

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В.ЛОМОНОСОВА»

ФИЗИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ

КАФЕДРА физики элементарных частиц

МАГИСТЕРСКАЯ ДИССЕРТАЦИЯ

«Оценка чувствительности нейтринного детектора
Байкал ГВД к регистрации нейтрино с энергиями в
интервале от 100 ТэВ до 10 ПэВ.»

Выполнил студент 209м группы

Амвросов Вениамин Владимирович

Научный руководитель:

доктор физ.-мат. наук Наумов Дмитрий Вадимович

Научный консультант:

кандидат физ.-мат. наук Сокальский Игорь Альбертович

Допущен к защите

Зав. кафедрой _____

Москва

2020

Оглавление

Предисловие	4
Основная задача данной работы	5
1 Что такое нейтрино, и как о нём узнали?	7
1.1 Открытие нейтрино	7
1.2 Для чего нужно изучать нейтрино?	11
1.3 Источники нейтрино высоких и сверхвысоких энергий	12
1.4 Другие источники нейтрино, наблюдаемых на Земле	13
2 Эксперимент Baikal-GVD	16
2.1 Задачи эксперимента	16
2.2 Детектирующая система	16
2.3 Регистрация событий в Baikal-GVD.	21
3 Моделирование прохождения мюонов через толщу воды	23
3.1 Пакет MUons+Medium (MUM)	23
3.2 Сечения взаимодействия мюонов с веществом	24
3.3 Расчет энергетических потерь	30
4 Расчет ожидаемых дифференциальных потоков мюонов на различных глубинах для эксперимента Baikal-GVD	34
4.1 Общая схема расчета дифференциальных потоков	34
4.2 Дифференциальный поток мюонов на уровне моря.	36

4.3	Плотность распределения $\frac{dP}{dE}(E', \cos\theta, h, E)$	38
4.4	Дифференциальные потоки на различных глубинах.	39
4.5	Стандартные отклонения для дифференциальных потоков.	42
	Заключение	53
	Условные обозначения	54
	Литература	55

Предисловие

Выполненная магистерская диссертация посвящена одному из нескольких этапов оценки чувствительности нейтринного телескопа Baikal-GVD к регистрации астрофизических нейтрино в интервале энергий от 100 ТэВ до 10 ПэВ, а именно оценке мюонного фона, производимого в атмосфере космическими лучами, влияющего на измерение спектров регистрируемых частиц. В главе 1 описывается история открытия нейтрино, некоторые свойства этих частиц, в том числе обсуждается, почему эти частицы представляют интерес для астрофизических исследований. Глава 2 дает общее описание эксперимента Baikal-GVD, для которого изначально была предназначена данная работа. В главе 3 рассматривается принципиальная схема моделирования прохождения мюонов через вещество в пакете MUons+Medium (MUM), который является одним из основных инструментов в данной работе. В главе 4 подробно рассматривается схема вычисления мюонных потоков на различных глубинах под водой, а также приводятся и обсуждаются полученные результаты.

Основная задача данной работы

Точная оценка эффективности детектирующей системы требует детального моделирования. Весь этот процесс можно условно разбить на несколько этапов:

- Построение геометрии детектора
- Моделирование физических процессов, влияющих на измерения в рамках заданной геометрии
- Оценка числа ожидаемых интересующих нас событий
- Оценка числа фоновых событий
- Создание методов отбора сигнальных событий и исключения фоновых

Интерес для эксперимента Baikal-GVD представляют события, связанные с астрофизическими нейтрино. В частности, к таким событиям относятся взаимодействия мюонных нейтрино через заряженный ток с нуклонами, входящими в состав ядра воды. В результате такого взаимодействия рождается заряженный мюон, регистрация которого позволяет обнаружить данное событие. Однако, такие взаимодействия не являются единственными источниками мюонов - в основном они рождаются в результате взаимодействия космических лучей с атмосферой и последующего распада продуктов этого

взаимодействия. Отношение мюонного потока к потоку мюонных нейтрино составляет примерно 10^6 , поэтому очень важно дать точную оценку спектров для этих мюонов, на основе которых в дальнейшем будут строиться критерии отбора интересующих нас событий. Задача данной работы состоит в том, чтобы провести эту оценку.

Глава 1

Что такое нейтрино, и как о нём узнали?

1.1 Открытие нейтрино

Впервые предсказание существования нейтрино как частицы без электрического заряда и со спином $\frac{1}{2}$ было высказано немецким учёным Вольфгангом Паули в 1930 году как объяснение несоответствия фундаментальных законов - закона сохранения энергии и закона сохранения импульса - результатам экспериментов по измерению спектров электрона в β -распаде, который по мнению ученых в то время выглядел следующим образом:

$$X_1 \longrightarrow X_2 + e^- \quad (1.1)$$

где X_1 - начальное состояние распадающегося ядра, X_2 - конечное, e^- - испущенный начальным ядром электрон. Несответствие заключалось в том, что спектр электронов имел вид, представленный на рис. 1.1, в то время как законы сохранения давали единственное возможное значение энергии (и импульса соответственно).

Паули предположил, что должна существовать еще одна частица, которая уносит часть начальной энергии и при этом не является детектируемой, так

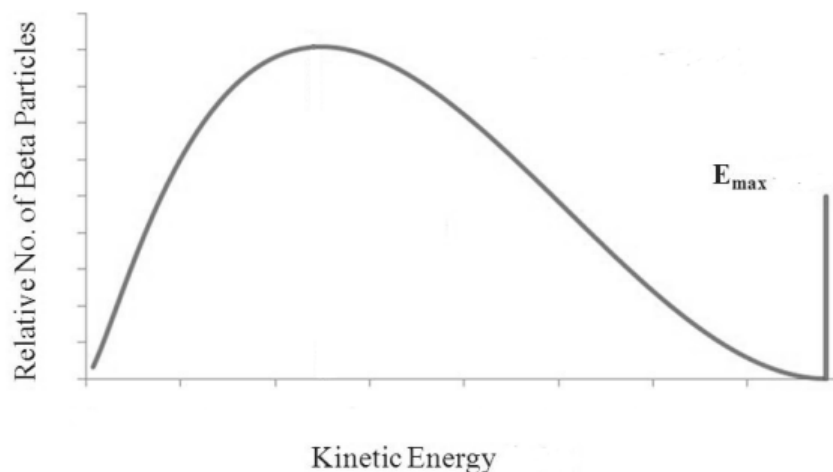


Рис. 1.1: Наблюдаемый спектр электронов в β -распаде. Зависимость числа наблюдаемых электронов от их кинетической энергии.

как не взаимодействует с веществом вообще. Допустив существование такой частицы, Энрико Ферми в 1934 году указал, что данная гипотеза устраняет указанное выше противоречие. Он разработал теорию, в которой вводилось новое взаимодействие с малым радиусом действия сил, которое было впоследствии названо слабым. Это взаимодействие вызывает превращение нейтрона в протон с одновременным рождением электрона и электронного антинейтрино. Вероятность взаимодействия частицы с мишенью (это может быть либо другая частица, либо вещество) определяется эффективным сечением σ , которое имеет смысл величины площади, через которую надо пройти частице, чтобы провзаимодействовать с этой мишенью. Значения сечения, характерные для взаимодействия нейтрино с веществом, лежат в диапазоне от 10^{-43} до 10^{-30} см². Для нейтрино МэВ-ного диапазона энергий (что соответствует энергиям нейтрино в бета-распаде) сечение по порядку величины равно 10^{-43} см². Сечения нейтринных взаимодействий намного меньше сечений других известных процессов. Используя значение сечения, можно оценить средний пробег нейтрино L в веществе, используя формулу:

$$L = \frac{1}{n\sigma} \quad (1.2)$$

где n - концентрация атомов данного вещества. Оценим пробег нейтрино в

воде.

$$n = \frac{N}{V} = \frac{M}{m_0 V} = \frac{\rho}{m_0} \quad (1.3)$$

$$L = \frac{m_0}{\rho \sigma}$$

где M - масса всего объема воды, V - объем, занимаемый водой, $m_0 = 3 \cdot 10^{-23}$ г - масса одной молекулы воды, $\rho = 1$ г/см³ - плотность воды, $\sigma \approx 10^{-43}$ см².

Подставляя числа в формулу 1.3, получим:

$$L \approx 3 \cdot 10^{20} \text{ см} = 3 \cdot 10^{15} \text{ км} \quad (1.4)$$

Это очень большое расстояние. Для сравнения - радиус Земли составляет 6371 км, что примерно в $4 \cdot 10^{12}$ раз меньше, чем указанный средний пробег. Именно поэтому в экспериментах по наблюдению β -распадов не регистрировалось антинейтрино. Впервые экспериментальный метод по обнаружению нейтрино был предложен в середине 1950х годов американскими учёными Фредериком Райнэсом и Клайдом Коуэном. Он заключался в наблюдении реакции обратного β -распада:



Несмотря на малую вероятность взаимодействия с водой (вследствие большого среднего пробега, который примерно равен 1.4, хотя энергии здесь гораздо больше единиц МэВ), события типа 1.5 всё же наблюдались, хотя и редко. Таким образом, наблюдение антинейтрино подтвердило факт существования нейтрино.

В дальнейшем было открыто существование трёх типов (или как их еще называют - ароматов или флейворов) нейтрино: электронные, мюонные и тау нейтрино. В совокупности с соответствующими лептонами (электроном, мюоном и тау-лептоном) они образуют три лептонных поколения. Соответствующие частицы (согласно оценкам и экспериментальным данным) в каждом

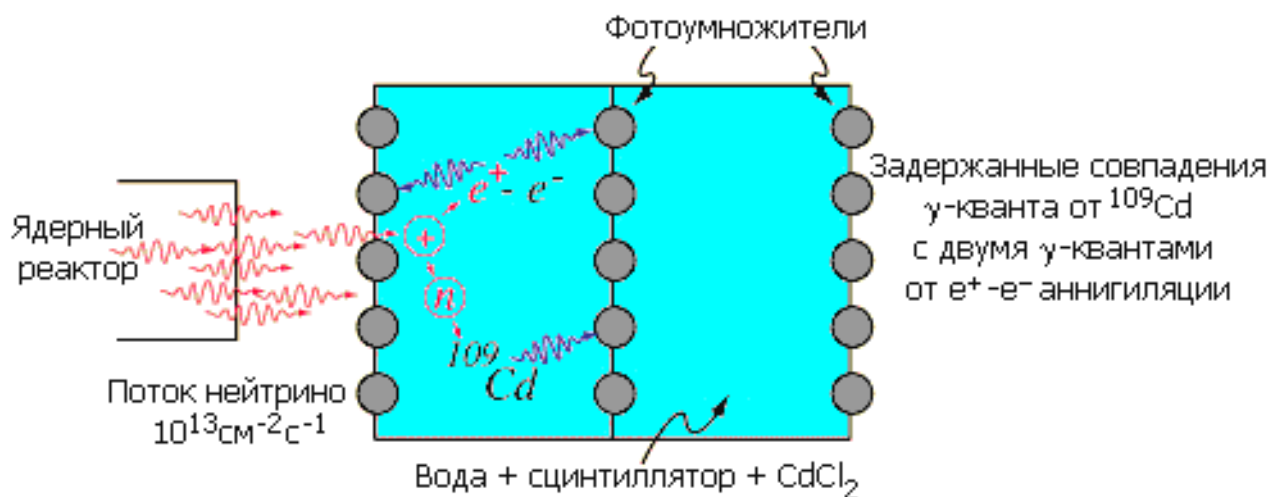


Рис. 1.2: Схема эксперимента Ф. Райнэса и К. Коуэна [12]

последующем поколении тяжелее предыдущих. Помимо указанных нейтрино, существуют предположения о существовании нескольких поколений так называемых "стерильных" нейтрино, которые в данной работе не рассматриваются. Информация о них может быть найдена, например, в [1].

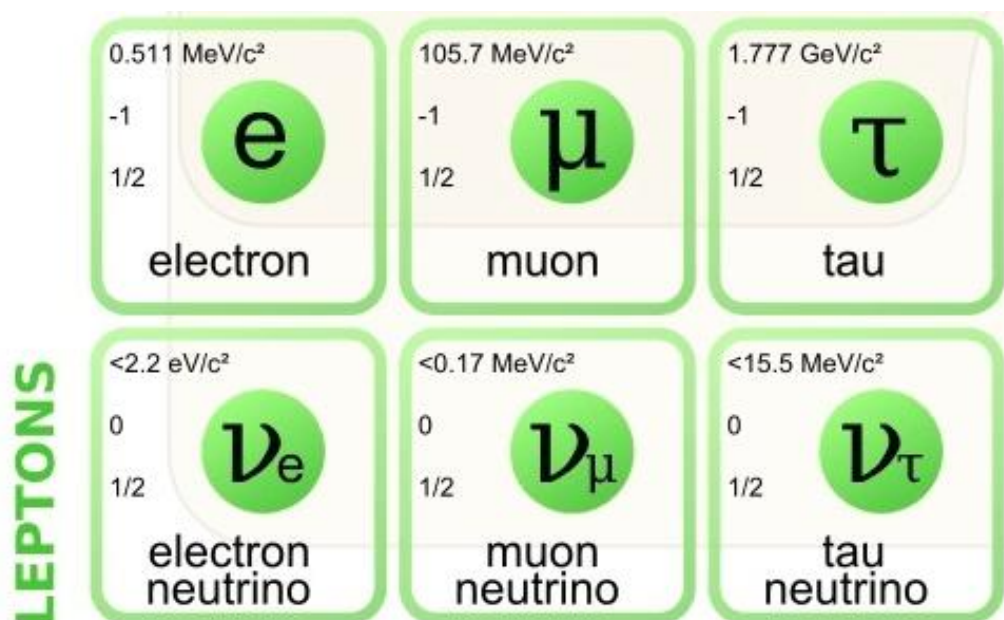


Рис. 1.3: Три поколения лептонов, существование которых экспериментально подтверждено

1.2 Для чего нужно изучать нейтрино?

В Стандартной Модели (основной модели физических процессов в физике частиц), описывающей электромагнитные, слабые и сильные взаимодействия, постулируется, что нейтрино обладают нулевой массой, хотя это и не подтверждено экспериментами, в которых до сих пор лишь накладывались верхние ограничения на массу (эти ограничения приведены на рис. 1.3). Однако, обнаружение нейтринных осцилляций в начале 2000х опровергло это предположение. Экспериментальное изучение осцилляций и уточнение параметров осцилляционной матрицы продолжается по сей день и, более того, является одним из самых многообещающих направлений физики элементарных частиц, которое в ближайшей перспективе позволит, например, ответить на вопрос о существовании нарушения CP-инвариантности в лептонном секторе. Более подробное обсуждение эффекта нейтринных осцилляций находится за рамками основных задач данной работы. Другая интересная особенность нейтрино (которая рассматривается в данной работе) представлена астрофизическим аспектом. Космические лучи, наблюдаемые на Земле, являются инструментом для изучения космических объектов. Среди этих лучей присутствуют нейтрино, рождённые в результате процессов, происходящих в этих объектах. Их энергетические спектры и угловое распределение несёт информацию об их источниках. Преимуществом нейтрино по отношению к другим составляющим космических лучей является то, что у них отсутствует электрический заряд, а значит, они не отклоняются галактическими и межгалактическими магнитными полями, и могут пролетать огромные расстояния, не отклоняясь от первоначальной траектории, которой они обладали, покидая свой источник. Это является очень важным фактом для составления карты источников космических лучей высоких и сверхвысоких энергий. Второй важнейшей особенностью является малое значение сечения взаимодействия, о чем упоминалось выше. Это приводит к тому, что нейтрино могут покидать экстремально

плотные ядра источников и нести информацию о внутренних процессах, в то время как, например, электромагнитное излучение позволяет наблюдать в основном только поверхность таких источников. Обратная сторона этого вопроса заключается в том, что нейтрино по той же причине сложно зарегистрировать. Малость сечения приводит, во-первых, к тому, что требуются огромные объемы детектирующей системы, и во-вторых, большое время набора статистики. Так, например, эксперимент IceCube, впервые зарегистрировавший астрофизические нейтрино, имеет эффективный объем детектора порядка 1 км^3 и при этом регистрирует около 2-3 нейтрино в год (рис. 1.4).

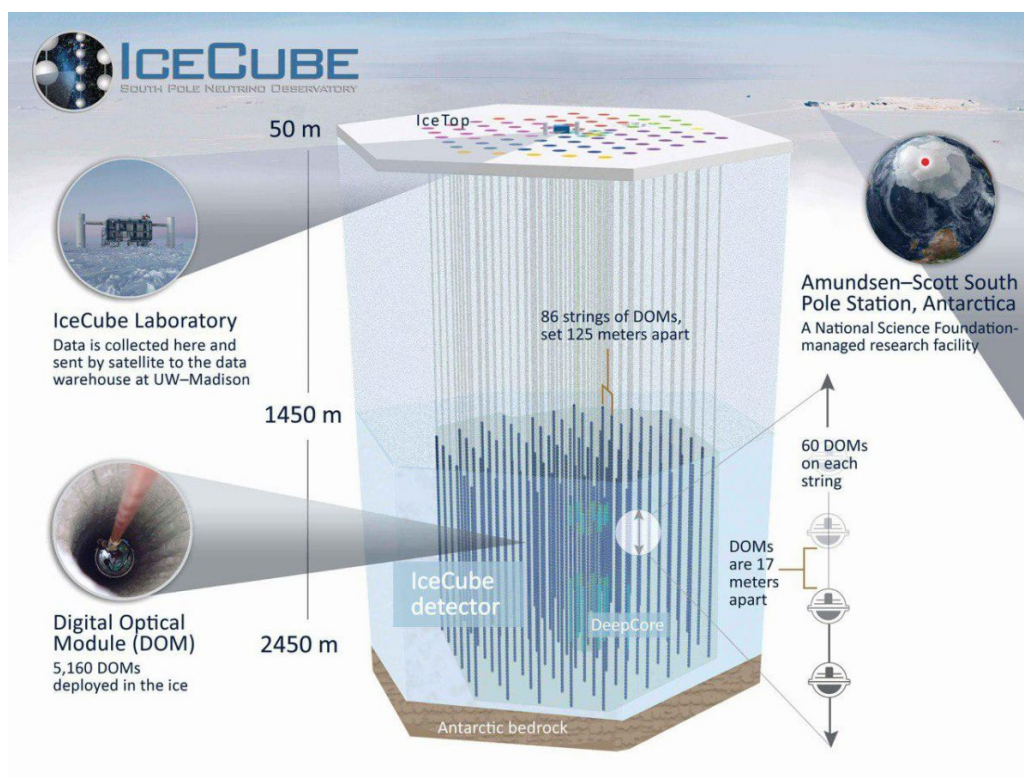


Рис. 1.4: Схема детектирующей системы эксперимента IceCube

1.3 Источники нейтрино высоких и сверхвысоких энергий

Соответствующее обсуждение источников нейтрино высоких энергий может быть найдено в [18]. В этой статье представлен спектр космических лучей

при высоких энергиях в диапазоне от 10^2 до 10^{12} ГэВ. Данные в этой области получены как при помощи прямых измерений (до 10^5 ГэВ), так и косвенных (выше 10^5 ГэВ). Существуют свидетельства, что точки, лежащие в диапазоне до 3000 ТэВ, соответствуют источникам, находящимся в нашей галактике. Диапазон 10^9 ГэВ и выше соответствует источникам за ее пределами, так как в этой области согласно оценкам ларморовский радиус протона превышает ее размеры. Однозначной интерпретации источников частиц в диапазоне от 3000 до 10^6 ТэВ на данный момент не имеется.

Астрофизические нейтрино порождаются взаимодействиями космических лучей с радиационным фоном астрофизических объектов. Так например в результате взаимодействия протонов, пролетающих рядом с массивной черной дырой, с излучением черной дыры или же с фотонами, энергии которых составляют единицы МэВ, летящими из активных галактик, рождаются пионы и нейтроны:



Поскольку протоны подвержены действию магнитных полей, они могут быть долгое время заперты в определенной области. В свою очередь, нейтральные пионы и нейтроны спокойно покидают эту область, которая ассоциируется с областью нахождения их источника. Дальнейший распад этих частиц порождает астрофизические нейтрино.

1.4 Другие источники нейтрино, наблюдаемых на Земле

К источникам вышеупомянутых нейтрино относятся космические объекты, например активные ядра галактик, интенсивные гамма-всплески. Помимо процессов, происходящих в этих объектах, нейтрино рождаются в резуль-

тате взаимодействия космических лучей в атмосфере Земли, вследствие чего рождаются частицы π^\pm , K^\pm . Распадаясь, эти частицы порождают мюонные нейтрино:

$$\begin{aligned}\pi^\pm &\longrightarrow \mu + \nu_\mu \\ K^\pm &\longrightarrow \mu + \nu_\mu\end{aligned}\tag{1.7}$$

В свою очередь, образовавшиеся мюоны распадаются, рождая дополнительные нейтрино:

$$\begin{aligned}\mu^- &\longrightarrow e^- + \bar{\nu}_e + \bar{\nu}_\mu \\ \mu^+ &\longrightarrow e^+ + \nu_e + \nu_\mu\end{aligned}\tag{1.8}$$

Нейтрино, рождающиеся в результате этих процессов, называются атмосферными. Поскольку эти нейтрино не порождены напрямую исследуемыми экспериментом объектами, то они создают фон, вносящий ошибку в определение энергетических спектров (так же как и атмосферные мюоны).

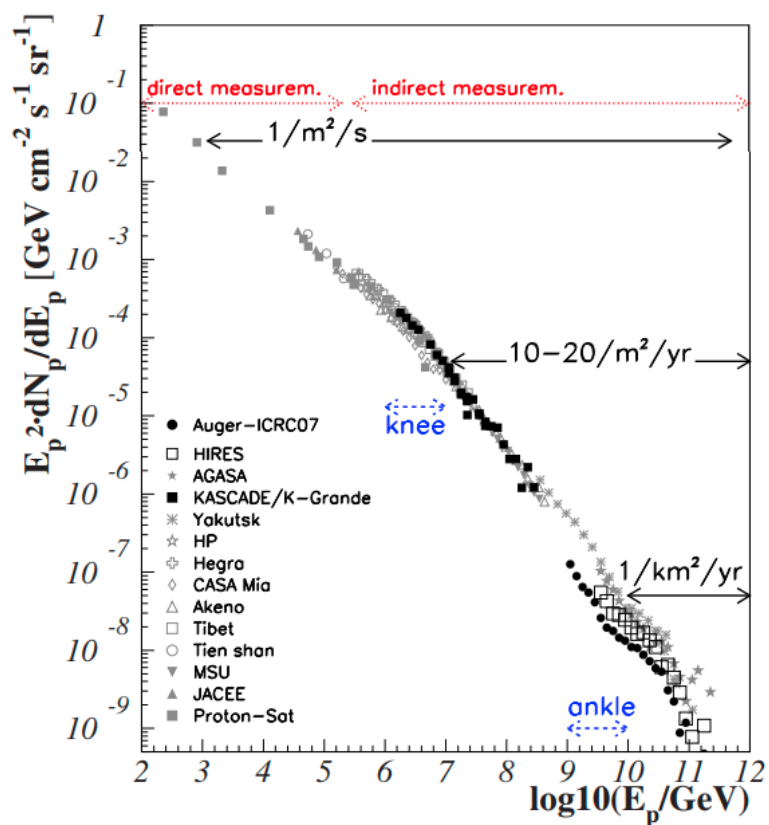


Рис. 1.5: Данные о спектре космических лучей в диапазоне высоких энергий, полученные в различных экспериментах [18]

Глава 2

Эксперимент Baikal-GVD

2.1 Задачи эксперимента

Основной целью эксперимента является регистрация астрофизических нейтрино сверхвысоких энергий и идентификация источников этих нейтрино, включая те, которые находятся в центре нашей галактики. Косвенно эксперимент позволяет проверить гипотезы о существовании так называемых Weakly Interacting Massive Particles (WIMP), которые согласно существующим моделям являются квантами поля темной материи. Эти частицы, как предполагается, могут быть обнаружены по нейтринному излучению, сопровождающему их аннигиляцию внутри Солнца или Земли. Другими задачами эксперимента является поиск экзотических частиц (например, магнитный монополю).

2.2 Детектирующая система

Описание детектирующей системы взято из [2]. Более подробное описание читатель может найти в статьях [3], [5]. Нейтринный телескоп - детектирующая система эксперимента - располагается на дне озера Байкал на глубинах от 750 до 1275 м (рис. 2.6). Эта система состоит из трёх основных блоков -

оптические модули, составленные из них секции и кластеры, составленные из гирлянд. Оптический модуль состоит из фотоумножителя с большим полусферическим фотокатодом и сопутствующей электроникой. Всё это помещается в стеклянные сферы, устойчивые к высокому давлению. Оптические модули располагаются на вертикальных тросах - эта конструкция называется гирляндой. В пределах одной гирлянды эти модули группируются в 2-4 секции. Каждая секция состоит из 12-16 оптических модулей и одного центрального модуля. Сигналы с фотоумножителей каждого оптического модуля поступают на центральный модуль, в котором происходит оцифровка сигнала имеющимся в модуле АЦП. Помимо АЦП в центральном модуле также присутствуют главная плата управления секцией, которая занимается считыванием оцифрованных данных с АЦП, применением триггеров, осуществлением передачи записанных сигналов по кабелю Ethernet к системе сбора данных кластера. Эта система располагается около поверхности воды. Она обеспечивает срабатывание триггеров гирлянды, подачу питания и связь с берегом.

Оптический модуль

Основной измерительной единицей телескопа является оптический модуль (рис. 2.2). Соответствующая блок-схема изображена на рис. 2.3. Более подробную информацию о модуле читатель найдет в статье [4]. Задача модуля состоит в том, чтобы преобразовывать черенковский свет, пришедший от взаимодействий заряженных частиц с водой, в электрический сигнал. Он состоит из фотоумножителя (Hamamatsu-R7081HQE), контроллера, усилителя, калибровочного светодиода и высоковольтного преобразователя.

Секция - детектирующая единица Baikal-GVD.

Принципиальная схема секции изображена на рис. 2.4. Центральный модуль осуществляет передачу, сбор данных, а также контролирует состояние элек-

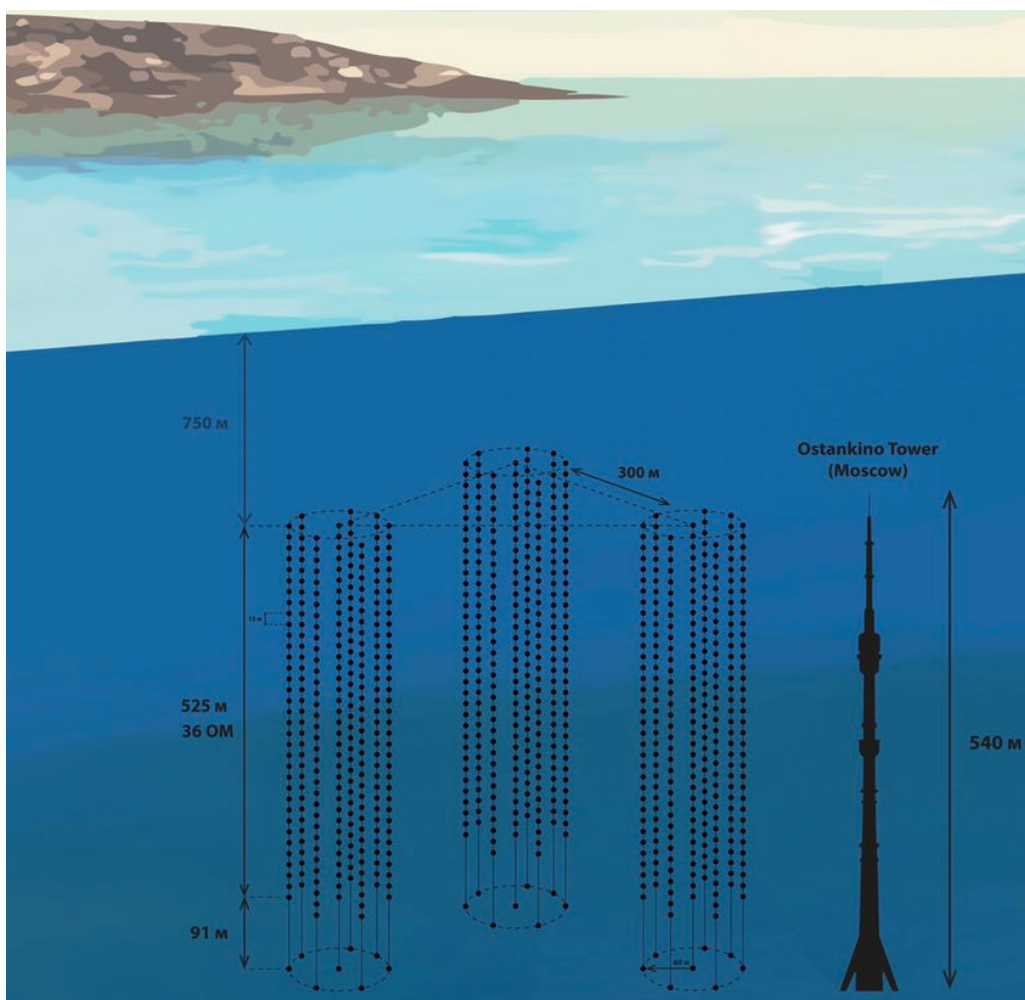


Рис. 2.1: Расположение нейтринного телескопа Baikal-GVD.

троники в секции. Аналоговые сигналы с оптических модулей приходят сюда по коаксиальным кабелям длиной 90 м. Оцифровка сигнала происходит за 15 мкс при помощи платы 12-ти канального 12-ти битного АЦП прямого преобразования с частотой дискретизации 200 МГц. Имеющийся в АЦП буфер позволяет сохранять за цикл считывания, что позволяет записывать эволюцию формы сигнала с течением времени. Помимо всего вышесказанного АЦП также формирует сигналы-запросы, которые отправляются на главную плату. Они содержат в себе часть информации о сохраненном сигнале. Собирая эту информацию со всех оптических модулей, получивших сигнал в определенном временном окне, главная плата формирует секционный сигнал-запрос, после чего отправляет его на управляющий модуль кластера. Если сигнал удовлетворяет заданным триггерным условиям, то в ответ назад

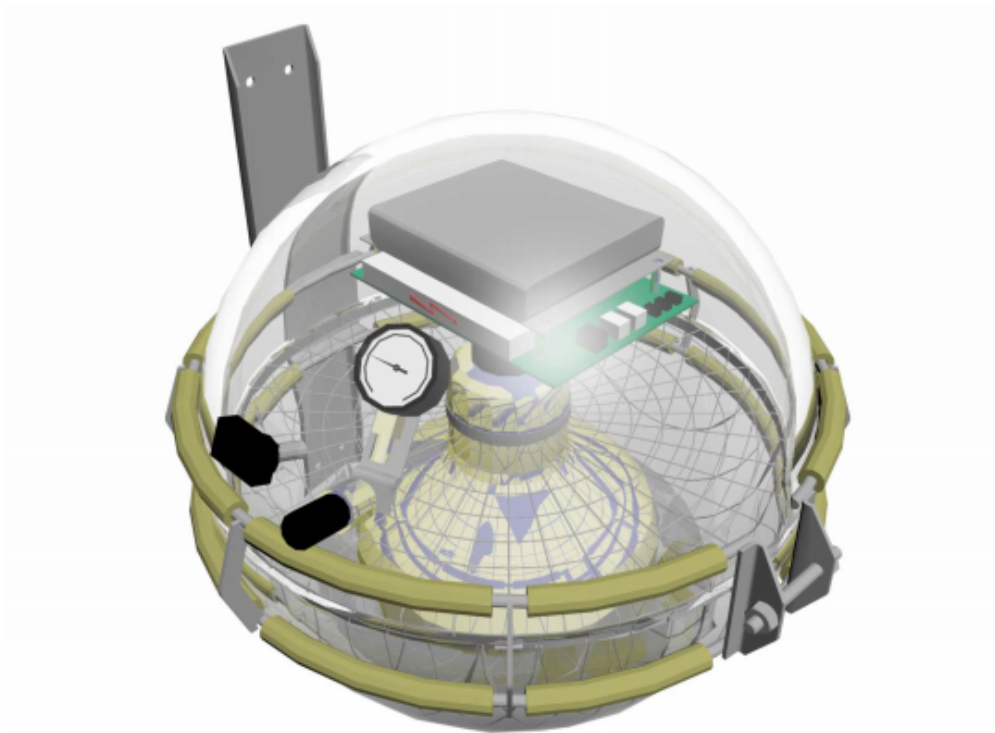


Рис. 2.2: Внешний вид оптического модуля.

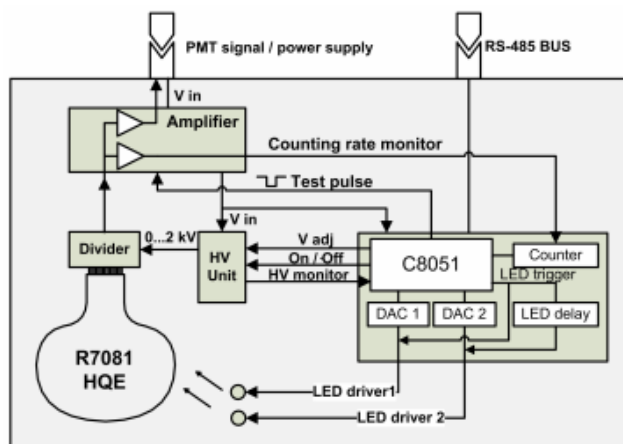


Рис. 2.3: Блок-схема оптического модуля

управляющий модуль кластера отправляет сигнал-подтверждение, который запускает считывание данных с АЦП.

Гирлянды и кластеры.

Гирлянда является базовой структурной единицей детектора Baikal-GVD. Он

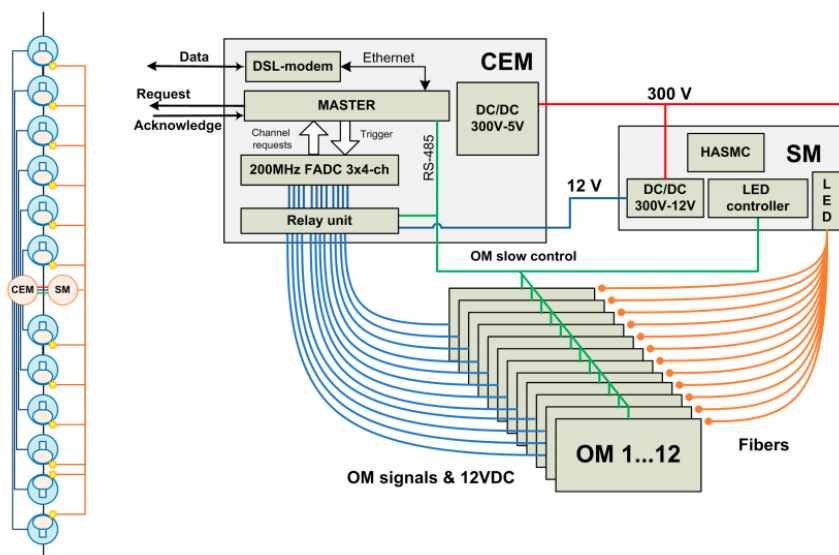


Рис. 2.4: Схема секции, составленной из оптических модулей.

состоит из нескольких секций, расположенных на одном тресе. Блок-схема гирлянды изображена на рис. 2.5. Модуль управления гирляндой обеспечивает передачу данных, подачу питания и синхронизацию отдельных секций. Данные с каждой секции передаются при помощи линий DSL-модемов. Кластер - 8 вместе сгруппированных гирлянд, один из которых располагается в центре, а другие - вокруг него (рис. 2.6). Кластеры подключены к центральной системе сбора данных, куда передают записанные данные, а затем эти данные передаются на береговую станцию, в которой сохраняется вся информация о процедуре сбора данных, а также о состоянии электроники, секций, модулей и сопутствующих управляющих элементах. На данный момент в рабочем состоянии находятся 7 кластеров.

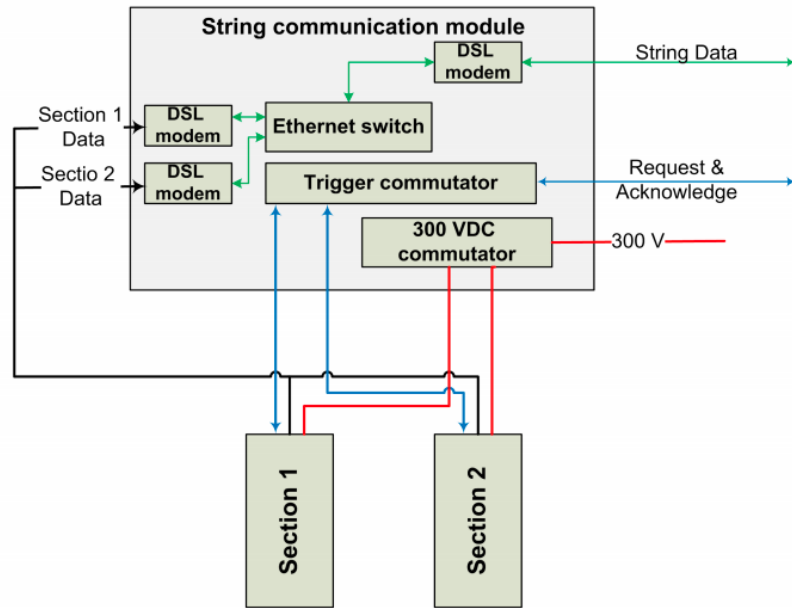


Рис. 2.5: Блок-схема гирлянды

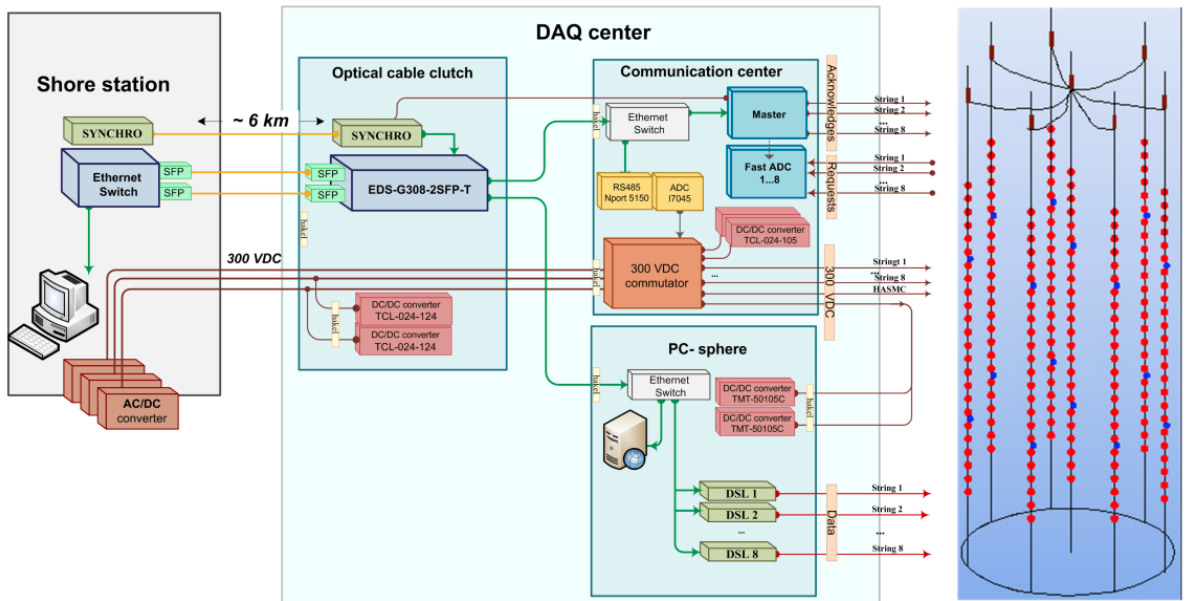


Рис. 2.6: Блок-схема кластера.

2.3 Регистрация событий в Baikal-GVD.

Основная задача эксперимента - регистрация астрофизических нейтрино. Обнаружить нейтрино можно по их взаимодействию с веществом, которое про-

исходит либо через заряженный ток (СС), либо через нейтральный (НС). Для нейтрино сверхвысоких энергий основным каналом взаимодействия является глубоко неупругое рассеяние, в результате которого рождаются адроны и лептоны (в случае взаимодействия через заряженный ток). Метод регистрации этих событий основывается на регистрации черенковского излучения, образующегося вследствие прохождения заряженных частиц через воду со скоростью, превышающей скорость света в веществе (рис. 2.7). Для интересующих нас событий это условие всегда выполняется в связи с огромной величиной энергии, которые приносят нейтрино, поскольку в рассматриваемом диапазоне энергий скорость частицы порядка скорости света в вакууме, а скорость света в воде примерно в 1.33 раза меньше.

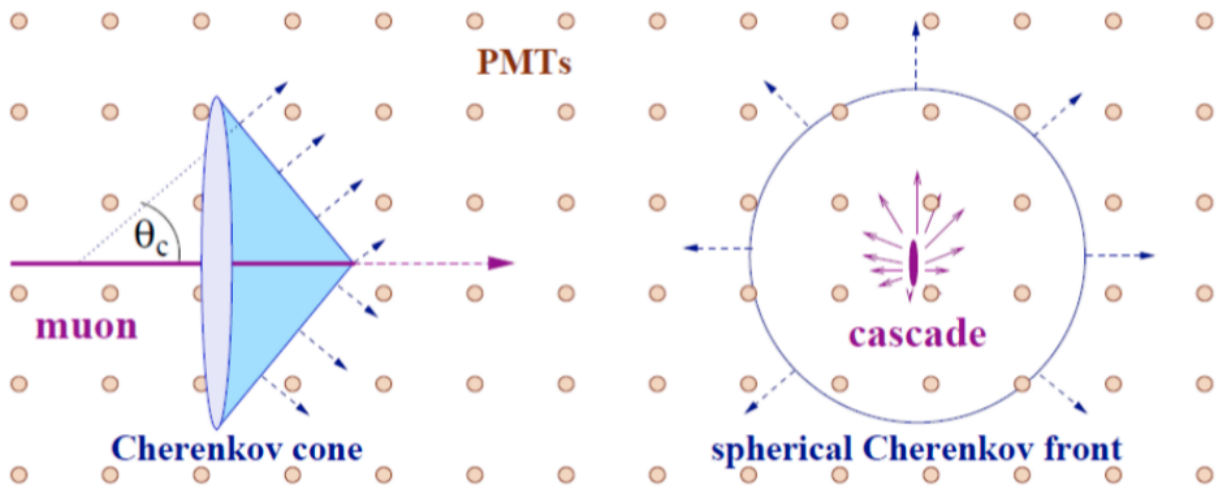


Рис. 2.7: Схема регистрации событий в Baikal-GVD.

Глава 3

Моделирование

прохождения мюонов через

толщу воды

3.1 Пакет MUons+Medium (MUM)

В качестве основного инструмента для моделирования мюонных потоков на различных глубинах используется пакет MUons+Medium (сокращенно MUM), написанный на языке Fortran 77 [6]. Данный пакет моделирует прохождение мюонов через вещество с учетом стохастического характера энергетических потерь. При этом рассматриваются следующие процессы:

1. Тормозное излучение
2. Образование e^+e^- пары
3. Фотоядерные взаимодействия
4. Ионизация

Сечения, заложенные в каждый процесс, описываются и обсуждаются в п.

3.2. Отметим следующие особенности моделирования в MUM:

- Не учитывается процесс распада мюонов
- Мюоны с энергией меньшей или равной 0.16 ГэВ считаются остановившимися. Им формально приписывается энергия 10^{-2} ГэВ.

Далее будет рассмотрена принципиальная схема моделирования транспортировки мюонов. Всюду ниже графики для энергетических зависимостей приводятся в диапазоне энергий от $10^{1.1}$ ГэВ до 10^8 ГэВ, если не оговорено иное, так как моделирование в данной работе осуществляется именно в этом диапазоне.

3.2 Сечения взаимодействия мюонов с веществом

Тормозное излучение.

В MUM имеется три сечения для тормозного излучения: первая получена Андреевым Ю.М., Безруковым Л.Б. и Бугаевым Е.В. [7], вторая - М.С. Александром Сандроком [8], третья - Кокоулиным Р.П., Келнером С.Р. и Петрухиным А.А. [9]. Соответствующие сечения изображено на рис. 3.1. Как видно из рисунка, параметризации [8] и параметризация [9] почти не отличаются (отличие этих сечений составляет около 1% при энергиях выше около 1 ТэВ). Наибольшее отличие сечения для этих параметризаций по отношению к сечению [7] составляет порядка 5%. Ниже для каждого сечения приведем расчетные формулы (без обсуждения деталей, подробности можно найти в соответствующих статьях).

1. Сечение Андреева-Безрукова-Бугаева:

$$\begin{aligned}
\frac{d\sigma}{d\nu}(E, \nu) &= \alpha \left(2r_e Z \frac{m_e}{\mu} \right)^2 \frac{1}{\nu} \left[(2 - 2\nu + \nu^2) \Psi_1(q_{\min}, Z) - \right. \\
&\quad \left. - \frac{2}{3} (1 - \nu) \Psi_2(q_{\min}, Z) \right], \\
\Psi_{1,2}(q_{\min}, Z) &= \Psi_{1,2}^0(q_{\min}, Z) - \Delta_{1,2}(q_{\min}, Z), \\
\Psi_1^0(q_{\min}, Z) &= \frac{1}{2} \left(1 + \ln \frac{\mu^2 a_1^2}{1 + x_1^2} \right) - x_1 \arctan \frac{1}{x_1} + \frac{1}{Z} \left[\frac{1}{2} \left(1 + \ln \frac{\mu^2 a_2^2}{1 + x_2^2} \right) - \right. \\
&\quad \left. - x_2 \arctan \frac{1}{x_2} \right], \\
\Psi_2^0(q_{\min}, Z) &= \frac{1}{2} \left(\frac{2}{3} + \ln \frac{\mu^2 a_1^2}{1 + x_1^2} \right) + 2x_1^2 \left(1 - x_1 \arctan \frac{1}{x_1} + \frac{3}{4} \ln \frac{x_1^2}{1 + x_1^2} \right) + \\
&\quad + \frac{1}{Z} \left[\frac{1}{2} \left(\frac{2}{3} + \ln \frac{\mu^2 a_2^2}{1 + x_2^2} \right) + 2x_2^2 \left(1 - x_2 \arctan \frac{1}{x_2} + \frac{3}{4} \ln \frac{x_2^2}{1 + x_2^2} \right) \right], \\
\Delta_1(q_{\min}, Z \neq 1) &= \ln \frac{\mu}{q_c} + \frac{\zeta}{2} \ln \frac{\zeta + 1}{\zeta - 1}, \\
\Delta_2(q_{\min}, Z \neq 1) &= \ln \frac{\mu}{q_c} + \frac{\zeta}{4} (3 - \zeta^2) \ln \frac{\zeta + 1}{\zeta - 1} + \frac{2\mu^2}{q_c^2}, \\
\Delta_{1,2}(q_{\min}, Z = 1) &= 0, \\
q_{\min} &= \frac{\mu^2 v}{2E(1 - v)}, \quad x_i = a_i q_{\min}, \\
a_1 &= \frac{111.7}{Z^{1/3} m_e}, \quad a_2 = \frac{724.2}{Z^{2/3} m_e}, \\
\zeta &= \sqrt{1 + \frac{4\mu^2}{q_c^2}}, \quad q_c = \frac{0.201}{Z^{1/3}}, \\
\nu_{\min} &= 0, \quad \nu_{\max} = 1 - \frac{3}{4} \sqrt{e} (m_{\mu, \tau} / E) Z^{1/3}.
\end{aligned} \tag{3.1}$$

2. Сечение Сандрока:

$$\begin{aligned}\frac{d\sigma}{d\nu} &= 4Z^2\alpha\left(r_e\frac{m_e}{\mu}\right)^2\frac{1}{\nu}\left[(2-2\nu+\nu^2)\Phi_1(\delta)-\frac{2}{3}(1-\nu)\Phi_2(\delta)\right], \\ \Phi_1(\delta) &= \frac{1}{2}\left(1+\ln\frac{\mu^2b^2}{1+(b\delta)^2}\right)-b\delta\arctan\frac{1}{b\delta}, \\ \Phi_2(\delta) &= \frac{1}{2}\left(\frac{2}{3}+\ln\frac{\mu^2b^2}{1+(b\delta)^2}\right)+2b^2\delta^2\left(1-b\delta\arctan\frac{1}{b\delta}+\frac{3}{4}\ln\frac{b^2\delta^2}{1+b^2\delta^2}\right)\end{aligned}\quad (3.2)$$

где $\nu = \frac{\Delta E}{E}$ - доля переданной энергии, $\delta = \frac{\mu^2\nu}{2E(1-\nu)}$ - минимально возможное значение переданного импульса в результате взаимодействия, $b = \frac{BZ^{-1/3}}{m_e\sqrt{e}}$, $B \approx 183$.

3. Сечение Кокоулина-Келнера-Петрухина:

$$\begin{aligned}\sigma(E, T)dT &= d\sigma_0\left\{\frac{\alpha}{\pi}\left[2\left(\frac{x_\mu^2+1}{x_\mu^2-1}\ln x_\mu-1\right)\times\ln\frac{2m_e(E-T)}{\lambda\mu}+\right.\right. \\ &\quad \left.\left.+\frac{x_\mu^2+1}{x_\mu^2-1}f\left(\frac{1-x_\mu^2}{2}\right)+1\right]+2f_\mu\right\} \\ d\sigma_0 &= \frac{2\pi m_e r_e^2}{\beta^2}\left(1-\beta^2\frac{T}{T_{max}}+\frac{T^2}{2E^2}\right)\frac{dT}{T^2} \\ x_\mu &= \frac{1}{2\mu^2}(t+2\mu^2+\sqrt{t(t+4\mu^2)}) \\ t &= 2mT \\ f(z) &= -\int_0^z\ln\frac{|1-y|}{y}dy \\ f_\mu &= -\frac{\alpha}{2\pi}\left[2\left(\frac{x_\mu^2+1}{x_\mu^2-1}\ln x_\mu^2-1\right)\ln\frac{m_e}{\lambda}+2-\frac{3(1+x_\mu^2)+2x_\mu}{2(x_\mu^2-1)}\ln x_\mu+\right. \\ &\quad \left.+\frac{x_\mu^2+1}{x_\mu^2-1}\left(f\left(1+\frac{1}{x_\mu}\right)-f(1+x_\mu)\right)\right]\end{aligned}\quad (3.3)$$

В данной работе используется параметризация Безрукова-Бугаева,.

Образование e^+e^- -пары.

Параметризация сечения прямого образования e^+e^- -пары, использующаяся

в MUM, предоставлена Кокоулиным Р.П. и Петрухиным А.А. [10]

$$\begin{aligned}
\frac{d\sigma}{d\nu}(E, \nu) &= \alpha^2 \frac{2}{3\pi} r_e^2 Z (Z + \zeta(Z)) \frac{1-\nu}{\nu} \int_{\rho} \left[\Phi_e + (m_e/\mu)^2 \Phi_\mu \right] d\rho, \\
\Phi_e &= \left\{ [(2 + \rho^2) (1 + \beta) + \xi (3 + \rho^2)] \ln \left(1 + \frac{1}{\xi} \right) + \frac{1 - \rho^2 - \beta}{1 + \xi} - (3 + \rho^2) \right\} L_e, \\
\Phi_\mu &= \left\{ \left[(1 + \rho^2) \left(1 + \frac{3}{2} \beta \right) - \frac{1}{\xi} (1 - \rho^2) (1 + 2\beta) \right] \ln(1 + \xi) + \right. \\
&\quad \left. + \frac{\xi (1 - \rho^2 - \beta)}{1 + \xi} + (1 - \rho^2) (1 + 2\beta) \right\} L_\mu, \\
L_e &= \ln \left[\frac{R Z^{-1/3} \sqrt{(1 + \xi) (1 + Y_e)}}{1 + \frac{2m_e \sqrt{e} R Z^{-1/3} (1 + \xi) (1 + Y_e)}{E \nu (1 - \rho^2)}} \right] - \\
&\quad - \frac{1}{2} \ln \left[1 + \left(\frac{3}{2} \frac{m_e}{m_{\mu,\tau}} Z^{1/3} \right)^2 (1 + \xi) (1 + Y_e) \right], \\
L_\mu &= \ln \left[\frac{\frac{2}{3} \frac{m_{\mu,\tau}}{m_e} R Z^{-2/3}}{1 + \frac{2m_e \sqrt{e} R Z^{-1/3} (1 + \xi) (1 + Y_e)}{E \nu (1 - \rho^2)}} \right], \\
Y_e &= \frac{5 - \rho^2 + 4\beta (1 + \rho^2)}{2 (1 + 3\beta) \ln (3 + 1/\xi) - \rho^2 - 2\beta (2 - \rho^2)}, \\
Y_\mu &= \frac{4 + \rho^2 + 3\beta (1 + \rho^2)}{(1 + \rho^2) \left(\frac{3}{2} + 2\beta \right) \ln (3 + \xi) + 1 - \frac{3}{2} \rho^2}, \\
\beta &= \frac{\nu^2}{2(1 - \nu)}, \quad \xi = \left(\frac{\mu\nu}{2m_e} \right)^2 \frac{(1 - \rho^2)}{(1 - \nu)}. \quad (3.4)
\end{aligned}$$

Фотоядерные реакции.

Для данного процесса используется параметризация сечения, полученная Без-

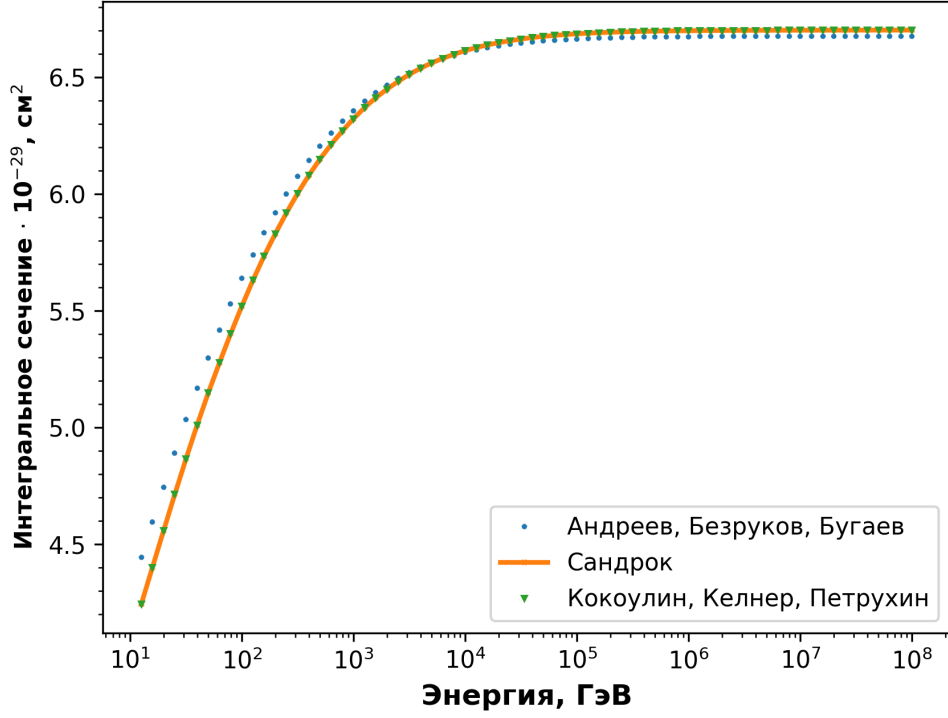


Рис. 3.1: Интегральные сечения для тормозного излучения мюона в воде для порога относительной энергопередачи $\nu = 0.01$

руковым Л.Б. и Бугаевым Е.В [11].

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma^n}{d\nu} = & \frac{\alpha}{8\pi A\sigma_{\gamma N}} \nu \left\{ \left(H(\nu) + \frac{2m_\mu}{m_2^2} \right) \ln \left(1 + \frac{m_2^2}{t} \right) - \right. \\ & - \frac{2m_\mu^2}{t} \left[1 - \frac{0.25m_2^2}{t} \ln \left(1 + \frac{t}{m_2^2} \right) \right] + \\ & + G(z) \left[H(\nu) \left(\ln \left(1 + \frac{m_1^2}{t} \right) - \right. \right. \\ & - \frac{m_1^2}{m_1^2 + t} + \frac{4m_\mu^2}{m_1^2} \ln \left(1 + \frac{m_1^2}{t} \right) - \frac{2m_\mu^2}{t} \left(1 - \frac{0.25m_1^2 - t}{m_1^2 + t} \right) + \\ & \left. \left. + A \frac{d\sigma_{QCD}^n}{d\nu}(E, \nu) \right. \right. \end{aligned}$$

$$H(\nu) = 1 - \frac{2}{\nu} + \frac{2}{\nu^2}$$

$$G(z) = \begin{cases} \frac{(1+z)e^{-z}-1}{z^2} & Z \neq 1 \\ 3 & Z = 1 \end{cases}$$

$$z = 0.00282A^{1/3}\sigma_{\gamma N}, \quad t = \frac{m_\mu^2\nu^2}{1-\nu}, \quad m_1^2 = 0.54^2, \quad m_2^2 = 1.80^2$$

$$28 \frac{d\sigma_{QCD}^n}{d\nu}(E, \nu) = \frac{1}{\nu} \sum_{k=0}^7 a_k \log_{10}^k \nu \quad (3.5)$$

где коэффициенты a_k заданы (соответствующая таблица присутствует в статье [6]). Отметим, что параметризация для $\frac{d\sigma_{QCD}^n}{d\nu}$ данного вида справедлива лишь в интервале значений параметров $10^{-6} < \nu < 1$, $10^3 < E < 10^9 \text{ GeV}$.

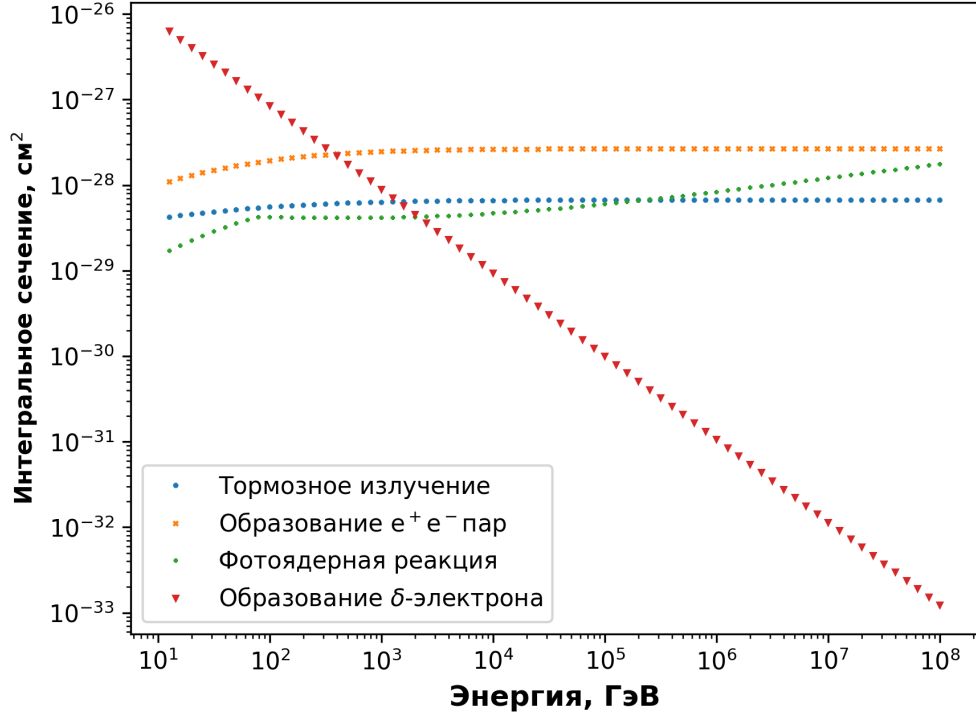


Рис. 3.2: Интегральные сечения в зависимости от энергии мюонов в воде для относительных энергопередач $\nu > 0.01$. На рисунке отсутствует сечение ионизации атома в силу отсутствия его параметризации. Вычисление энергопотерь в MUM в этом процессе производится при помощи интегрирования формулы Бете-Блоха.

Образование δ -электронов.

Для данного процесса формула дифференциального сечения имеет вид:

$$\frac{d\sigma^e}{d\nu}(E, \nu) = 2\pi r_e^2 Z \frac{m_e}{E} \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{\nu} \frac{E}{\nu_{max}^e} + \frac{1}{2} \right) (1 + \Delta_{e\gamma}(E, \nu)),$$

$$\nu_{max}^e = \frac{2m_e E}{\mu^2 + 2m_e E}, \quad (3.6)$$

$$\Delta_{e\gamma}(E, \nu) = \frac{\alpha}{2\pi} \ln \left(1 + \frac{2\nu E}{m_e} \right) \left[\ln \left(\frac{4E^2 (1 - \nu)}{\mu^2} \right) - \ln \left(1 + \frac{2\nu E}{m_e} \right) \right]$$

где $\Delta_{e\gamma}(E, \nu)$ имеет смысл поправки, учитывающей электронные диаграммы для тормозного излучения в процессе взаимодействия. Отметим, что процесс образования дельта-электронов также учитывается в формуле для ионизационных потерь, причем следует отметить, что автор под ионизацией подразумевает отрыв электрона от атома плюс излучение электронов вследствие возбуждения атома (т.е. процесс, описываемый формулой Бете-Блоха).

3.3 Расчет энергетических потерь

Как известно, энергетические потери мюонов могут быть представлены в виде суммы двух компонент - непрерывных потерь (CEL - Continuous Energy Losses) и стохастических (SEL - Stochastic Energy Losses):

$$\left(\frac{dE}{dx}\right)_{total} = \left(\frac{dE}{dx}\right)_{CEL} + \left(\frac{dE}{dx}\right)_{SEL} \quad (3.7)$$

Такое разделение потерь определяется параметром ν_{cut} - некоторым значением доли переданной энергии в результате взаимодействия. Этот параметр не фиксирован однозначно. Область оптимального выбора значения данного параметра зависит от рассматриваемого вещества и требуемой точности определения физических величин. Если рассматривать сечение взаимодействия как функцию доли переданной энергии ν , то непрерывным потерям соответствует область $\nu < \nu_{cut}$, а стохастическим - $\nu > \nu_{cut}$. В данной работе использовалось значение $\nu_{cut} = 0.01$. Непрерывные потери вычисляются непосредственным интегрированием дифференциальных сечений с соответствующими коэффициентами:

$$\begin{aligned} \left(\frac{dE}{dx}\right)_{CEL} = & \frac{N_A}{A_{eff}} \rho E \sum_{j=b,p,n} \sum_{i=1}^n \left[k_i \int_{\nu_{min}^{i,j}}^{\nu_{cut}} \frac{d\sigma_i^j(E, \nu)}{d\nu} \nu d\nu \right] + \\ & + \left[\frac{dE}{dx} \right]_{ion} - \frac{N_A}{A_{eff}} \rho E \sum_{i=1}^n \left[k_i \int_{\nu_{cut}}^{\nu_{max}^{i,e}} \frac{d\sigma_i^e(E, \nu)}{d\nu} \nu d\nu \right] \end{aligned} \quad (3.8)$$

где j - индекс процесса, пробегающий значения b, n, p , где b - тормозное излучение, n - фотоядерная реакция, p - образование электрон-позитронной пары, e - выбивание электрона из атома вещества, i - индекс атома в молекуле рассматриваемого вещества, $k_i = N_i/N_{total}$ - доля атомов i -го типа в данной молекуле, $A_{eff} = \frac{1}{N_{total}} \sum_{i=1}^n (N_i A_i)$ - эффективная атомная масса; $\nu_{min}^{i,j}$ - минимально возможная с точки зрения кинематики доля переданной энергии для атома с номером i и для процесса с номером j . Таким образом, непрерывные потери $\frac{dE}{dx}_{CEL}$ выражается через средние значения долей потерь энергии на отдельных атомах в отдельных процессах. Расчет стохастических потерь осуществляется при помощи следующего алгоритма. Разыгрывается случайное число η_0 по равномерному распределению в интервале $[0, 1]$. Далее, решается следующая система уравнений:

$$\begin{cases} \ln \eta_0 = \int_{E_1}^{E_2} \left[\left(\frac{dE}{dx} \right)_{CEL} \bar{L}(E) \right]^{-1} dE \\ L = \int_{E_2}^{E_1} \left[\left(\frac{dE}{dx} \right)_{CEL} \right]^{-1} dE \end{cases} \quad (3.9)$$

где \bar{L} определяется соотношением:

$$\bar{L} = \frac{A_{eff}}{\rho N_A} \left\{ \sum_{j=b,n,p,e} \sum_{i=1}^n \left[k_i \int_{\nu_{cut}}^{\nu_{max}^{i,j}} \frac{d\sigma_i^j}{d\nu}(E, \nu) d\nu \right] \right\}^{-1} \quad (3.10)$$

Первое уравнение решается относительно E_2 , где $E_2 < E_1$ - энергия после взаимодействия. Найденная энергия используется затем для вычисления L из второго уравнения. Тип взаимодействия разыгрывается в соответствии с отношением:

$$\sigma^b : \sigma^p : \sigma^n : \sigma^e \quad (3.11)$$

где сечения вычисляются следующим образом:

$$\sigma^j = \sum_{i=1}^n k_i \int_{\nu_{cut}}^{\nu_{max}^{i,j}} \frac{d\sigma_i^j}{d\nu} d\nu \quad (3.12)$$

На рис. 3.3 изображены энергетические потери на испускание тормозного излучения мюоном с использованием различных сечений, упомянутых выше. Обратим еще раз внимание, что сечения Сандрока и Келнера-Кокоулина-Петрухина почти не отличаются, а значения сечения Безрукова-Бугаева в левом конце диапазона выше не более чем на 5%, причем с увеличением энергии эта разница уменьшается. В картине энергетических потерь это приводит к отличию не более чем на 9% в этой области. На рис. 3.4 изображены энергетические потери ассоциированные со всеми моделируемыми процессами (см. 3.1).

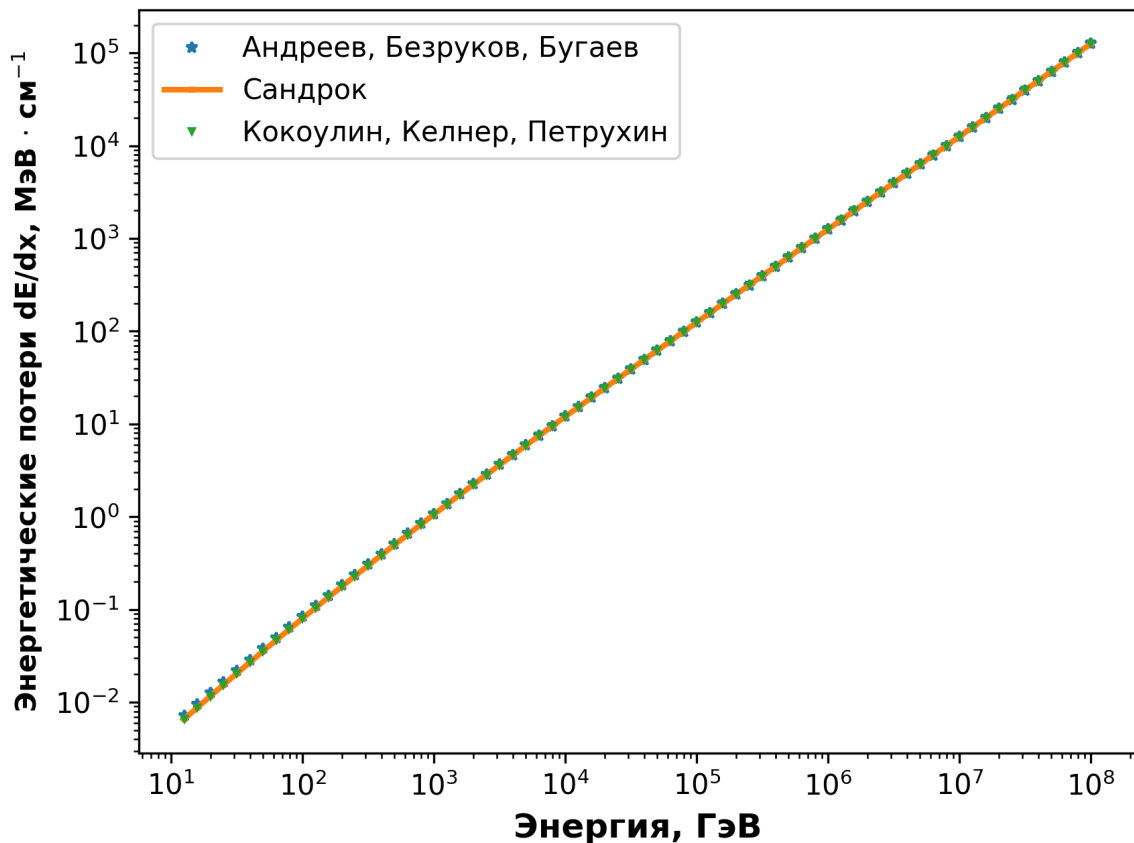


Рис. 3.3: Энергетические потери мюона на тормозное излучение

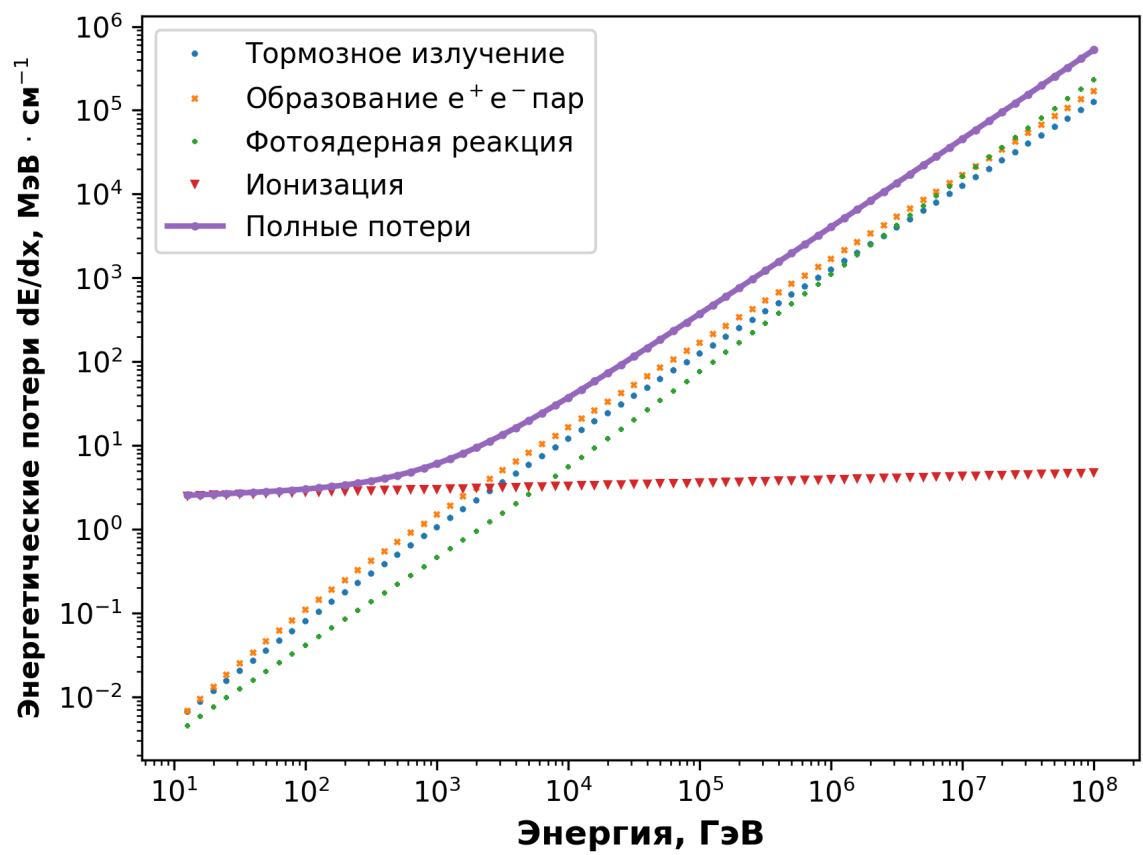


Рис. 3.4: Вклад энергетических потерь мюона от каждого канала взаимодействия

Глава 4

Расчет ожидаемых дифференциальных потоков мюонов на различных глубинах для эксперимента Baikal-GVD

4.1 Общая схема расчета дифференциальных потоков

В этой главе мы переходим к рассмотрению непосредственно расчета дифференциальных потоков мюонов $\frac{d^2\tilde{\Phi}}{d\Omega dE'}$ и их стандартных отклонений, чему в основном и была посвящена данная работа. Рассмотрим следующую схему. Пусть у нас имеется заданный дифференциальный поток мюонов на уровне моря $\frac{d^2\tilde{\Phi}}{d\Omega dE'}(E', \Omega')$, где E' - энергия мюонов, Ω' - телесный угол, в котором летят мюоны. Будем решать задачу в сферических координатах. Предполагая

изотропность потоков по полярному углу ϕ , заданный дифференциальный поток можно рассматривать как функцию только косинуса зенитного угла $\frac{d^2\tilde{\Phi}}{d\Omega'dE'}(E', \cos\theta') = \frac{d^2\Phi}{d\Omega'dE'}(E', \cos\theta)$. Пусть также задана плотность распределения мюонов $\frac{dP}{dE}(E', \cos\theta', \cos\theta, h, E)$, где E' - энергия мюонов на уровне моря, $\cos\theta'$ - косинус зенитного угла, который упомянут выше, $\cos\theta$ - косинус зенитного угла прилета мюонов на данную глубину по отношению к той же вертикали, h - глубина в толще воды, E - энергия мюонов при достижении глубины h . Величина $\frac{dP}{dE}(E', \cos\theta', \cos\theta, h, E)dE$ имеет смысл вероятности того, что мюон с энергией E' на уровне моря и начальным косинусом направления движения на уровне моря $\cos\theta'$ по отношению к указанной вертикальной оси на глубине h будет иметь косинус направления движения $\cos\theta'$ к данной оси, энергию E . Сразу отметим, что указанная плотность распределения получена методом Монте-Карло при помощи пакета MUM. Этот пакет не учитывает угловое рассеяние мюонов, поэтому $\theta' = \theta$ - угол начального направления движения равен углу прилета на глубину h (рис. 4.1 иллюстрирует описанную картину). Используя указанные две величины, можно вычислить дифференциальный поток мюонов на интересующей нас глубине h с энергией E и соответствующий косинусу направления прилета $\cos\theta$ следующим образом:

$$\frac{d^2\Phi}{dEd\cos\theta}(\cos\theta, h, E) = \int_{E'_{min}}^{E'_{max}} \frac{d^2\Phi}{d\cos\theta dE'}(E', \cos\theta) \cdot \frac{dP}{dE}(E', \cos\theta, h, E)dE' \quad (4.1)$$

где (E'_{min}, E'_{max}) - диапазон энергий, в котором вычисляются потоки. Данный подход используется в этой работе. Отметим, что в обсуждаемой модели прохождения мюонов свойства воды в каждой точке считаются одинаковыми - не учитываются такие характеристики, как изменение давления и состава воды с ростом глубины.

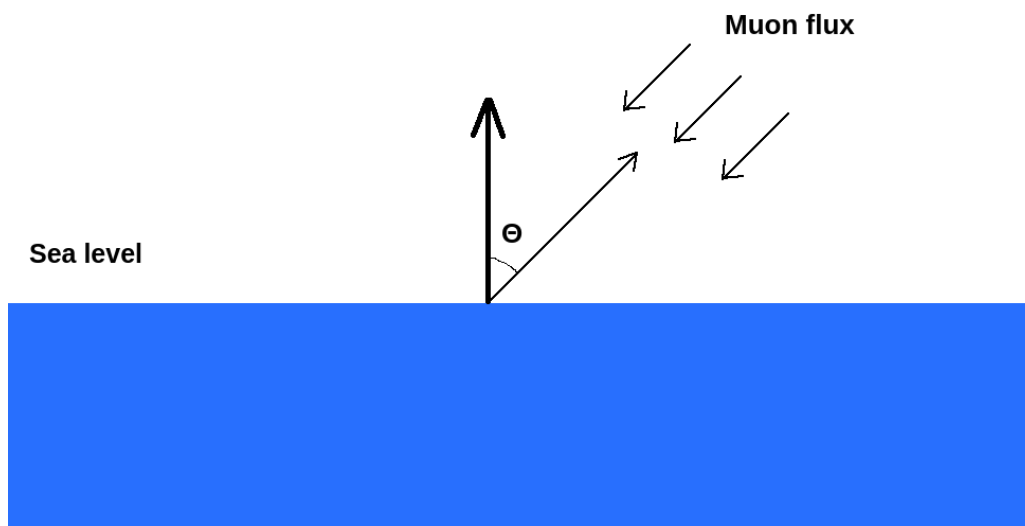


Рис. 4.1: Система координат, используемая при вычислении мюонных потоков.

4.2 Дифференциальный поток мюонов на уровне моря.

Данные о дифференциальных потоках на уровне моря $\frac{d^2\Phi}{dcos\theta dE'}(E', cos\theta)$ были предоставлены Сергеем Ивановичем Синеговским из Иркутского Государственного Университета. В данной работе используются расчеты дифференциальных потоков в адронной модели Кимела-Мохова с использованием параметризации Гилласа и Гайссера для космических лучей (подробнее в статьях [15], [16], [14]). Для каждой модели имеется 71 точка по энергии мюонов в диапазоне от $10^{1.0}$ до $10^{8.0}$ ГэВ равномерно по десятичному логарифму и 11 точек по косинусу зенитного угла в диапазоне от 0.0 до 1.0 с шагом 0.1. Профили потоков по $cos\theta$ и E изображены на рисунках 4.2, 4.3. Точки соединены линией для наглядности.

Как было выяснено в ходе данной работы, предоставленного числа точек недостаточно для качественного интегрирования подынтегральной функции в 4.1. Из-за малого числа точек численное интегрирование методом трапеций приводило к тому, что на малых глубинах (в районе 50-100 метров) наблюда-

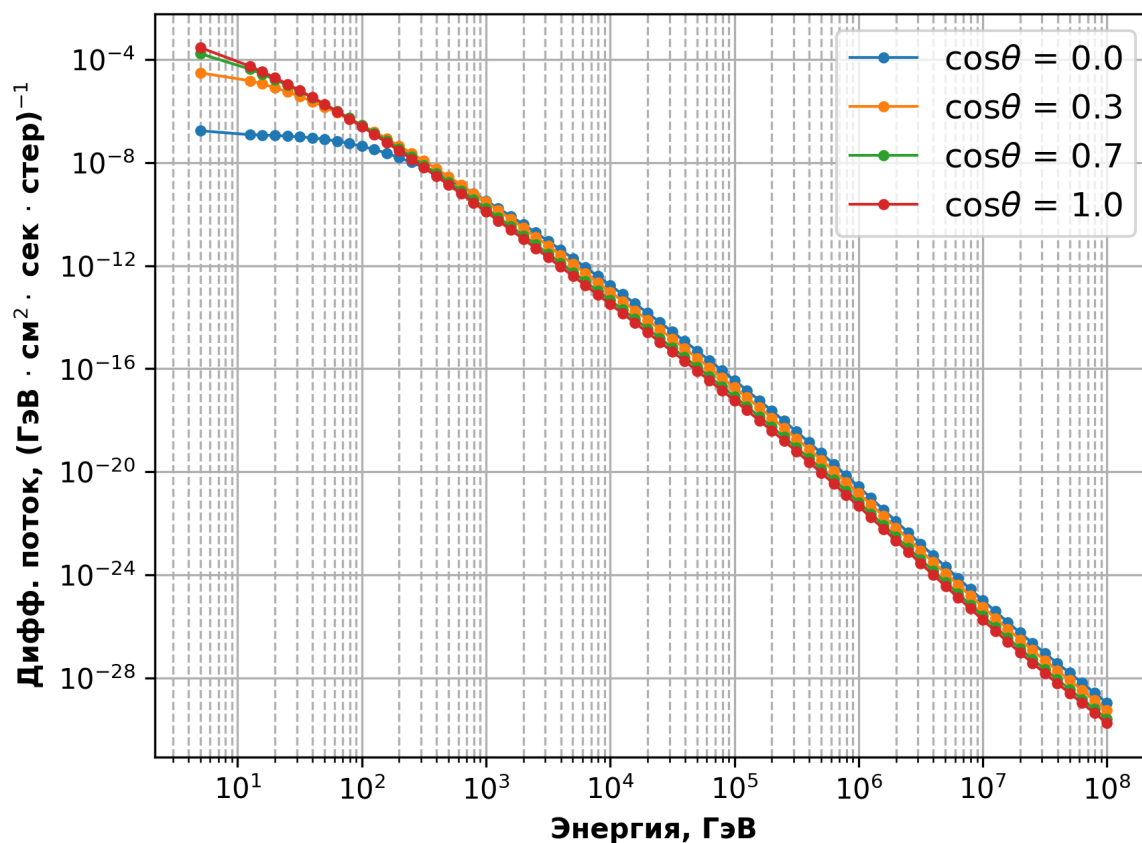


Рис. 4.2: Энергетический профиль дифференциального потока на уровне моря

лись осцилляции потока от $10^{1.1}$ до 10^3 ГэВ, что никак не могло быть объяснено с точки зрения физики. В результате было проведено увеличение числа точек по начальной энергии до 3451 равномерно по десятичному логарифму от $10^{1.1}$ до $10^{8.0}$ ГэВ. Для потоков на уровне моря значения в этих точках были определены при помощи двумерной интерполяции исходных данных по логарифму энергий и косинусам зенитных углов. Интерполяция проводилась при помощи функции `griddata` из модуля `interpolate` библиотеки `scipy` для Python 3 [17]. Эта функция осуществляет интерполяцию указанным методом (в данной работе использовались кубические сплайны) и возвращает значения функции двух переменных на заданной сетке. В данном случае сетка состояла из 3451 точки по энергии и 11 точек по косинусу зенитного угла.

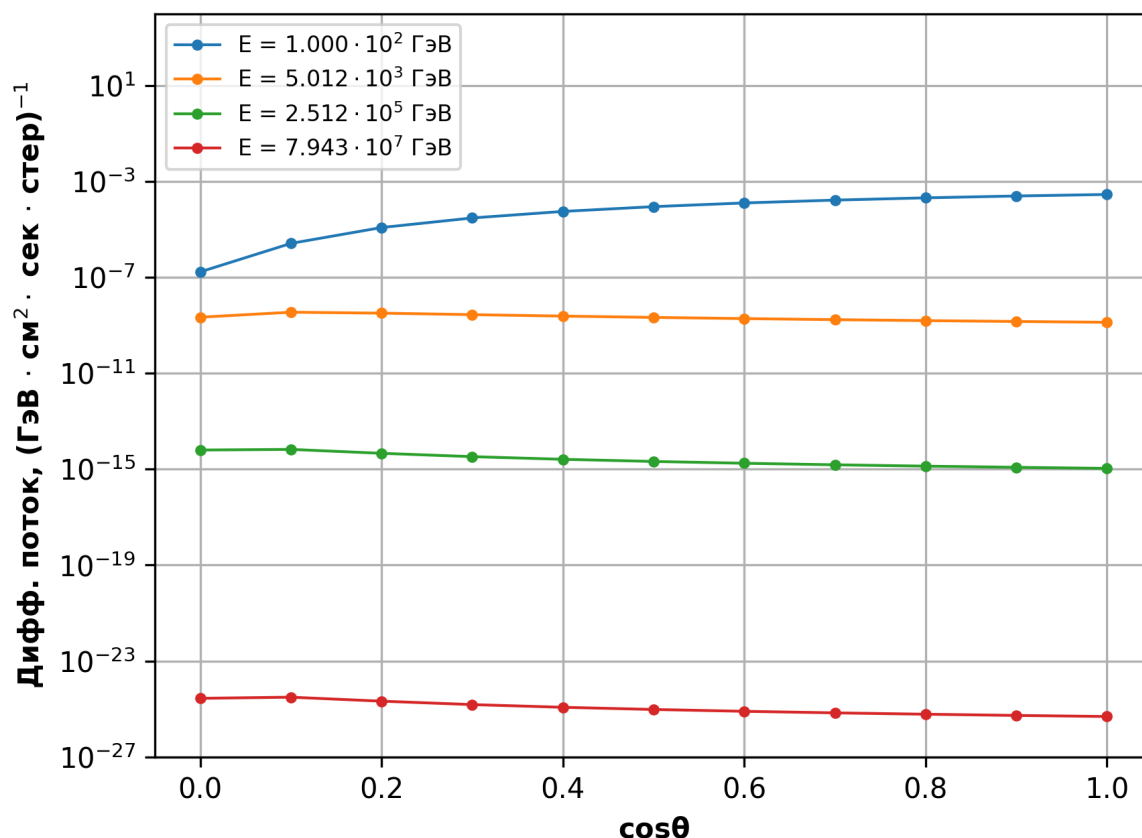


Рис. 4.3: Профиль дифференциального потока на уровне моря по косинусу зенитного угла

Отметим, что $\cos\theta=0$ не рассматривается в данной работе (в силу того, что горизонтально летящие мюоны под воду не попадут).

4.3 Плотность распределения $\frac{dP}{dE}(E', \cos\theta, h, E)$.

Как уже было упомянуто выше, плотность распределения была получена методом Монте-Карло с использованием пакета MUM. Код для вычисления этой функции написан Игорем Альбертовичем Сокальским - автором пакета MUM. В качестве сетки для генерации значений было выбрано 3451 значение по начальной энергии (точные значения указаны в предыдущем параграфе), 11 значений косинусов, 28 значений глубины наблюдения под водой в диа-

пазоне от 50 до 1400 метров, а также 92 значения для энергии мюонов на заданной глубине - границы бинов гистограммы - в диапазоне от $10^{-1.05}$ до $10^{8.05}$ ГэВ равномерно по десятичному логарифму. Вычисления в работе в процессе генерации распределений производились для функции $\frac{dP}{dlgE}$, которая вычислялась следующим образом:

$$\left(\frac{dP}{dlgE} \right)_i = \frac{N_i}{N\Delta} \quad (4.2)$$

где lgE - десятичный логарифм конечной энергии мюона, N_i - число частиц, попавших в соответствующий бин, N - число частиц, сгенерированных для данного узла сетки и равное 10^6 мюонов, Δ - ширина бина гистограммы распределения по логарифму конечной энергии, равная 0.1. Переход к плотности распределения по энергии осуществляется следующим образом:

$$\frac{dP}{dE}(E', \cos\theta, h, E) = \frac{dP}{dlgE}(E', \cos\theta, h, E) \frac{\Delta}{\Delta_E} \quad (4.3)$$

где Δ_E - ширина бина гистограммы распределения по конечной энергии. Отметим, что эта величина не является одинаковой для каждого бина в силу указанного выше разбиения. Итоговые распределения $\frac{dP}{dlgE}(E', \cos\theta, h, E)$ для нескольких значений глубин и $\cos\theta = 1.0$ изображены на рисунках 4.4, 4.5, 4.6.

4.4 Дифференциальные потоки на различных глубинах.

Алгоритм вычисления конечного результата описан в 4.1. На рисунках 4.7, 4.8, 4.9 изображены энергетические профили дифференциальных потоков $\frac{d^2\Phi}{dcos\theta dE'}(E', \cos\theta, h, E)$, вычисленные при косинусах углов падения к вертикали 0.1, 0.5, 1.0 соответственно, а на рисунках 4.10, 4.11, 4.12 - профили по косинусу зенитного угла. Рассмотрим в начале рис. 4.7-4.9. Видно, что

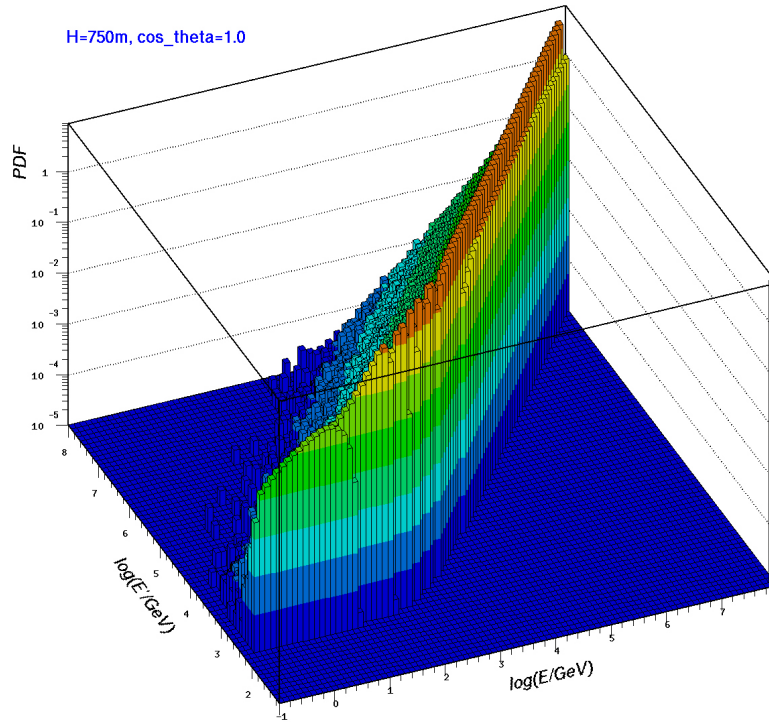


Рис. 4.4: Функция распределения $\frac{dP}{dlgE}(E', \cos\theta, h, E)$ для глубины $h=750\text{м}$, $\cos\theta = 1.0$

характер распределения мюонов под водой частично отличается от распределения на уровне моря. Провалы точек в конце энергетического диапазона (примерно 3-4 последних точек) обуславливается тем, что они находятся на границе диапазона, поэтому в них почти не попадают никакие мюоны (в самую правую точку и вовсе). Далее, в соответствии с рисунками 3.4, 3.2 идет линейный спад энергопотерь с уменьшением энергии и плавный спад сечения, что приводит к тому, что точки данного диапазона, лежащие правее, сильнее отдалены от соответствующих точек потока на уровне моря, чем те, что лежат левее. Приблизительно в районе энергии 10^3 ГэВ энергопотери начинают выходить на плато (с уменьшением энергии), соответствующее потерям мюонов $2 \text{ МэВ} \cdot \text{см}^2/\text{г}$. В этой области и до $10^{1.1}$ ГэВ основным механизмом потерь является ионизация. С приближением к левому краю диапазона поток растет медленно и почти линейно, а поведение приведенных графиков определяется в основном квадратом энергии, используемом в качестве множителя

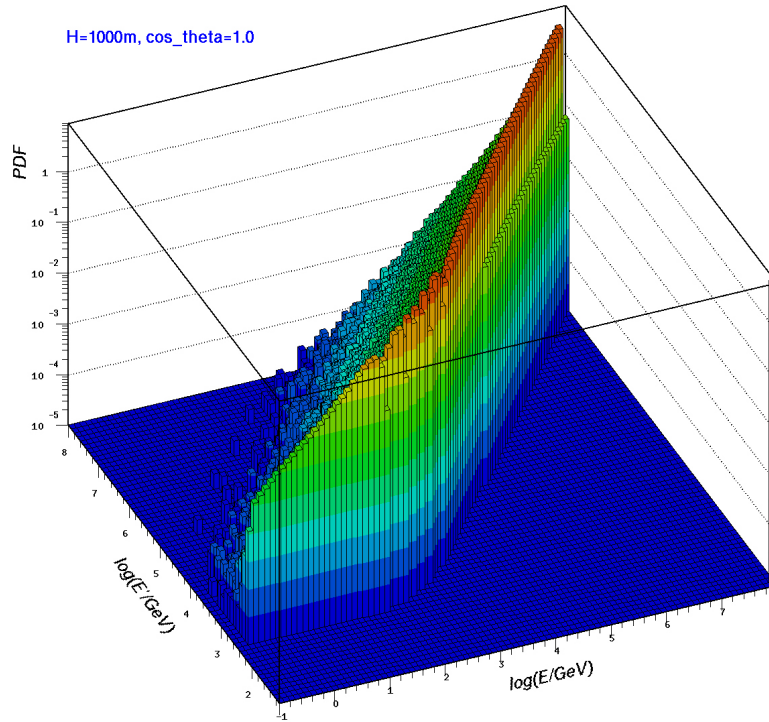


Рис. 4.5: Функция распределения $\frac{dP}{dlgE}(E', \cos\theta, h, E)$ для глубины $h=1000\text{м}$, $\cos\theta = 1.0$

для представления данных. Теперь перейдем к рассмотрению профилей по косинусу зенитного угла. Из рисунков 4.10-4.12 видно, что с увеличением угла наклона по отношению к вертикальной оси уменьшается поток частиц при фиксированной энергии. Это связано со следующим фактом: поскольку пакет моделирования MUM рассматривает только одномерную задачу движения частицы без перерассеяния, то чтобы оценить их поток на глубине h , для их прохождения задавался путь длиной $\frac{h}{\cos\theta}$. Таким образом, частицы имеющие меньшие косинусы проходят большие пути, поэтому меньшее число частиц добиралось до заданной глубины. Опять же отметим, что с глубиной значения потоков уменьшаются, как и должно быть. Правильность вышеприведенных результатов вычислений в рамках заданной модели была подтверждена независимыми расчетами Сокальского И.А тех же самых потоков с использованием другого численного подхода к решению задачи. Отношение соответствующих результатов вычисления автора данной диссертации и

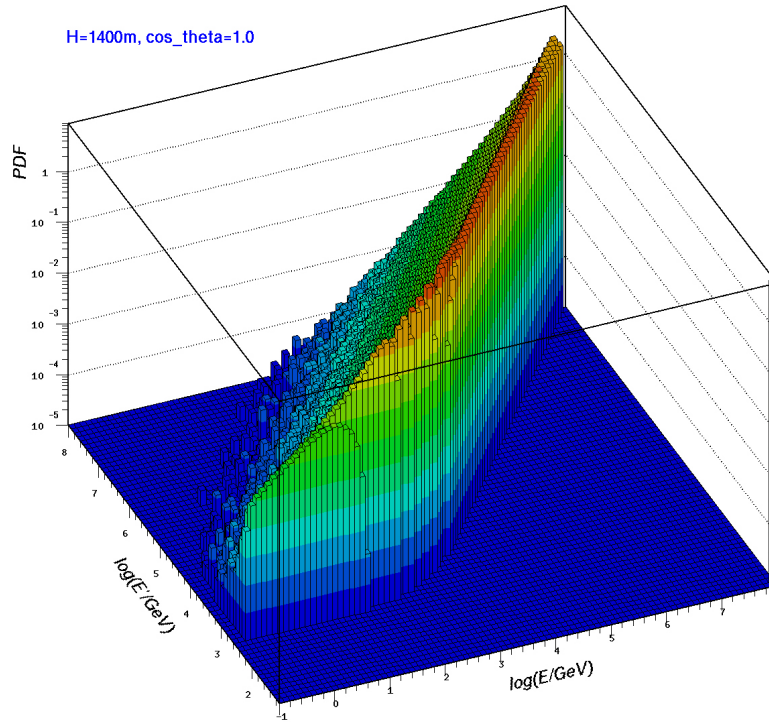


Рис. 4.6: Функция распределения $\frac{dP}{dlgE}(E', \cos\theta, h, E)$ для глубины $h=1400\text{м}$, $\cos\theta = 1.0$

Сокальского И.А. с большой точностью оказалось равным единице.

4.5 Стандартные отклонения для дифференциальных потоков.

Стандартное отклонение потоков определяется стандартными отклонениями величин, использующихся для их вычисления. В нашем случае их две - это потоки $\frac{d^2\Phi}{d\cos\theta dE'}$ на уровне моря и плотности распределений $\frac{dP}{dlgE}$. Автор расчетов первой величины - Синеговский С.И. - не проводил оценку дисперсий для потоков на поверхности, поэтому соответствующее стандартное отклонение не рассматривается. Стандартное отклонение для $\frac{dP}{dlgE}$ автор вычисляет в этой работе по схеме, приведенной ниже. Рассмотрим следующую ситуацию.

Пусть у нас имеется интеграл, который мы вычисляем численно методом трапеций (этот метод используется для расчетов в данной работе):

$$I = \int_a^b y(x) dx \quad (4.4)$$

Переходя к численному представлению методов трапеций, имеем:

$$I = 0.5 \sum_{i=0}^{N-1} (y_i + y_{i+1})(x_{i+1} - x_i) \quad (4.5)$$

где x_i - точки, в которых мы знаем значения функций y_i , $i = \overline{0, N-1}$ - N число этих точек. Пусть величина y_i имеет стат. ошибку σ_i :

$$\sigma(y_i) = \sigma_i \quad (4.6)$$

Считая I функцией переменных y_i и пользуясь стандартной процедурой вычисления ошибок косвенных измерений

$$I = I(y_0, \dots, y_{N-1})$$

$$\sigma_I = \sqrt{\sum_{i=0}^{N-1} \left(\frac{\partial I}{\partial y_i} \right)^2 \sigma_i^2} \quad (4.7)$$

после несложных выкладок получаем:

$$\sigma_I = 0.5 \sqrt{\sum_{i=1}^{N-2} (x_{i+1} - x_{i-1})^2 \sigma_i^2 + (x_1 - x_0)^2 \sigma_0^2 + (x_{N-1} - x_{N-2})^2 \sigma_{N-1}^2} \quad (4.8)$$

В нашем случае в качестве величины I выступает дифференциальный поток, а в качестве величины y_i - значения подынтегральной функции в некоторых точках по начальной энергии при фиксированных глубине, косинусе и конечной энергии. Теперь вычислим величины σ_i . Обозначим значение подынтегральной функции в некоторой точке E_i как y_i . Тогда имеем:

$$y_i = \left(\frac{d^2 \Phi}{d \cos \theta d E'} \right)_i \left(\frac{dP}{dl g E} \right)_i \frac{\Delta}{\Delta_i}$$

$$\sigma_i = y_i = \left(\frac{d^2 \Phi}{d \cos \theta d E'} \right)_i \bar{\sigma}_i \frac{\Delta}{\Delta_i} \quad (4.9)$$

$$\bar{\sigma}_i = \sigma \left(\left(\frac{dP}{dl g E} \right)_i \right)$$

Величину $\bar{\sigma}_i$ вычислим исходя из схемы Бернулли в теории вероятностей. Напомним, что в этой схеме случайной величиной является число успехов k в результате n независимых испытаний, причём исход в каждом испытании может быть либо успех, либо неудача. Формула для вероятности k успехов в данной модели выглядит следующим образом:

$$P_n(k) = C_n^k p^k (1-p)^{n-k} \quad (4.10)$$

где C_n^k - число сочетаний, p - вероятность успеха в одном испытании. Стандартное отклонение для величины k согласно этому распределению вычисляется следующим образом:

$$\sigma_k = \sqrt{np_k(1-p_k)} \quad (4.11)$$

Применим эту модель к нашим вычислениям. Пусть событие, соответствующее успеху - попадание в нужный бин с номером i . Тогда событие, соответствующее неудаче - это непопадание в этот бин. В качестве n здесь выступает размер статистической выборки N , который упоминался ранее, число успехов - это число мюонов, попавших в бин, а вероятность успеха $p_i = \frac{N_i}{N} = \left(\frac{dP}{dlgE} \right)_i \Delta$, где N_i - число мюонов, попавших в i -й бин. Распишем $\bar{\sigma}_i$. Согласно 4.2:

$$\begin{aligned} \bar{\sigma}_i = \sigma\left(\frac{N_i}{N\Delta}\right) &= \frac{\sigma_{N_i}}{N\Delta} = \frac{\sqrt{N \left(\frac{dP}{dlgE} \right)_i \Delta \left(1 - \left(\frac{dP}{dlgE} \right)_i \Delta \right)}}{N\Delta} = \\ &= \sqrt{\frac{\left(\frac{dP}{dlgE} \right)_i \left(1 - \left(\frac{dP}{dlgE} \right)_i \Delta \right)}{N\Delta}} \end{aligned} \quad (4.12)$$

Имея теперь выражения 4.8, 4.12, можно вычислить стандартные отклонения дифференциальных потоков. На рис. 4.13, 4.14, 4.15 приведены результаты вычисления ошибок для энергетического профиля потоков. Обратим внимание, что резкий скачок в правом конце энергетической шкалы в основном обусловлен постепенным уменьшением числа мюонов.

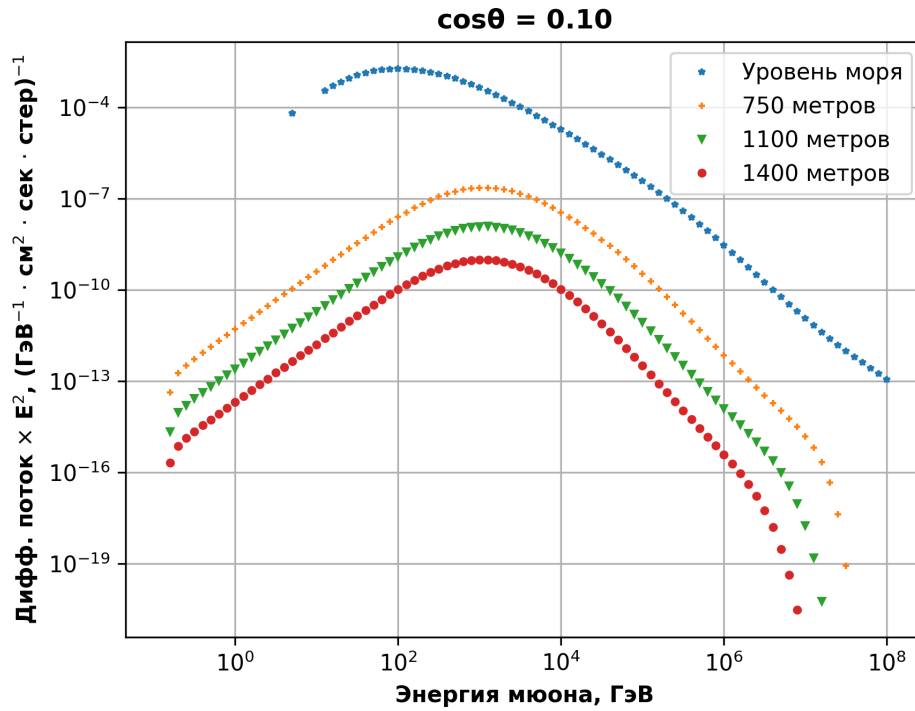


Рис. 4.7: Энергетический профиль дифференциального потока, соответствующий $\cos\theta = 0.10$

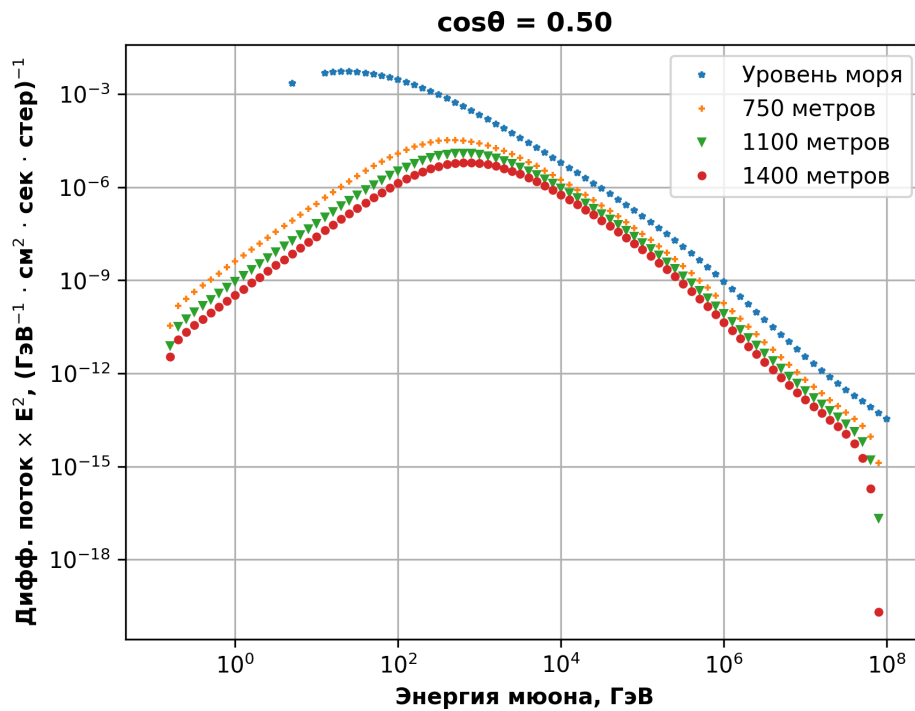


Рис. 4.8: Энергетический профиль дифференциального потока, соответствующий $\cos\theta = 0.50$

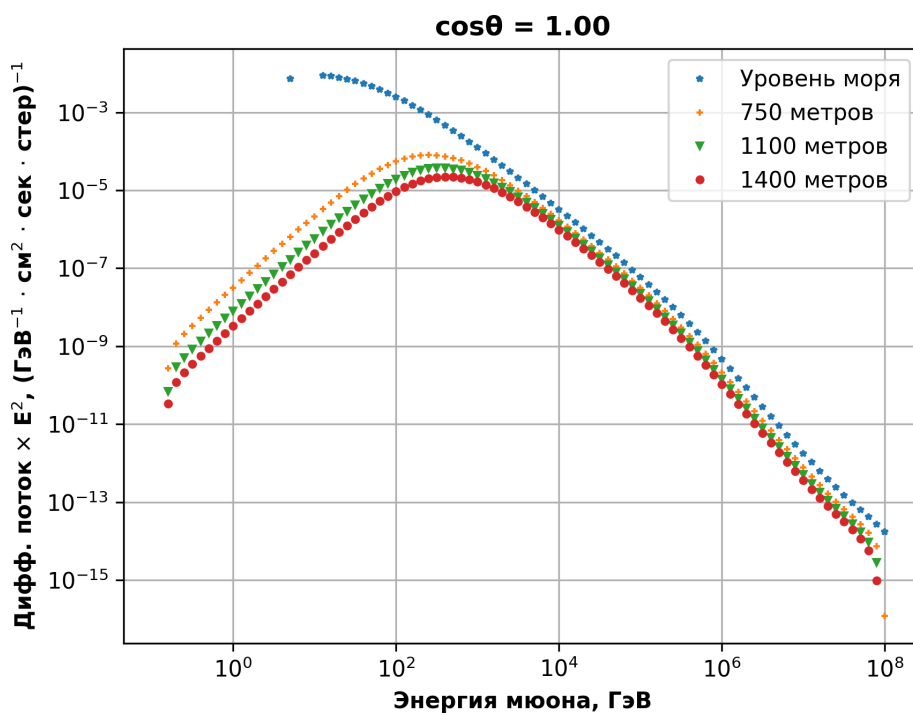


Рис. 4.9: Энергетический профиль дифференциального потока, соответствующий $\cos\theta = 1.0$

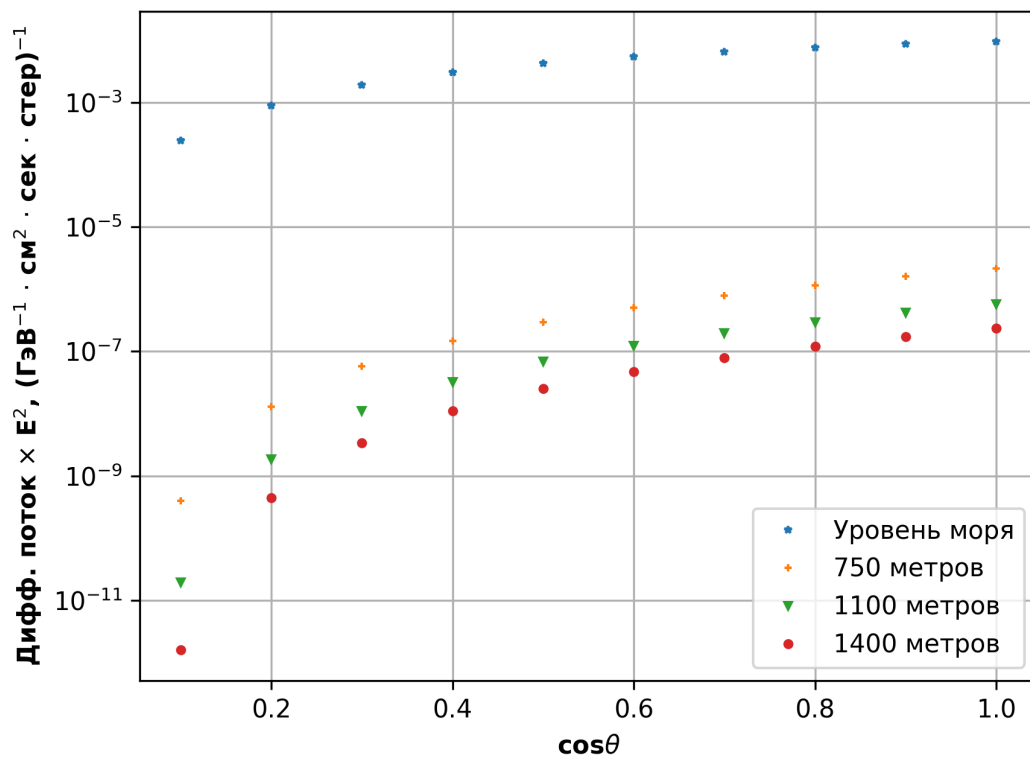


Рис. 4.10: Зависимость потока от косинуса зенитного угла при фиксированной энергии $E = 10$ ГэВ

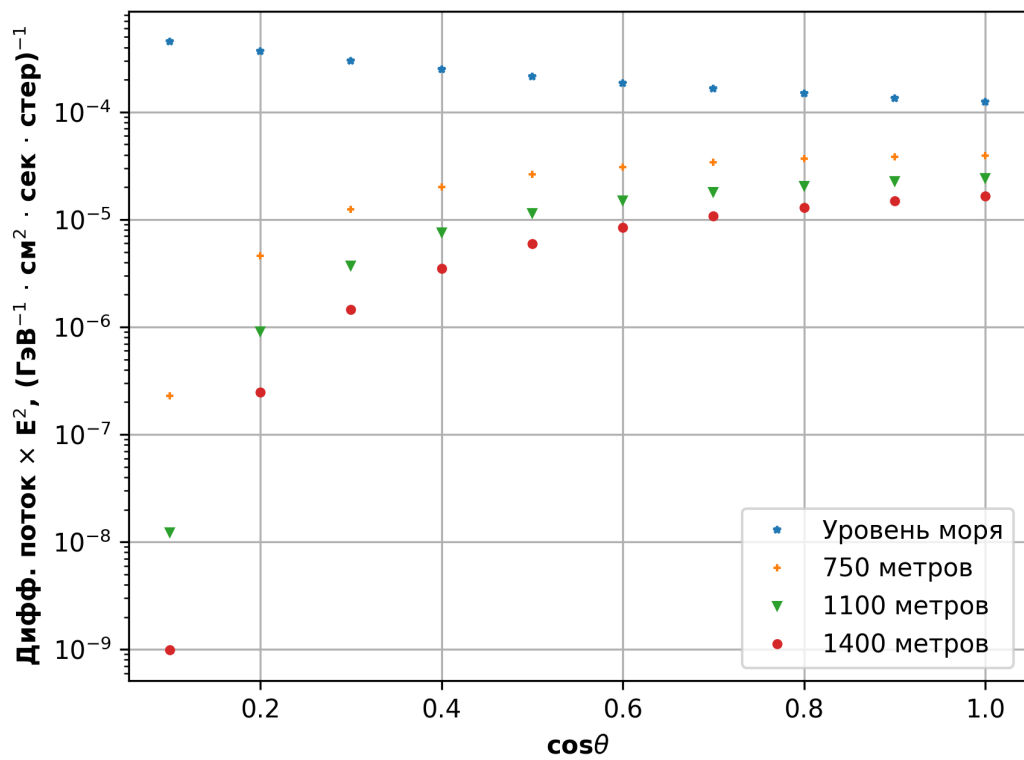


Рис. 4.11: Зависимость потока от косинуса зенитного угла при фиксированной энергии $E = 10^3$ ГэВ

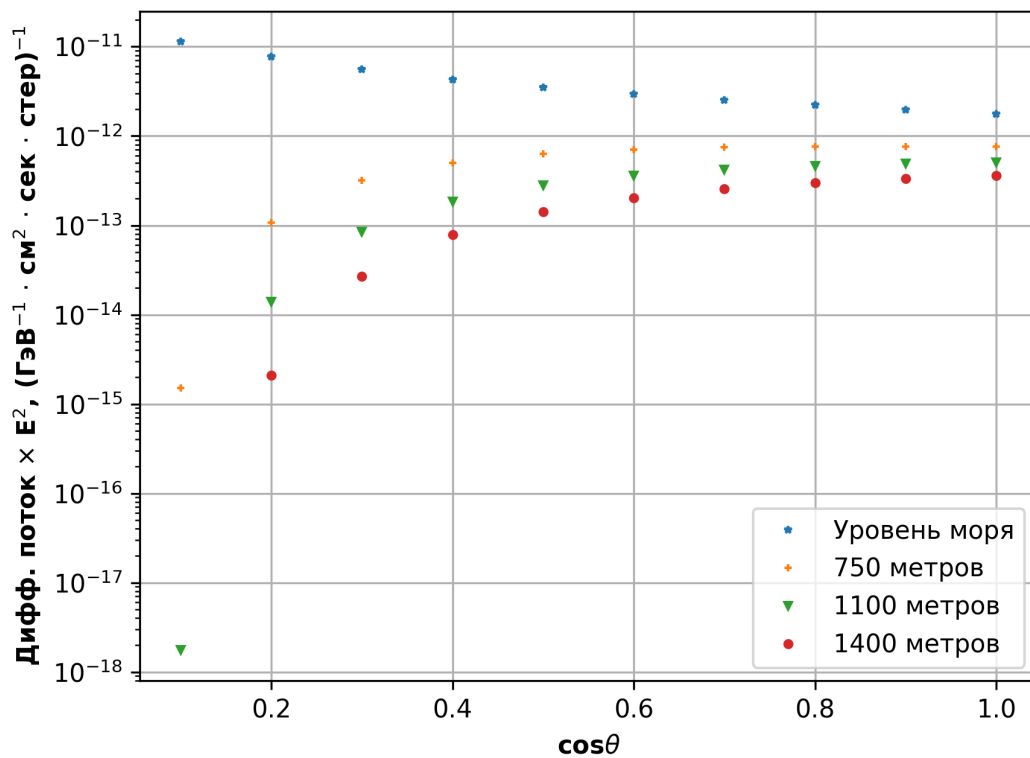


Рис. 4.12: Зависимость потока от косинуса зенитного угла при фиксированной энергии $E = 10^7$ ГэВ

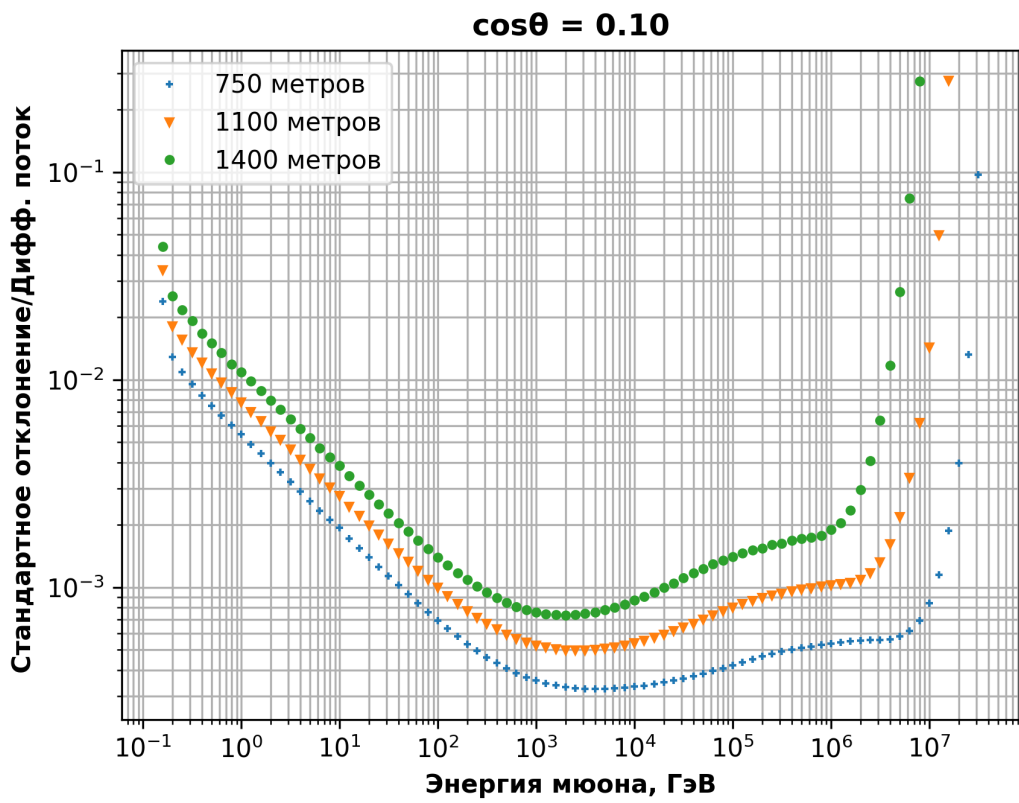


Рис. 4.13: Относительная ошибка $\sigma / \frac{d^2\Phi}{d\cos\theta d\log E}$ для $\cos\theta = 0.1$

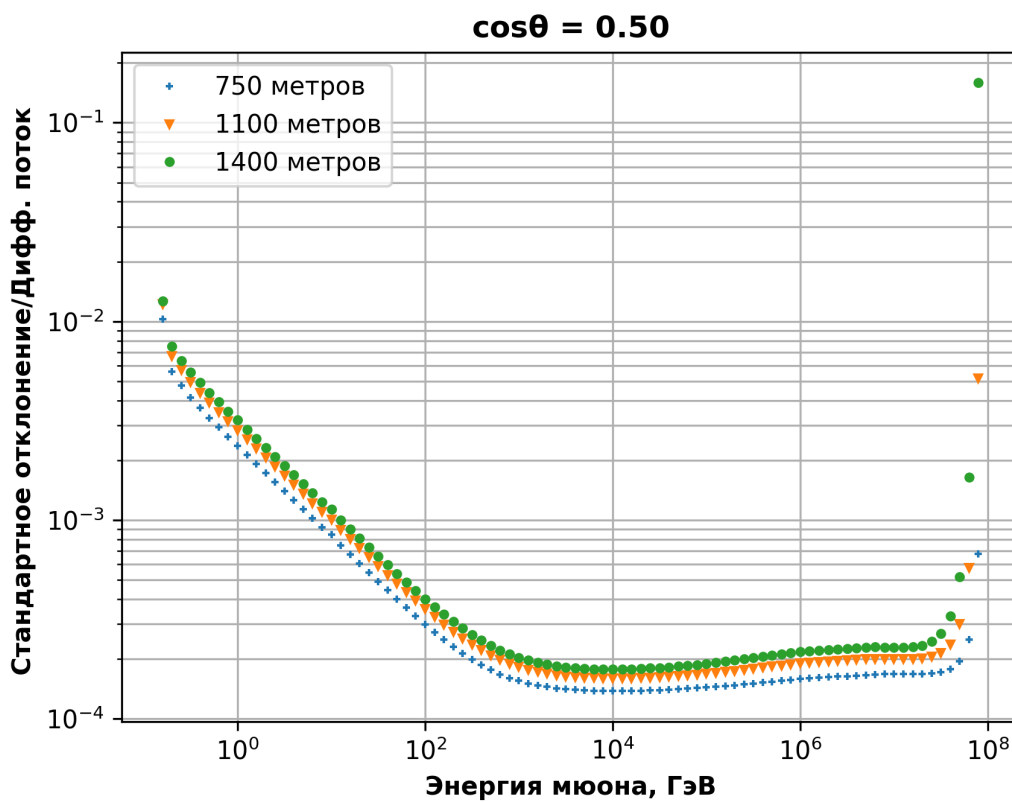


Рис. 4.14: Относительная ошибка $\sigma / \frac{d^2\Phi}{d\cos\theta d\log E}$ для $\cos\theta = 0.5$

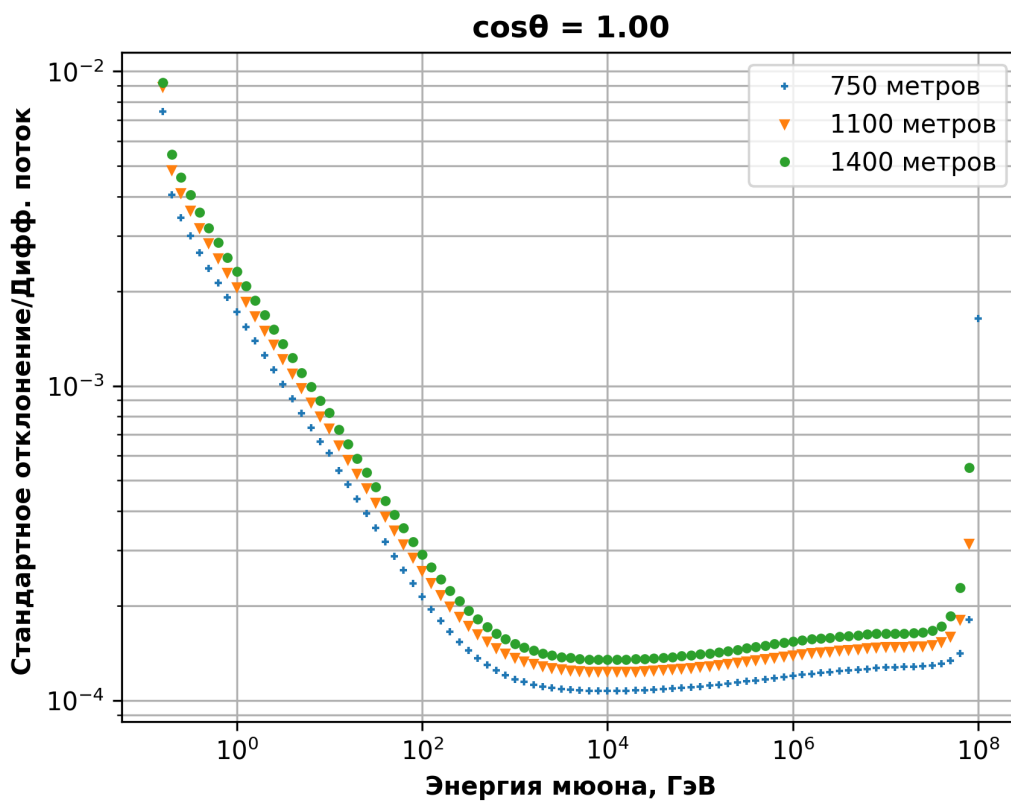


Рис. 4.15: Относительная ошибка $\sigma / \frac{d^2\Phi}{d\cos\theta d\log E}$ для $\cos\theta = 1.0$

Заключение

В ходе данной работы было дано описание свойств нейтрино, представляющее интерес для астрофизических исследований, обзорно рассмотрены вопросы об актуальности задачи регистрации астрофизических нейтрино, изучены и описаны основные принципы работы пакета моделирования прохождения мюонов через вещество Muons+Medium, вычислены подводные дифференциальные потоки $\frac{d\Phi}{d\cos\theta dE}(h, \cos\theta, E)$ мюонов как функции косинуса зенитного угла, глубины наблюдения и энергии частиц для глубин от 50 до 1400 м, энергий от $10^{-0.90}$ до $10^{8.0}$ ГэВ и в диапазоне косинусов зенитного угла от 0.1 до 1.0. Отметим, что в данной модели не учитываются специфические свойства озера Байкал (изменение плотности воды с глубиной, наличие примесей, окружающий озеро рельеф местности, геометрия озера). В качестве результатов вычисления в работе приводятся графики полученных распределений и их статистических ошибок.

Условные обозначения

r_e - классический радиус электрона

m_e - масса электрона

μ - масса мюона

δ - минимально возможная передача импульса в результате взаимодействия

q - переданный в результате взаимодействия 4-импульс

ν - доля переданной во взаимодействии энергии

E - энергия мюона

N_A - число Авогадро

Литература

- [1] Dmitry V.Naumov. Sterile Neutrino. A short introduction.arXiv:1901.00151.
- [2] V.A. Bednyakov, D.V. Naumov. (2014). The White Book. JINR neutrino program. (<http://nuweb0.jinr.ru/bedny/papers/140513-The-JINR-Neutrino-WhiteBook.pdf>)
- [3] Система сбора данных Байкальского нейтринного телескопа НТ1000 / А. Аврорин [и др.] //Приборы и техника эксперимента. 2014. янв. т. 2014. с. 2839. DOI:10 . 7868 /S0032816214030045.41
- [4] Оптический модуль глубоководного нейтринного телескопа Baikal-GVD / А. В. Аврорин [и др.] //Письма в ЭЧАЯ. 2016. с. 11431157.
- [5] Bair Shoibonov and Baikal collaboration 2019 J. Phys.: Conf. Ser. 1263 012005
- [6] Sokalski, Igor Bugaev, E. Klimushin, Sergey. (2000). MUM: Flexible precise Monte Carlo algorithm for muon propagation through thick layers of matter. Physical review D: Particles and fields. 64. 10.1103/PhysRevD.64.074015.
- [7] L. B. Bezrukov and E. V. Bugaev, in Proceedings of the 17th International Cosmic Ray Conference, Paris, 1981 (Section d'Astrophysique, Centre d'Études Nucléaires de Saclay, Gif-sur-Yvette Cedex, 1981), Vol. 7, p. 102; Yu.M. Andreev, L. B. Bezrukov, and E. V. Bugaev, Yad. Fiz. 60, 576 (1997) [Phys. At. Nucl. 60, 657 (1997)].

- [8] Higher-order corrections to the energy loss cross sections of high-energy muons (<https://eldorado.tu-dortmund.de/bitstream/2003/37815/1/Sandrock.pdf>) by M. Sc. Alexander Sandrock.
- [9] S. R. Kelner, R. P. Kokoulin, and A. A. Petrukhin, Moscow Engineering Physics Inst. Preprint No. 024-95, 1995; S. R. Kelner, R. P. Kokoulin, A. A. Petrukhin, *Yad. Fiz.* 60, 576 (1997) [*Phys. At. Nucl.* 60, 657 (1997)].
- [10] R. P. Kokoulin and A. A. Petrukhin, in Proceedings of the 11th International Cosmic Ray Conference, Budapest, 1969, edited by T. Gémsey et al. [*Acta Phys. Acad. Sci. Hung.* 29, Suppl. 4, 277 (1970)]; R. P. Kokoulin and A. A. Petrukhin, in Proceedings of the 12th International Cosmic Ray Conference, Hobart, 1971, edited by A. G. Fenton and K. B. Fenton (University of Tasmania Press, Hobart, 1971), Vol. 6, p. A 2436.
- [11] L. B. Bezrukov and E. V. Bugaev, *Yad. Fiz.* 32, 1636 (1980) [*Sov. J. Nucl. Phys.* 32, 847 (1980)]; *ibid.* 33, 1195 (1981) [33, 635 (1981)].
- [12] http://nuclphys.sinp.msu.ru/neutrino/newtrino_s/R&C.html
- [13] <http://nuclphys.sinp.msu.ru/neutrino/uen/index.html>
- [14] A. A. Kochanov et al 2019 *J. Phys.: Conf. Ser.* 1181 012054
- [15] Bugaev, E. V. et al. “Atmospheric Muon Flux at Sea Level, Underground, and Underwater.” *Physical Review D* 58.5 (1998): n. pag. Crossref. Web.
- [16] Sinegovskaya, T. S., and S. I. Sinegovsky. “Prompt Muon Contribution to the Flux Underwater.” *Physical Review D* 63.9 (2001): n. pag. Crossref. Web.
- [17] <https://docs.scipy.org/doc/scipy/reference/tutorial/interpolate.html>
- [18] *Rev. Sci. Instrum.* 81, 081101 2010