний, в отличие от $^3S_1 -^3 D_1$ состояния, которое описывается, как дейтрон. Однако, для данного состояния существует виртуальный уровень, представляющий из себя полюс матрицы рассеяния на нефизическом листе комплексной плоскости. Для определенности далее будем рассматривать переход на ядро $^{10}B$, то есть исследовать $\{pn\}_s$-пару. Амплитуда pn-рассеяния на половину вне массовой поверхности $A(\{pn\}_s \to p+n) = \langle\vec{q}|\hat{T}(^1S_0)|\vec{k}\rangle$ задается матричным элементом, а тогда соответствующую ей волновую функцию для рассеяния можно получить в виде:

$$\psi_k^{(-)}(\vec{q}) = \frac{\langle\vec{q}|\hat{T}(^1S_0)|\vec{k}\rangle}{\varepsilon_s + \vec{q}^2/2\mu}, \tag{13}$$

где $\mu = \frac{m}{2}$ – приведенная масса.

Таким образом, мы получим волновую функцию рассеяния, как решение уравнения Шредингера с синглетным потенциалом для несвязанного $\{pn\}_s$-состояния. Однако,волновая функция $^1S_0$-$\{pn\}_s$-пары в ядре обязательно должна находиться в связанном состоянии и убывать на бесконечности, а полученная нами волновая функция рассеяния не обладает такими свойствами даже в точке полюса. Поэтому,мы можем взять $\{pn\}_s$-волновую функцию при нулевой энергии и утверждать, что она является хорошим приближением волновой функции связанного(за счет потенциала эффективного взаимодействия, учитывающего влияние других нуклонов ядра) $^1S_0$-состояния состояния. Основанием для этого приближения является хорошо работающее аналитическое продолжение в точку полюса для $^3S_1$-пары, которое показывает, что функция рассеяния при низкой положительной энергии и функция связанного состояния (для одного и того же NN потенциала) очень близки[20]:

$$\lim_{k\to i\alpha}\{-\sqrt{\frac{\alpha(k^2+\alpha^2)}{2\pi}}e^{i\delta}\psi_k^{(-)}(r)\} = \psi_{bs}(r), \tag{14}$$

Из предыдущей формулы можно получить перенормировочный множитель $\psi_k^{(-)}(r) \to \psi_{bs}(r)$ : $\sqrt{\frac{\alpha(k^2+\alpha^2)}{2\pi}}e^{i\delta(^1S_0)}$. Далее, полученную функцию приближения волновой функции $^1S_0-$ связанного состояния в импульсном представлении нужно нормировать на единицу, аналогично нормировке волновой функции дейтрона: $\int |\psi(q)|^2 \frac{d^3q}{(2\pi)^3} = 1$.

Амплитуда $pn$-рассеяния $f(q;k) = -\frac{\mu}{2\pi\hbar^2}\langle\vec{q}|\hat{T}|\vec{k}\rangle$ с CD Bonn NN потенциалом может быть представленна, как [21]:

$$f(p, p'; k) = \frac{2\pi^2 M_N g(p) g(p')}{1 - M_N \int d^3q \frac{g^2(q)}{q^2 - k^2 - i\varepsilon}}, \tag{15}$$

где $g(p) = \sum\limits_i \frac{c_i}{p^2+\beta_i^2}$ - формфакторы для $^1S_0$; $c_i$ и $\beta_i$ - параметры для сепарабельного представления CD Bonn потенциала. Расчет интеграла входящего в амплитуду рассеяния представлен в Приложении А.

Исходя из приведенных рассуждений, можно выразить волновую функцию для связанного $\{pn\}_s$ - состояния:

$$\varphi_{bs}^{1s_0}(q) = \sqrt{N\frac{\alpha(k^2+\alpha^2)}{2\pi}}\frac{\pi\hbar^2}{m_N}\frac{f(p, p'; k)}{\varepsilon_s + q^2/2\mu}, \tag{16}$$

где N – множитель, полученный из нормировки $\int |\psi(q)|^2 \frac{d^3q}{(2\pi)^3} = 1$. Важно отметить, что рассмотренный формализм для $\{pn\}_s(^1S_0)$ так же может быть применен для $pp$ и $nn$ синглетных пар.

## 3.3 Численные результаты.

В настоящее время, коллаборацией BM@N получены результаты эксперимента по исследованию КНК, данные которого в данный момент находятся в стадии анализа. Подходом к исследованию является использование инверсной кинематики в реакции квази-свободного выбивания протона из водородной мишени, используя пучок ядер $^{12}C$ с энергией 4 ГэВ/нуклон.

Численные оценки, выполненные в данной работе, проведены для реакции $^{12}C + p \rightarrow ^{10}A + pp + N$ в системе покоя ядра $^{12}C$, с образованием ядра-остатка $^{10}B$, при энергии протонного пучка 4 ГэВ/нуклон. Рассмотрены переходы на 7 низших возбужденных состояний ядра-остатка с полным угловым моментом $J_f$ и изоспином $T_f$ (Табл.1). Реакция, подобная этой($pd \rightarrow (pp)N$), рассматривалась ранее[22].

| № | $E_B$(МэВ) | $T_f$ | $J_f$ | $\Lambda$ |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 0 | 0 | 3 | 2 |
| 2 | 0.717 | 0 | 1 | 0,2 |
| 3 | 2.15 | 0 | 1 | 0,2 |
| 4 | 3.58 | 0 | 2 | 2 |
| 5 | 5.92 | 0 | 2 | 2 |
| 6 | 1.74 | 1 | 0 | 0 |
| 7 | 5.17 | 1 | 2 | 2 |

Табл.1: Нижняя часть спектров уровней ядра $^{10}B$.

Для вычисления исследуемой функции распределения f (12) необходимо взять квадрат волновой функции $\psi_{\nu\Lambda M_\Lambda}(\vec{p}_B)$. Соответствующая ей радиальная часть $R_{\nu\Lambda}(\frac{p_B}{p_0})$ определяется, как :

$$R_{20} = C\sqrt{\frac{3}{2}}(1-\frac{2}{3}x^2)exp(-\frac{x^2}{2}); R_{22} = C\frac{4}{15}x^2exp(-\frac{x^2}{2}), \qquad (17)$$

где С $= \sqrt{\frac{4}{\sqrt{\pi}p_0^3}}$, а $x = \frac{p_B}{p_0}$($p_0$ - осцилляторный параметр). Таким образом, при значениях импульса ядра-остатка близким к нулю, волновая функция с $\Lambda = 2$ тоже стремится к нулю. Следовательно, значительно большее сечение взаимодействия при малом импульсе ядра-остатка $p_B$ соответствует переходам на уровни ядра B с энергией E$^*$ = 0.717, 2.15 и 1.74 МэВ, имеющих значение орбитального момента относительного движения центра масс пары $\Lambda = 0$. При повышении импульса $p_B$ поднимается вклад уровней с $\Lambda = 2$, а вклад уровней с $\Lambda = 0$ уменьшается.

### 3.3.1 Результаты вычислений для нулевого импульса ядра-остатка.

Исходя из всех вышеперичисленных фактов следует, что для энергии $E_B \approx 0$ подавляются переходы на уровни ядра остатка с $\Lambda = 2$. На (Рис. 7) приведены результаты расчетов сечения для переходов на уровни с $\Lambda = 0$ и $T_f = 0$, в зависимости от импульса $p_{miss}$, для CD Bonn потенциала NN взаимодействия. Углы вылета нуклона-спектатора, ядра-остатка и рассеяного нуклона, соответственно равны $\theta_r = 10°, \varphi_r = 0, \theta_B = 180°, \varphi_B = 180°, \theta_1 = 17°, \varphi_1 = 0$. Для расчета характеристик реакции данной пары ($\{pn\}_t(^3S_1 -^3 D_1)$ с $T_f$=0) использовалась волновая функция дейтрона. На (Рис. 9) показаны вклады s- и d-волновой части в волновую функцию дейтрона нормированную на максимум дифференциального сечения реакции. Вклады всех основных величин, входящих в сечение, таких как квадрат волновой функции, фазовый объем и дифференциальное сечение pp-рассеяния показаны на (Рис. 8).

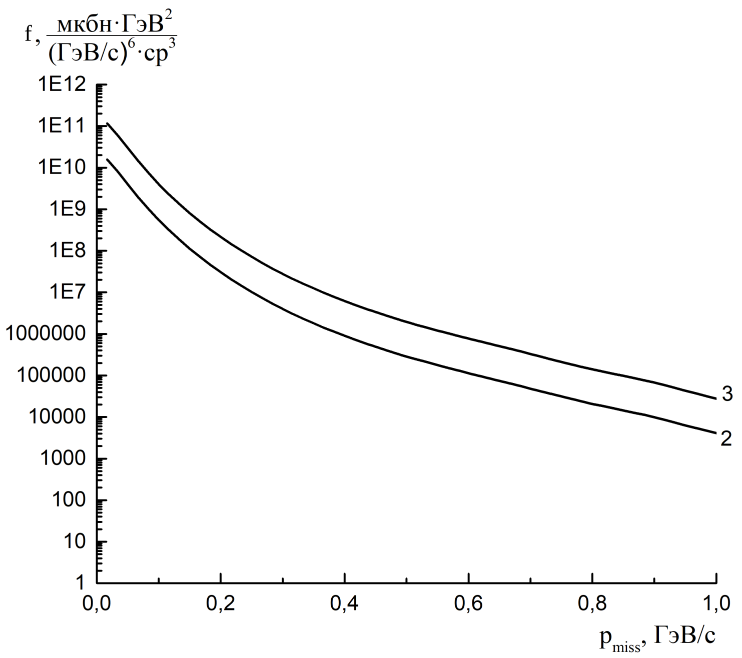



Рис. 7: Функция распределения f для переходов на 2 и 3 уровни энергии ядра остатка с $\Lambda = 0, 2$ в зависимости от импульса $p_{miss}$.

Основной задачей данной работы являлось определение синглетного ($\{pn\}_s$-($^1S_0$) с S = 0 , $T_f$ = 1) вклада в сечение реакции. На (Рис. 10) приведен график, соответствующий переходу на уровень с энергией E$^*$ = 1.74 МэВ и $T_f = 1$. Для расчетов использовались те же входные параметры, что и на (Рис. 7). Данная кривая имеет узел в точке $q_{miss} \sim 0.4$ Гэв/с, что связано с отталкиванием нуклона в синглетном NN-потенциале на расстояниях $r_{NN} \sim 0.5$ фм. Для сравнения на рисун-

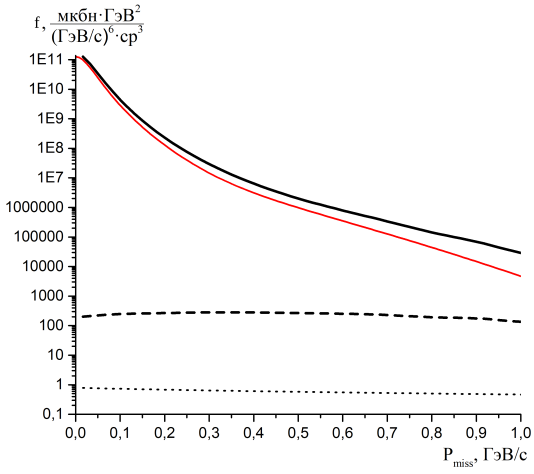



Рис. 8: Вклады квадрата модуля волновой функции нормированной на максимум сечения(красная линия), фазового объема(пунктирная) и сечения pp-рассеяния(штриховая) в функцию распределения f(черная) .

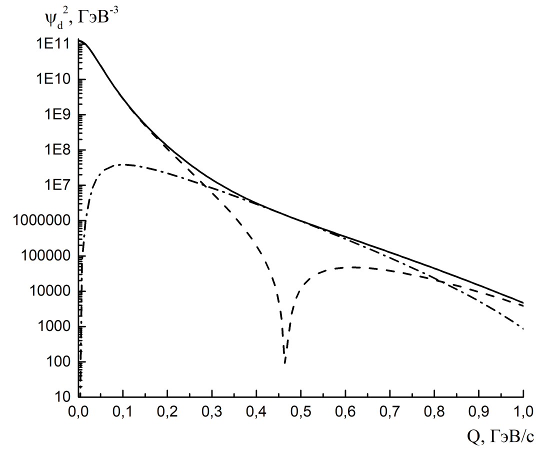



Рис. 9: Вклад s-(штриховая линия) и d- (штрих-пунктирная) в волновую функцию дейтрона.

ке также представлен график суммарного вклада $\{pn\}_t$-пары($^3S_1 -^3 D_1$) при переходе на уровни ядра-остатка с $\mathrm{E}_B = 0.717$, 2.15 МэВ.

Отношение вклада $\{pn\}_s$-КНК пары к вкладу $pn_t$-КНК-пары $\frac{\{pn\}_s(^1S_0)}{\{pn\}_t(^3S_1-^3D_1)} \approx 10^{-2}$, и зависит от интервала $p_{miss}$, что видно из (Рис. 10). Таким образом, полученные результаты для синглетного вклада не противоречат экспериментальным данным($\frac{pn(^1S_0)}{pp(^3S_1-^3D_1)} \approx \frac{1}{20} = 0.05$)[8]. Расхождения обусловлены тем, что в расчетах не учтены все переходы на уровни ядра-остатка, а также взаимодействия в начальном и конечном состояниях.

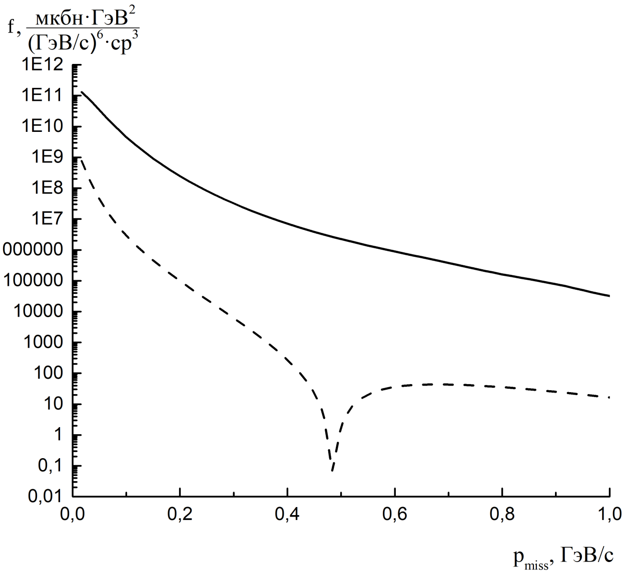



Рис. 10: Вклад короткодействующей $\{pn\}_s$ пары при переходе на уровень 6 с $T_f = 1$(штриховая линия) и суммарный вклад $\{pn\}_t$ пары при переходе на уровни 2 и 3 ядра-остатка с $T_f = 0$(сплошная линия) в функцию распределения f для реакции с импульсом ядра остатка $p_B \approx 0$ МэВ/с.

### 3.3.2 Результаты вычислений для импульса ядра-остатка $\mathrm{p}_B = 100$ МэВ/с.

Рассмотрим другую область кинематики. При увеличении импульса ядра-остатка $\mathrm{E}_B$ поднимается вклад уровней с $\Lambda = 2$, а вклад уровней с $\Lambda = 0$ уменьшается. При достижении энергии $\mathrm{E}_B = 100$ МэВ значительно подавляются уровни с $\Lambda = 0$. На (Рис. 11) приведены результаты расчетов сечения для переходов на уровни с $\Lambda = 2$ и $T_f = 0$ в зависимости от импульса $p_{miss}$ для CD Bonn потенциала NN взаимодействия. Углы вылета нуклона-спектатора, ядра-остатка и рассеяного нуклона, соответственно равны $\theta_r = 10°, \varphi_r = 0, \theta_B = 30°, \varphi_B = 0, \theta_1 = 20°, \varphi_1 = 0$. Расчеты характеристик в данной области аналогичных расчету характеристик для (Рис. 7).

Вклад $^1S_0$ - дипротона в общее сечение также был рассчитан для данной области кинематики. На (Рис. 12) приведен график, соответствующий переходу на уровень с энергией $\mathrm{E}^* = 5.17$ МэВ и $T_f = 1$, а

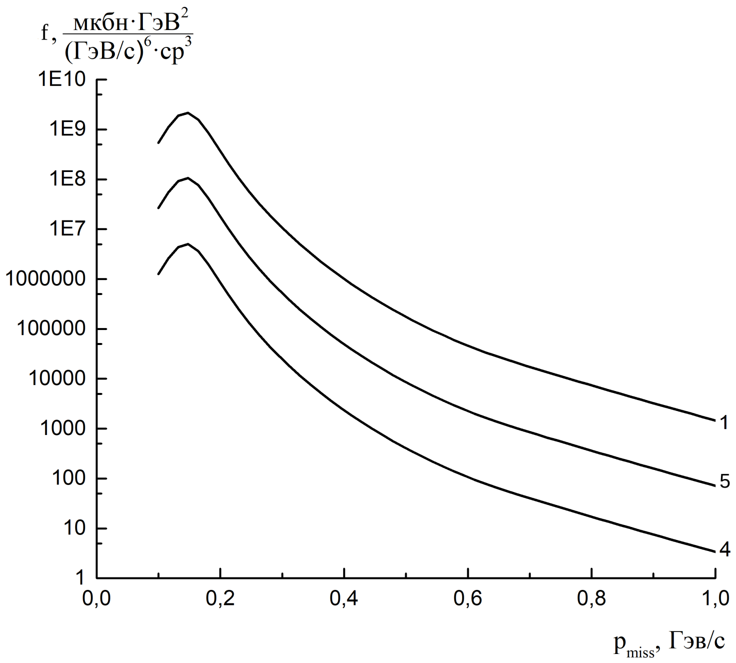



Рис. 11: Функция распределения f реакции для переходов на 1, 4 и 5 уровни энергии ядра-остатка с $\Lambda = 2$ в зависимости от импульса $p_{miss}$.

также отображен суммарный вклад $\{pn\}_t$-пары при переходе на уровни ядра-остатка с $\mathrm{E}_B = 0$, 3.58, 5.92 МэВ. Отношение вклада $\{pn\}_s$-КНК пары к вкладу $\{pn\}_t$-КНК-пары $\frac{\{pn\}_s(^1S_0)}{\{pn\}_t(^3S_1-^3D_1)} \approx 10^{-2}$, и зависит от интервала $p_{miss}$, что видно из (Рис. 12). Таким образом, полученные результаты для синглетного вклада не противоречат экспериментальным данным($\frac{pn(^1S_0)}{pp(^3S_1-^3D_1)} \approx \frac{1}{20} = 0.05$)[8]. Расхождения полученных результатов с экспериментальными данными для синглетной NN-пары в этой области обусловлены тем, что в расчетах не учтены все переходы на уровни ядра-остатка, а также взаимодействия в начальном и конечном состояниях.

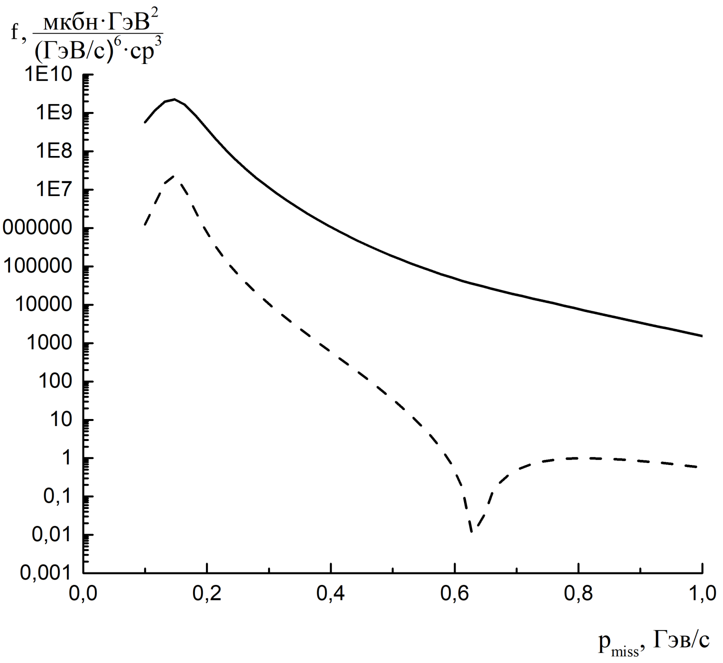



Рис. 12: Вклад короткодействующей $\{pn\}_s$ пары при переходе на уровень 7 с $T_f = 1$(штриховая линия) и суммарный вклад $\{pn\}_t$ пары при переходе на уровни 1, 4 и 5 ядра-остатка с $T_f = 0$(сплошная линия) в функцию распределения f для реакции с импульсом ядра остатка $p_B \approx$ 100 МэВ/с.

# 4 Выводы

1. В рамках данной работы был освоен формализм расчета характеристики реакций $p +^{12} C \to^{10} A + p + N + N$ в условиях кинематики эксперимента BM@N.

2. Для выполнении численного анализа исследуемой реакции была освоена и модифицирована(для учета вклада $^1S_0$) программа для расчета её характеристик.

3. Произведен численный расчет вклада $^1S_0$ и $(^3S_1 -^3 D_1)$ КНК-пар в распределения по импульсу $p_{miss}$ в кинематических областях с $p_B = 0$ и $p_B = 100$ МэВ/с.

4. Результат сравнения вкладов $^1S_0$ и $(^3S_1 -^3 D_1)$ КНК-пар не противоречит полученным ранее экспериментальным данным($\frac{pn(^3S_1 -^3 D_1)}{pp(^1S_0)} = 20$)[8].

## 5 Заключение

В данной работе в рамках плосковолнового импульсного приближения проведен расчет характеристик реакции $p +^{12} C \rightarrow^{10} A + p + N + N$ в кинематике эксперимента BM@N. Для расчета структурных факторов и импульсных распределений NN- кластеров использована трансляционно-инвариантная модель оболочек, использовавшаяся ранее для описания реакций квазиупругого выбивания быстрых дейтронов из легких ядер протонами. Учет короткодейсnвующих NN- корреляций проводится путем замены оболочечной волновой функции внутреннего движения в NN-кластере на реалистическую волновую функцию дейтрона для спина пары S=1 и на волновую функцию синглетного дейтрона или ($^1S_0$-дипротона) для S=0. Вычислен относительный вклад синглетных и триплетых NN пар для переходов на нижние возбужденные состояния остаточных ядер $^{10}B(^{11}Be)$.

# Список литературы


[1] Д.И. Блохинцев, ЖЭТФ, Т.33. (1957) 1295

[2] Л.С. Ажгирей и др., ЖЭТФ, Т.33. (1957) 1185

[3] А.М. Балдин, Сообщение ОИЯИ Р1-5819, Дубна (1971);
А.М. Балдин, Краткие сообщения по физике, Т.18 (1971) 465

[4] А.М. Балдин, ЭЧАЯ, Т.8 (1977) 429;
А.М. Балдин, ЯФ, Т.20 (1974) 1201

[5] В.С. Ставинский, ЭЧАЯ, Т.13 (1982) 613

[6] М.И. Стрикман, Л.Л. Франкфурт, Письма в ЖЭТФ, Т.30 (1979) 373

[7] O. Hen, G.A. Miller, E. Piasetzky, L.B. Weinstein, Rev. Mod. Phys., 89 (2017) 45002

[8] M. Duer, A. Schmidt, J.R. Pybus et al., Phys. Rev. Lett., 122 (2019) 172502

[9] SRC@BMN proposal: http://bmnshift.jinr.ru/wiki/doku.php

[10] O. Cohen at al., Phys. Rev. Lett., 121 (2018) 092501

[11] J.J. Aubert et al., Phys. Lett. B, 123 (1983) 275

[12] O. Hen, D.W. Higinbotham, G. A. Miller, E. Piasetzky, L. B. Weinstein, Int. J. Mod. Phys. E, 22 (2013) 1330017

[13] M. Patsyuk , O. Hen, E. Piasetzky, EPJ Web of Conferences, 204 (2019) 01016

[14] B. Schmookler at al., Nature, 566 (2019) 354

[15] Ю.Н. Узиков, Известия РАН. Серия физическая., Т.84 (2020) 580

[16] М.А. Жусупов, Ю.Н. Узиков, ЭЧАЯ, Т.18 (1987) 323

[17] Ю.Н. Узиков, ЯФ, Т. 55, № 9 (1992) 2374

[18] Ю.Н. Узиков, Избранные главы квантовой теории столкновений : Учебное пособие. Москва: КДУ, Университетская книга (2017)

[19] R. Weiss, I. Korover , E. Piasetzky, O. Hen, N. Barnea, Phys. Lett. B, 791 (2019) 242

[20] G. Fäldt,C. Wilkin, Phys. Lett. B, 382 (1996) 209

[21] V. Lensky at al., Eur. Phys. J. A, 26 (2005) 107

[22] J. Haidenbauer, Yu.N. Uzikov, Phys. Lett. B, 562 (2003) 227

## A Вычисление интеграла $\int d^3q \frac{g^2(q)}{q^2-k^2-i\varepsilon}$

Формфактор для ${}^1S_0$:

$$g(p) = \sum_i \frac{c_i}{p^2+\beta_i^2} \qquad (18)$$

Тогда:

$$I = \{d^3q = q^2 dq d\Omega\} = 4\pi \int_0^\infty \frac{q^2 dq}{q^2-k^2-i\varepsilon} \sum_i \frac{c_i}{q^2+\beta_i^2} \qquad (19)$$

1) Интеграл от члена с $i \neq j$:

$$I_1 = \lim_{\varepsilon\to 0} \int_0^\infty \frac{q^2 dq}{(q^2+\beta_i^2)(q^2+\beta_j^2)(q^2-k^2-i\varepsilon)} = \\ = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^\infty \frac{q^2 dq}{(q^2+\beta_i^2)(q^2+\beta_j^2)(q^2-k^2-i\varepsilon)} \qquad (20)$$

Полюсы 1-го порядка($Rez[f(z) = \frac{\varphi(z)}{\psi(z)}, z_k] = \frac{\varphi(z_0)}{\psi'(z_0)}$): $q_{1,2} = \pm(k+i\varepsilon), q_{3,4} = \pm i\beta_i, q_{3,4} = \pm i\beta_j$. Значит,

$$I_1 = 2\pi i \sum_{k=1} Res[f(z), z_k] = 2\pi i \frac{1}{2} \int_{-\infty}^\infty \left( \frac{(i\beta_i)^2}{2i\beta_i(-\beta_i^2+\beta_j^2)((i\beta_i)^2-k^2-i\varepsilon)} + \right. \\ \left. + \frac{(i\beta_j)^2}{2i\beta_j(-\beta_j^2+\beta_j^2)((i\beta_j)^2-k^2-i\varepsilon)} + \frac{(k+i\varepsilon)^2}{2(k+i\varepsilon)(k^2+\beta_i^2)(k^2+\beta_j^2)} \right) = \\ = \frac{\pi}{2} \left\{ \frac{\beta_i^2}{(\beta_j^2-\beta_i^2)(\beta_i^2+k^2)} + \frac{\beta_j^2}{(\beta_i^2-\beta_j^2)(\beta_j^2+k^2)} + \frac{ki}{(\beta_j^2+k^2)(\beta_i^2+k^2)} \right\} \qquad (21)$$

2) Интеграл от члена с $i = j$:

$$I_2 == \lim_{\varepsilon\to 0} \frac{1}{2} \int_{-\infty}^\infty \frac{q^2 dq}{(q^2+\beta_j^2)^2(q^2-k^2-i\varepsilon)} \qquad (22)$$

Полюсы 1-го порядка($Rez[f(z) = \frac{\varphi(z)}{\psi(z)}, z_k] = \frac{\varphi(z_0)}{\psi'(z_0)}$): $q_{1,2} = \pm(k+i\varepsilon)$. Полюсы 2-го порядка($Rez[f(z), z_0] = \frac{1}{(2-1)!} \lim_{z\to z_0} \frac{d}{dz}[(z-z_0)^2 f(z)]$): $q_{3,4} =$

$\pm i\beta_j$. Тогда:

$$I_1 = 2\pi i\frac{1}{2}Res[f(z), k+i\varepsilon] + 2\pi i\frac{1}{2}Res[f(z), i\beta_j] = \tag{23}$$

$$= \pi i\frac{(k+i\varepsilon)^2}{2(k+i\varepsilon)(\beta^2+(k+i\varepsilon)^2)^2} + \pi i\lim_{z\to i\beta_j}\frac{d}{dq}(\frac{q^2}{(q^2+i\beta_j)^2(q^2-k^2-i\varepsilon)}) =$$

$$= \pi i\frac{(k+i\varepsilon)^2}{2(k+i\varepsilon)(\beta^2+(k+i\varepsilon)^2)^2} + 2\pi i(\frac{2i\beta}{-4\beta^2(-\beta^2-k^2)} - \frac{(-\beta^2)2i\beta}{-4\beta^2(-\beta^2-k^2)} -$$

$$-\frac{2(-\beta^2)}{-8i\beta^3(-\beta^2-k^2)}) = \frac{\pi}{2}(\frac{ik+\beta_j}{(k^2+\beta_j^2)^2} - \frac{1}{2\beta_j(k^2+\beta_j^2)}) \tag{24}$$

Тогда искомый интеграл:

$$I = \int d^3q\frac{g^2(q)}{q^2-k^2-i\varepsilon} = 4\pi\frac{\pi}{2}\sum_{i\neq j}^{n}\{\frac{1}{(\beta_i^2-\beta_j^2)}[\frac{\beta_j}{(\beta_j^2+k^2)} - \frac{\beta_i}{(\beta_i^2+k^2)}] +$$

$$+\frac{ik}{(\beta_j^2+k^2)(\beta_i^2+k^2)}\}C_iC_j + 4\pi\frac{\pi}{2}\sum_{j=1}^{n}\{(\frac{ik+\beta_j}{(k^2+\beta_j^2)^2} - \frac{1}{2\beta_j(k^2+\beta_j^2)}\}C_j^2 \tag{25}$$