ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ «МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ имени М.В.ЛОМОНОСОВА»

ФИЗИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ

КАФЕДРА ФИЗИКИ ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ

МАГИСТЕРСКАЯ ДИССЕРТАЦИЯ

«РАЗВИТИЕ СРЕДСТВ АНАЛИЗА ДАННЫХ ПО ОСЦИЛЛЯЦИЯМ НЕЙТРИНО И ИХ ПРИМЕНЕНИЕ В ЭКСПЕРИМЕНТЕ NOvA»

Выполнила студентка 209м группы

Калиткина Анастасия Игоревна

Научный руководитель: доктор физ.-мат. наук Ольшевский Александр Григорьевич Научный консультант: Колупаева Людмила Дмитриевна

Допущена к защите _____

Зав. кафедрой академик РАН Матвеев В.А.

Москва 2020

ОГЛАВЛЕНИЕ

	Стр.
введение	2
ГЛАВА 1 Эксперимент NOvA	7
1.1 Устройство эксперимента и его моделирование	8
1.1.1 Формирование нейтринного потока	8
1.1.2 Моделирование нейтринного потока в NOvA	9
1.1.3 Взаимодействия нейтрино с веществом детектора	10
1.1.4 Процедура экстраполяции в NOvASoft	12
1.2 Исследование зависимости предсказаний числа нейтрин-	
ных событий в дальнем детекторе NOvA от периодов набора	
данных	14
1.2.1 Набор данных в NOvA	14
1.2.2 Экстраполяция по периодам. Результаты исследования	16
1.2.3 Влияние новой мишени	19
ГЛАВА 2 Программный пакет GNA	21
ГЛАВА 3 Моделирование нейтринных экспериментов с длинной	
базой в программном пакете GNA	24
3.1 Моделирование эксперимента NOvA	25
3.1.1 Нейтринные потоки	25
3.1.2 Сечения	26
3.1.3 Эффективности детектирования	27
3.1.4 Сравнение моделирований в GNA и NOvASoft	28
3.2 Моделирование эксперимента Т2К	33
3.2.1 Описание и особенности эксперимента	33
3.2.2 Моделирование и пробный фит в GNA	34
ГЛАВА 4 Анализ нейтринного эксперимента в GNA	36
4.1 Пробный анализ эксперимента NOvA	37
4.2 Планы и задачи для дальнейшего развития средств ана-	
лиза данных ускорительных экспериментов в GNA	41
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	43
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ	45
доклады и публикации	49

введение

На данный момент в рамках Стандартной Модели человечеству известно несколько десятков элементарных частиц. Среди этого многообразия особое место занимают нейтрино. Уникальными их делают две основные особенности:

- Нейтрино участвует только в слабом и гравитационном взаимодействиях. Именно поэтому нейтринные эксперименты способны нам рассказать много нового о строении Солнца и формировании солнечной энергии, о далеких и мощнейших взрывах сверхновых звезд или раскрыть тайну внутреннего строения нашей планеты.
- 2. Нейтрино это единственные фундаментальные единицы, для которых не решена загадка их природы. Согласно разным теориям нейтрино могут быть либо майорановскими, либо дираковскими частицами. Вероятность того, что массивные нейтрино окажутся майорановскими, открывает широкое поле для исследований вне рамок Стандартной Модели.

Первая особенность позволяет нейтрино проходить сквозь вещество почти не взаимодействуя. Поэтому большую часть частиц, пронизывающих нас каждую секунду, составляют именно они.

Источники нейтрино и их энергетический диапазон очень разнообразны. Нейтрино рождаются как в естественных, так и в антропогенных процессах. Самый большой поток на Земле составляют реликтовые нейтрино, которые остались во вселенной от Большого Взрыва. Каждый квадратный сантиметр пространства за одну секунду пронизывает поток примерно из $10^{13} - 10^{14}$ реликтовых частиц. Энергия таких нейтрино очень мала, чтобы их можно было регистрировать в современных экспериментах. Она составляет порядка 10^{-4} эВ.

Другим естественным источником нейтрино являются космические объекты: космические лучи, звезды, сверхновые звезды, черные дыры и т.д. Так наше Солнце в ходе термоядерных реакций в недрах звезды рождает поток нейтрино, который на поверхности Земли составляет порядка 10^{10} частиц в квадратном сантиметре за секунду. Земля как источник нейтрино тоже представляет большой интерес. Электронные антинейтрино $\bar{\nu}_e$ рождаются в распадах радиоактивных изотопов, которые входят в состав внутренних слоев планеты. За последние десять лет современные эксперименты стали чувствительны к геонейтрино, что позволяет изучать их и улучшать теории о строении Земли.

Однако основной фон для геонейтрино составляют реакторные $\bar{\nu}_e$, которые рождаются в обратном β -распаде в ходе отработки реакторного топлива. Их поток вблизи реактора достаточно большой, а средняя энергия частиц порядка нескольких МэВ.

Наиболее интересным в рамках данной работы искусственным источником нейтрино является ускоритель. О формировании нейтринного пучка в ускорительных нейтринных экспериментах с длинной базой будет говориться в главе 1. Ускорительные эксперименты позволяют работать с пучками мюонных нейтрино и антинейтрино. В современных экспериментах энергия этих частиц составляет порядка нескольких ГэВ и зависит от энергии, до которой были ускорены первоначальные протоны.

Нейтринная физика активно развивается последние 70 лет. Но многие вопросы, которые возникли еще в прошлом веке, до сих пор не нашли точного решения. Краеугольным камнем нейтринной физики являются осцилляции нейтрино, существование которых экспериментально было подтверждено около 20 лет назад. Над этой задачей активно работали эксперименты Super-Kamiokande [1], который детектировал потоки атмосферных нейтрино, и SNO [2], который изучал потоки солнечных нейтрино. Их исследования внесли большой вклад в физику элементарных частиц и были отмечены Нобелевской премией 2015 года [3].

В расширенной Стандартной Модели, где включена ненулевая масса нейтрино [4], существует три массовых состояния ν_1 , ν_2 и ν_3 , которые связаны с тремя флейворными состояниями ν_e , ν_μ и ν_τ с помощью унитарной матрицы смешивания Понтекорво-Маки-Накагава-Саката:

$$\nu_{\alpha} = \sum_{i} U_{\alpha i}^{\Pi \text{MHC}} \nu_{i}, \text{ (где } \alpha = e, \mu, \tau \text{ и } i = 1, 2, 3).$$
(1)

Если рассматривать теорию смешивания трех дираковских нейтрино, то матрица $U_{\alpha i}^{\Pi \text{MHC}}$ будет определяться четырьмя независимыми параметрами: тремя углами смешивания θ_{12} , θ_{13} , θ_{23} и фазой нарушения СР инвариантности δ_{CP} .

Однако для изучения нейтринных осцилляций ключевым понятием является вероятность перехода одного нейтринного аромата в другой. Вероятность нейтринных осцилляций зависит от энергии частиц E, расстояния между источником и детектором L, параметров матрицы смешивания $U_{\alpha i}^{\Pi MHC}$ и, в случае релятивистских частиц, которые характерны для любого современного нейтринного эксперимента, расщепления масс $\Delta m_{ij}^2 = m_i^2 - m_j^2$ ($j \neq i$) [5]:

$$P(\nu_a \to \nu_b) \sim \frac{\Delta m_{ij}^2}{E} L.$$
 (2)

Массы нейтрино очень малы. Их точное измерение настоящий вызов для ученых. На данный момент было реализовано три способа для измерения масс:

- 1. Изучение фона реликтового излучения вселенной.
- 2. Поиск безнейтринного двойного β -распада.
- 3. Восстановление формы энергетического спектра электронов в *β*распаде трития.

Каждый из способов дает ограничение на величину нейтринных масс. Однако они чувствительны к несколько разным массам.

Последние результаты, полученные из космологических наблюдений, представлены в статье эксперимента Planck [6]. На данный момент Planck дает самое сильное ограничение для суммы массовых состояний нейтрино: $\Sigma m_{\nu} < 0.12$ эВ.

В экспериментах по поиску безнейтринного двойного β -распада, в предположении майорановской природы нейтрино, оценивается эффективная масса нейтрино $m_{\beta\beta}$. Из результатов эксперимента GERDA $m_{\beta\beta} < 0.16$ эВ [7].

Используя третий подход, ученые эксперимента KATRIN в 2019 году произвели оценку массы нейтрино с большей точностью, чем это было возможно раньше для метода, который не зависит от космологических моделей и при-

4

роды нейтрино. Результаты исследования определили верхний предел массы электронного нейтрино, который составляет 1.1 эВ [8], что почти в два раза меньше, чем результаты предыдущих подобных экспериментов.

Данная работа посвящена осцилляционным нейтринным экспериментам, в которых возможны только прецизионные измерения величины расщепления масс нейтрино. Поэтому важно заметить, что одна из проблем современной нейтринной физики – это определение иерархии масс нейтрино. Из данных солнечных нейтринных экспериментов известно, что Δm_{21}^2 много меньше остальных. Но анализ атмосферных экспериментов, из-за инвариантности относительно знака Δm_{31}^2 , вносит неопределенность. Таким образом физики рассматривают два основных возможных случая:

- 1. нормальный порядок масс (НИ), когда $m_1 < m_2 \ll m_3$;
- 2. обратная иерархия (ОИ), когда $m_3 \ll m_2 < m_1$;

Основная задача современных нейтринных экспериментов – найти точные значения всех осцилляционных параметров. На сегодня результаты сосредоточены в следующих значениях [9]:

$$\begin{aligned} \sin^2 \theta_{12} &= 0.307 \pm 0.013 \\ \sin^2 \theta_{13} &= (2.12 \pm 0.08) \times 10^{-2} \\ \sin^2 \theta_{23} &= 0.417^{+0.025}_{-0.028} \text{ (НИ, I четверть)} \\ \sin^2 \theta_{23} &= 0.597^{+0.024}_{-0.026} \text{ (НИ, II четверть)} \\ \sin^2 \theta_{23} &= 0.421^{+0.033}_{-0.025} \text{ (ОИ, I четверть)} \\ \sin^2 \theta_{23} &= 0.592^{+0.023}_{-0.030} \text{ (ОИ, II четверть)} \\ \Delta m^2_{21} &= (7.53 \pm 0.18) \times 10^{-5} \text{ эB}^2 \\ \Delta m^2_{23} &= (2.51 \pm 0.05) \times 10^{-3} \text{ эB}^2 \text{ (НИ)} \\ \Delta m^2_{23} &= (-2.55 \pm 0.04) \times 10^{-3} \text{ эB}^2 \text{ (OI)} \\ \delta_{CP} &\in [1.0 - 1.9]\pi (2\sigma) \end{aligned}$$

Стоит заметить, что разные эксперименты чувствительны к разному набору параметров. Для солнечных экспериментов, таких как SNO [10], Borexino [11], характерны параметры θ_{12} и Δm_{21}^2 . Атмосферные эксперименты, например Super-Kamiokande [12], имеют хорошую чувствительность к θ_{23} . В реакторном эксперименте Daya Bay [13] был с хорошей точностью измерен угол θ_{13} . Фаза нарушения СР инвариантности и иерархия масс нейтрино на данный момент изучается в первую очередь в ускорительных экспериментах NOvA [14] и T2K [15], речь о которых пойдет в следующих главах.

ГЛАВА 1

Эксперимент NOvA

В данной главе речь пойдет про ускорительный осцилляционный нейтринный эксперимент The NuMI Off-axis ν_e Appearance (NOvA). Он проводится Национальной ускорительной лабораторией им. Энрико Ферми (Фермилаб), которая расположена в штате Иллинойс (США).

Эксперимент состоит из двух детекторов - ближнего и дальнего. Оба детектора состоят из ПВХ ячеек, заполненных жидким сцинтиллятором, подробнее о котором будет рассказано в разделе 1.1.3. Строение детекторов идентично: из прямоугольных ячеек составлены плоскости, ориентация которых чередуется в горизонтальном и вертикальном направлениях. Такая конфигурация позволяет с хорошей точностью детектировать треки частиц от квазиупругих взаимодействий нейтрино с ядрами сцинтиллятора в двух плоскостях. Детекторы NOvA расположены вне оси пучка главного инжектора (NuMI) под углом 14 мрад. Это создает достаточно узкий энергетический пик в районе 2 ГэВ, где находится минимум вероятности выживания мюонных нейтрино.

Основная задача ближнего детектора (ND), масса которого 290 т, заключается в мониторинге нейтринного пучка сразу после ускорителя. Дальний детектор (FD), масса которого 14 кт, расположен на расстоянии 810 км от ускорителя, что соответствует самой большой осцилляционной базе среди работающих ускорительных нейтринных экспериментов. Так как дальний детектор имеет достаточно большой рабочий объем и расположен на поверхности земли, с его помощью в эксперименте исследуются разные задачи нейтринной физики.

Базовая задача – это изучение нейтринных осцилляций в веществе. Ученые хотят получить прецизионные значения для Δm_{32}^2 , угла смешивания θ_{23} и определить иерархию масс нейтрино. Так же NOvA пытается ответить на вопрос о величине нарушения СР инвариантности в лептонном секторе. Помимо этого перед экспериментом стоят задачи по изучению космических мюонов, детектированию нейтринных потоков от будущих сверхновых и, например, поиск магнитного монополя.

Последний осцилляционный анализ NOvA 2019 года интересен тем, что

для анализа впервые были объединены нейтринная и антинейтринная статистики. Лучшие значения параметров совместного анализа появления ν_e и выживания ν_{μ} имеют следующие значения [14]:

$$\begin{split} \Delta m_{21}^2 &= (7.53 \pm 0.18) \times 10^{-5} \ \mathbf{\mathfrak{9}B}^2 \\ \sin^2 \theta_{12} &= 0.307^{+0.013}_{-0.012} \\ \sin^2 \theta_{13} &= (0.021 \pm 0.0011) \\ \Delta m_{32}^2 &= 2.48^{+0.11}_{-0.06} \times 10^{-3} \ \mathbf{\mathfrak{9}B}^2 \ (\mathrm{H}\mathrm{M}) \\ \sin^2 \theta_{23} &= 0.56^{+0.04}_{-0.03} \ (\mathrm{H}\mathrm{M}, \ \mathrm{верхний} \ \mathrm{октант}) \\ \delta_{CP}/\pi &= 0.0^{+1.3}_{-0.4}, \end{split}$$
(1.1)

где первые три параметра взяты для анализа из [16]. Следуя данным эксперимента, нормальная иерархия предпочтительна на на уровне достоверности 1.9 стандартных отклонений σ , верхний октант θ_{23} на 1.6 σ .

1.1 Устройство эксперимента и его моделирование

1.1.1 Формирование нейтринного потока

В NOvA создание нейтринного пучка начинается с ускорительного комплекса в Фермилабе. Он состоит из четырех элементов:

- 1. Линейного протонного ускорителя;
- 2. Кольцевого бустера, где пучки протонов разгоняются до 8 ГэВ;
- 3. Кольца накопителя [17];
- 4. Клавного инжектора, где энергия пучка составляет уже 120 ГэВ;

Высокоэнергетические протоны после ускорения в главном инжекторе выводятся на графитовую мишень, взаимодействуя с которой первичные протоны рождают поток вторичных пионов и каонов. Мощность ускорителя составляет 700 кВт, что соответствует 6×10^{20} протонов на мишень (POT) в год.

Далее вторичные частицы проходят через фокусирующую систему. Она показана на рис. 1.1, где изображены мишень, два магнитных горна и распадный канал. В зависимости от конфигурации магнитного поля в горнах

происходит отбор вторичных мезонов по заряду. Это позволяет в дальнейшем работать с нейтринным или антинейтринным пучком. Система горнов работает таким образом, чтобы в распадный канал попало как можно больше вторичных частиц.



Рисунок 1.1 — Схема отбора вторичных частиц в мульти-фокусирующей системе.

Распадный канал представляет из себя стальную трубу, диаметром 2 метра. Длина канала определена временем жизни характерных для эксперимента пионов. Вокруг трубы находится бетонная защита. Чтобы получить чистый нейтринный сигнал в ближнем детекторе, в конце распадного канала находятся поглотители для адронных и мюонных компонент.

Когда эксперимент набирает нейтринные данные, магнитное поле горнов находится в FHC-моде (Forward Horn Current). Следовательно, в распадном канале большую часть частиц будут составлять π^+ и K^+ мезоны. Наиболее вероятной реакцией распада в данном случает будет $\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_{\mu}$, однако возможны и другие, например, $\pi^+ \rightarrow e^+ + \nu_e$. Кроме того в распадный канал могут попасть мезоны отрицательного заряда, которые влетели в фокусирующую систему под малыми углами. Таким образом нейтринный поток будет состоять примерно на 95% из ν_{μ} , на 4% из $\bar{\nu}_{\mu}$ и на 1% из электронных нейтрино и антинейтрино.

Аналогичная ситуация будет и при наборе антинейтринных данных. В этом случает магниты находятся в RHC-моде (Reverse Horn Current). Состав антинейтринного пучка примерно следующий: $93\% \bar{\nu}_{\mu}$, $3\% \nu_{\mu}$, $1\% \nu_{e}(\bar{\nu}_{e})$.

1.1.2 Моделирование нейтринного потока в NOvA

Предсказания нейтринного потока в ближнем или дальнем детекторах вычисляются с помощью Монте-Карло моделирования (МС). Оно полностью

включает всю линию жизни пучка от мишени до детектора.

В эксперименте NOvA моделирование нейтринного пучка начинается в программном пакете Geant4 [18]. В библиотеке G4NuMI [19], которая использует инструменты Geant4, запрограммированы геометрия и материалы мишени, через которую проходит линии пучка NuMI, а также физика частиц, начиная с протонного пучка от главного инжектора и заканчивая распадами вторичных частиц, которые генерируют нейтрино. Далее нейтринный поток корректируется с помощью пакета PPFX [20], который был разработан группой эксперимента MINERvA [21]. Этот пакет перевзвешивает предсказания нейтринного потока и вычисляет неопределенности в адронном спектре, используя ограничения от адрон-нуклонных столкновений на тонких мишенях.

На рис. 1.2 представлены результаты моделирования нейтринных потоков в NOvA [22]. Процесс моделирования для дальнего и ближнего детектора одинаковый, разницу в расчеты вносит только различное расстояние между детекторами и источником. Поток частиц спадает от расстояния, как $1/r^2$, где r - расстояние до детектора. Большую часть частиц составляют мюонные нейтрино, для которых из-за вне осевого положения детекторов характерен энергетический пик в районе 2 ГэВ.

1.1.3 Взаимодействия нейтрино с веществом детектора

Нейтрино может взаимодействовать с веществом посредством заряженных (СС) и нейтральных токов (NC). В эксперименте NOvA детектируются три основных реакции. То, как они выглядят на дисплее событий, показано на рис. 1.3. Через заряженные токи протекают два процесса рождения адронов.

- Взаимодействие
 *ν*_µ с ядрами вещества сцинтиллятора, когда рождается мюон. Для этой реакции характерен длинный мюонный трек.
- Аналогичное взаимодействие *ν_e*, для которого характерен электромагнитный ливень.

Если нейтрино взаимодействует с веществом детектора через обмен нейтральным Z^0 -бозоном, определить аромат нейтрино по данным детектора невозможно. Как правило в такой реакции рождается нейтральный пион, ко-



Рисунок 1.2 — Моделирование нейтринных потоков в NOvA. Поток нейтрино в ближнем (а) и дальнем (b) детекторах для FHC-моды. Поток нейтрино в ближнем (c) и дальнем (d) детекторах для RHC-моды.

торый на дисплее событий можно обнаружить по его наиболее вероятному, почти мгновенному, распаду на два гамма кванта. Это помогает отделить СС и NC процессы.

Чтобы оценить сечение взаимодействия нейтрино с детектором, важно знать из каких элементов он состоит. Помимо минеральных масел, которые входят в состав сцинтиллятора, в нем присутствуют спектросмещающие вещества и продукты для увеличения времени жизни детектора. Таким образом, сцинтиллятор, которым заполнены ПВХ ячейки детектора, имеет довольно сложный состав. Изотопный состав и массовая доля каждого элемента, с которым может провзаимодействовать нейтрино и дать нужный сигнал, представлены в таблице 1.1.

Для моделирования непосредственно нейтринных взаимодействий NOvA использует программный пакет GENIE [23]. Он входит в последовательность

11



Рисунок 1.3 — Характерные реакции взаимодействия нейтрино с веществом детектора NOvA (сверху вниз): $\nu_{\mu} + n \rightarrow \mu + p$, $\nu_{e} + n \rightarrow e + p$, $\nu_{\alpha} + X \rightarrow \nu_{\alpha} + X'$.

Монте-Карло моделирования как генератор первичной вершины взаимодействия нейтрино с нуклонами детектора. В GENIE используются как теоретические модели, так и экспериментальные данные о сечениях взаимодействия нейтрино.

1.1.4 Процедура экстраполяции в NOvASoft

Кроме того, как нейтрино попадают в детекторы и взаимодействуют с ними, в эксперименте NOvA моделируется большое множество других процессов, например, отклик детекторов или влияние осцилляций нейтрино в веществе. Все эти вычисления производятся с помощью программного обеспечения NOvASoft, которое было создано специально под нужды эксперимента и постоянно развивается вместе с появлением новых задач. NOvASoft основано на разработанной в Фермилабе программной среде art [24]. Так как весь код NOvA-ART написан на языке C++, это позволяет легко комбинировать в одной среде разработки работу всех программных пакетов для моделирования, про которые говорилось ранее. Для сборки проектов, визуализации результатов и хранения данных NOvASoft использует модульный научный

Элемент	Массовая доля, %	Элемент	Массовая доля, %
$^{1}\mathrm{H}$	10.6596	³⁵ Cl	15.9671
12 C	66.1037	⁴⁰ Ca	0.0261
14 N	0.1549	⁴⁸ Ti	3.1986
¹⁶ O	3.0009	⁵⁶ Fe	0.6730
²³ Na	0.0025	¹¹⁹ Sn	0.1182
32 S	0.0951		

Таблица 1.1 — Изотопный состав детекторов эксперимента NOvA.

программный инструментарий ROOT [25].

NOvASoft состоит из более 100 пакетов-бибилиотек, которые охватывают все части эксперимента. В рамках данной работы особый интерес представляет модуль CAFAna, который представляет собой набор классов для любого осцилляционного анализа данных в NOvA. Он позволяет легко создавать гистограммы с предсказаниями спектров частиц, накладывать разные критерии отбора на данные, подбирать параметры нейтринных осцилляций и многое другое.

Например, зная спектр нейтрино в ближнем детекторе, можно вычислить спектр в дальнем детекторе, применяя процедуру экстраполяции, схема которой изображена на рис. 1.4 [26]. Рассмотрим подробнее каждый этап экстраполяции двигаясь по блокам слева направо:

- Исходный спектр ближнего детектора в терминах реконструированной энергии, используя матрицу соответствия, переводится в спектр истинной энергии частиц.
- Полученный спектр умножается на отношение дальнего детектора к ближнему и вероятности осцилляций, чтобы получить спектр нейтрино в дальнем детекторе в терминах истинной энергии.
- 3. Обратное преобразование к реконструированной энегрии.

Таким образом получается предсказание числа событий в дальнем детекторе эксперимента NOvA.



Рисунок 1.4 — Схема экстраполяция нейтринных событий из ближнего детектора в дальний.

1.2 Исследование зависимости предсказаний числа нейтринных событий в дальнем детекторе NOvA от периодов набора данных

1.2.1 Набор данных в NOvA

Набор данных в рамках эксперимента NOvA стартовал в 2014 году. Статистика набора данных приведена на рис. 1.5. Все время работы эксперимента разделено на периоды – интервалы времени, для которых характерны одинаковые условия работы. Значительные изменения в условия работы эксперимента могут внести изменения магнитного поля в горнах для набора данных в другой моде, длительное отключение ускорительного комплекса (периоды shutdown), замена мишеней и другие процессы по обслуживанию эксперимента.

На данный момент статистика эксперимента разбита на 10 периодов. Из них 6 периодов эксперимент работал в FHC-моде, набирая нейтринную статистику, которая сейчас соответствует примерно 14×10^{20} POT. И 4 периода NOvA набирал статистику по антинейтрино, которая составляет $\sim 12 \times 10^{20}$ POT. Статистика, отвечающая каждому периоду, приведена в таблице 1.2.

С 2015 года коллаборация эксперимента NOvA проводит ежегодные анализы данных, обновляя результаты по определению параметров нейтринных осцилляций. Для получения более точных результатов кроме новой статистики важно учитывать технические изменения между периодами, которые



Рисунок 1.5 — График набора данных в NOvA. Оранжевые области соответствуют набору нейтринных данных, голубые – антинейтринным. Пунктирными линиями отмечены временные области, которые вошли в анализ 2018 и 2019 годов.

Таблица 1.2 — Подробная информация о статистике по периодам набора данных, включенных в анализ 2020 года.

Номер периода	Пучок	Статистика, РОТ
Период 1	Нейтринный	1.22728×10^{20}
Период 2	Нейтринный	2.64473×10^{20}
Период З	Нейтринный	3.84544×10^{20}
Период 4	Антинейтринный	0.65538×10^{20}
Период 5	Нейтринный	1.76219×10^{20}
Период 6	Антинейтринный	3.06065×10^{20}
Период 7	Антинейтринный	5.38219×10^{20}
Период 8	Антинейтринный	3.23368×10^{20}
Период 9	Нейтринный	2.20825×10^{20}
Период 10	Нейтринный	2.54509×10^{20}

могут вносить погрешность в вычисления. Поиску таких погрешностей была посвящена одна из частей данной работы, описанная в следующей подсекции.

1.2.2 Экстраполяция по периодам. Результаты исследования

Каждому периоду соответствует свой набор данных. В первую очередь это данные и Монте-Карло моделирование ближнего детектора, которые используются в анализе в процедуре экстраполяции, описанной в параграфе 1.1.4. Также существуют наборы данных Монте-Карло моделирования дальнего детектора. Однако для удобства вся статистика эксперимента объединена в полные наборы данных, в которых влияние различных изменений между периодами считается малым и им пренебрегают. Поэтому перед автором стояла задача проверить, корректен ли такой подход. В ходе работы было проведено исследование того, как экстраполяция по периодам отличается от экстраполяции по полному набору данных.

Изначально работа выполнялась с данными, которые были подготовлены для анализа 2019 года. Они включали в себя четыре нейтринных и все антинейтринные периоды. Но на момент подготовки анализа этого года более актуальным стал вопрос исследования также новых данных, набранных с февраля 2019 года по март 2020 года.

Сравнение проводилось двумя способами. Во-первых, проводилась процедура экстраполяция каждого периода отдельно, где гистограммы предсказаний были нормированы на РОТ, отвечающее полному набору данных. Для нейтринной и антинейтринной мод суммарные значения РОТ представлены в таблице 1.3. Интегральные значения предсказаний по периодам сравнивались с предсказанием количества частиц в дальнем детекторе, которое получено с помощью экстраполяции по всему набору данных.

Таблица 1.3 — Суммарное количество РОТ для двух мод набора данных

Мода	Пучок	Статистика, РОТ
FHC	Нейтринный	14.2357×10^{20}
RHC	Антинейтринный	12.3319×10^{20}

Дополнительной задачей было исследование различий между предсказаниями, в которых учитывались данные ближнего детектора, то есть использовался метод экстраполяции, и предсказаниями, которые получены без учета данных ближнего детектора, то есть без экстраполяции. Результаты всех вычислений представлены в таблице 1.4.

Таблица 1.4 — Различия между предсказаниями чисел событий в дальнем детекторе, которые вычислены по всему набору данных с учетом экстраполяции, и предсказаниями, которые отвечают конкретному периоду и вычислены как с использованием метода экстраполяции, так и без него.

Пориол	экстра	экстраполяция		граполяции			
период	N _{tot} Различия		N _{tot}	Различия			
Нейтринный пучок							
Полный набор	87	7.663	86.429	+7.73%			
1+2	76.750	-4.46%	75.027	-14.41%			
3	93.192	+6.31%	92.072	+5.03%			
5	94.475	+7.77%	93.138	+6.25%			
9	93.557	+6.72%	92.795	+5.85%			
10	94.674	+8.00%	91.185	+4.02%			
	Антинейтринный пучок						
Полный набор	29	9.800	29.706	-0.32%			
4	30.717	+3.08%	30.419	+2.08%			
6	29.696	-0.35%	29.776	-0.08%			
7	29.929	+0.43%	29.587	-0.71%			
8	29.658	-0.48%	29.768	-0.11%			

Количество событий в первом достаточно мало, так как полный объем дальнего детектора был введен в эксплуатацию только в середине первого периода. Поэтому, чтобы процедура экстраполяции работала корректно, для исследования данные первого и второго периодов были объединены. Стоит заметить, что интегральное значение для суммы первого и второго периодов меньше значения для полного набора данных. Это объясняется тем, что в работе использовались реальные значения РОТ, а не эквивалентные полному объему дальнего детектора. Второй способ исследования заключался в том, что каждый период был нормирован на свое значение РОТ из таблицы 1.2. Это позволило построить суммарную гистограмму всех периодов и сравнить ее с экстраполяцией по полному набору данных, нормированной на полное значение РОТ. На рис. 1.6 изображены получившиеся гистограммы. Различие между интегральными значениями в нейтринной моде составляет 1.64%. Для антинейтринной моды различие между количеством событий в гистограммах почти незаметно и равно 0.14%.



Рисунок 1.6 — Сравнение гистограммы по всему набору данных с суммарной гистограммой по периодам для нейтринной (а) и антинейтринной (b) мод. Гистограммы получены с помощью метода экстраполяции.

Проделанная работа показала, что на данном этапе экстраполяция по периодам не вносит вклад в точность анализа экспериментальных данных, так как погрешность экстраполяции по всему набору данных меньше статистической ошибки.

1.2.3 Влияние новой мишени

С 2025 года ускорительный комплекс Фермилаба планирует начать работу по созданию нейтринного пучка для нового нейтринного осцилляционного эксперимента с длинной базой DUNE (Deep Underground Neutrino Experiment) [27]. Планируется, что мощность пучка ускорителя к 2026 году должна составлять 1.2 МВт. Увеличение мощности будет происходить постепенно, поэтому часть работы эксперимента NOvA будет включать в себя модернизацию ускорителя.

К 2021 году мощность главного инжектора ускорительного комплекса должна составлять 900 кВт, что приведет к увеличению сечения протонного пучка. Для обеспечения правильной работы эксперимента, летом 2019 года была установлена новая графитовая мишень с подходящими характеристиками. Таким образом, технической особенностью десятого периода стала новая мишень. Разумно было предположить, что такая модернизация может привести к изменению нейтринного потока в дальнем детекторе NOvA. Задачей автора было посмотреть, какое влияние окажет новая мишень на моделирование десятого периода.

Для работы с данными нового периода группа эксперимента, моделирующая поведение нейтринного пучка, подготовила спектры отношений между нейтринными потоками с новой и старой мишенями. Эти спектры можно использовать как систематический вес для Монте-Карло моделирования десятого периода. Автором было проведено исследование, которое помогло выяснить, как применение новой систематики влияет на результаты экстраполяции. На рис. 1.7 показаны предсказания, полученные с помощью старого моделирования с использованием весов новой мишени (красная гистограмма) и без них (черная гистограмма).

Стоит заметить, что наличие новой мишени оказывает малый эффект на спектр предсказаний. Количество событий с применением новой систематики на 0.16% меньше предсказаний старого моделирования.

19



Рисунок 1.7 — Влияние новой мишени на экстраполяцию 10 периода.

ГЛАВА 2

Программный пакет GNA

Для проведения высокопроизводительного статистического анализа данных нейтринных осцилляционных экспериментов в Лаборатории ядерных проблем ОИЯИ была разработана платформа Global Neutrino Analysis (GNA) [28]. Особенность GNA заключается в том, что основой для достижения высокой производительности в численных расчетах является использование модели вычислительного графа [29]. В таком подходе модель эксперимента представляется в виде направленного ациклического графа, состоящего из независимых узлов (трансформаций). Каждый узел реализует свое независимое действие. На рис. 2.1 показана схема абстрактного графа, где трансформации обозначены квадратами, а связи между ними – стрелочками. Любые задачи, связанные с суммированием или перемножением массивов данных, интерполированием или интегрированием кривых, вычислениями в рамках каких-либо теорий, например, вероятности нейтринных осцилляций, реализованы в виде трансформаций.



Рисунок 2.1 — Абстрактный пример вычислительного графа в GNA. Узлами графа являются функции, которые соединены стрелочками, иллюстрирующие потоки данных.

Когда все вычисления можно представить в виде графов, легко добиться сохранения промежуточных вычислений и при изменении внешних параметров пересчитывать только необходимые узлы. Такой подход дает значительное ускорение в типичных задачах статистического анализа, таких как построение профиля функции правдоподобия или карты доверительных интервалов. В GNA все операции проводятся над массивами. Это реализовано с помощью векторных вычислений из библиотеки Eigen [30]. Эта шаблонная библиотека, написанная на языке C++, предоставляет удобный интерфейс для работы с массивами и векторами, а так же обладает высокой производительностью.

Изначально платформа GNA разрабатывалась для анализа реакторных нейтринных осцилляционных экспериментов. Особенность таких экспериментов заключается в том, что экспериментальные холлы с детекторами зачастую находятся вблизи нескольких атомных электростанций, чтобы поток частиц, а значит и статистика эксперимента были как можно больше. Это добавляет некоторые сложности в анализ, так как данные с каждого детектора имеют свои особенности калибровки, а потоки от разных реакторов свою интенсивность. Другая сложность в анализе нейтринных экспериментов кроется в количестве параметров, изменение которых необходимо аккуратно отслеживать. Таким образом, идея реализовать все вычисления в виде графов основана на необходимости ускорения процесса, когда различные эффекты детекторов по порядку накладываются на набор входных данных, как на конвейере, а зависимости между всеми осцилляционными параметрами отслеживаются автоматически.

Одно из направлений современного развития платформы GNA заключается в добавления поддержки графических процессоров в качестве сопроцессоров [31]. Это значительно увеличит скорость выполнения алгоритмов.

Анализ данных в GNA можно разделить на два последовательных этапа. На первом этапе создаются объекты преобразования, где пользователь может управлять вычислительным процессом, используя преобразования уже реализованные в GNA. Пользовательский интерфейс реализован на языке Python. Это позволяет делать код гибким и удобным для конечного пользователя, но не всегда эффективным. Второй этап включает в себя непосредственные расчеты, код которых уже написан разработчиками. Все преобразования и способ их взаимодействия описаны на языке C++. Эти две части связаны через PyRoot, который осуществляет взаимодействие с любым классом из ROOT с помощью интерпретатора Python.

Преобразования также могут быть написаны самим пользователем и до-

22

бавлены в проект GNA. Для отслеживания актуальности версии программного продукта команда GNA использует систему управления репозиториями и отслеживания версий GitLab. С использованием этой платформы разработчики GNA подготовили набор автоматических тестов, которые позволяют поддерживать стабильность развивающейся платформы. Для новых пользователей существует подробная документация и обучающие материалы к пакету [32], которые регулярно обновляются и поддерживаются в актуальном состоянии.

Важным преимуществом GNA является удобство использования и поддержание анализа в течении долгого времени. Структура графов позволяет легко расширять старые модели или создавать новые. Платформа GNA может стать удобным инструментом для проведения совместных анализов для разных нейтринных осцилляционных экспериментов. Создание модели ускорительных нейтринных экспериментов NOvA и T2K в рамках программного пакета GNA будет описано в главе 3.

ГЛАВА З

Моделирование нейтринных экспериментов с длинной базой в программном пакете GNA

Построение модели нейтринного осцилляционного эксперимента с длинной базой в простом случае можно свести к следующей формуле:

$$N_{ch} = k \int_{E_{min}}^{E_{max}} dE \, \Phi_{\nu_i}(E) \cdot \sigma_{\nu_f}(E) \cdot \varepsilon_{ch}(E) \cdot P_{osc}(E).$$
(3.1)

Она предсказывает общее число частиц, которое может увидеть детектор эксперимента в одном из каналов исследований. Чтобы получить полное количество событий, необходимо просуммировать все возможные варианты. Чтобы изучать влияние осцилляций на распространение пучка нейтрино, для экспериментов с длинной базой интерес представляет моделирование чисел событий в дальних детекторах.

В формулу (3.1) входят следующие составляющие:

- 1. $\Phi_{\nu_i}(E)$ поток нейтрино ν_i начального флейвора в дальнем детекторе без влияния нейтринных осцилляций;
- 2. $\sigma_{\nu_f}(E)$ сечения взаимодействия нейтрино ν_f конечного флейвора с веществом детектора через заряженные и нейтральные токи;
- 3. $\varepsilon_{ch}(E)$ эффективности детектирования и отбора событий для конкретного канала исследования;
- 4. $P_{osc}(E)$ вероятность нейтринных осцилляций, которая соответствует переходу от начального нейтринного аромата к конечному ($\nu_i \rightarrow \nu_f$);

Все описанные выше множители зависят от истинной энергии нейтрино, по которой производится дальнейшее интегрирование в интересующем энергетическом промежутке. Кроме того, в формулу входит нормирующий множитель k, включающий в себя экспозицию, которая измеряется в РОТ, и количество нуклонов в детекторе.

Рассмотрим каждый элемент формулы подробнее на примере двух современных работающих экспериментов NOvA и T2K.

3.1 Моделирование эксперимента NOvA

Для NOvA характерны два направления исследований: анализ выживания мюонных нейтрино и анализ появления электронных нейтрино. Каждый анализ должен моделироваться отдельно.

Как было показано в параграфе 1.1.1, нейтринный пучок состоит не только из мюонных нейтрино, поэтому все события разделяют на сигнальные и фоновые. Все взаимодействия через нейтральные токи будут составлять фон для обоих анализов, так как определить аромат взаимодействующего с детектором нейтрино невозможно. Сигнальному каналу, например для анализа появления ν_e , соответствуют те нейтрино, начальный аромат которых был мюонный, а конечный – электронный. Фоновые события заряженных токов анализа появления ν_e , которые учитывались в построении модели в GNA, включают в себя следующие каналы:

- 1. Ошибочный сигнал (wrong_bg) антинейтрино с начальным и конечным ароматом, как у сигнального канала;
- 2. Мюонный сигнал (ν_{μ} CC) любые мюонные нейтрино и антинейтрино задетектированные в дальнем детекторе;
- 3. Пучок ν_e (beam ν_e CC) выживание пучка электронных нейтрино и антинейтрино;

Отталкиваясь от необходимости моделировать каждый канал отдельно, определим входные данные.

3.1.1 Нейтринные потоки

Для моделирования сигнального канала в любом из двух анализов необходимо знать потоки мюонных нейтрино или антинейтрино в дальнем детекторе. Однако фоновые события требуют знать и потоки электронных нейтрино. В качестве входных массивов для GNA-модели были использованы гистограммы с данными о потоках из базы данных эксперимента NOvA. Они имеют тот же вид, что и потоки на рис. 1.2 (b, d), но актуальный диапазон



Рисунок 3.1 — Нейтринные и антинейтринные потоки в дальнем детекторе NOvA, которые использовались для создания модели эксперимента в GNA; а) нейтринная мода; b) антинейтринная мода.

энергий был выбран от 0.5 до 4.5 ГэВ. Массивы с данными потоков были подготовлены для нейтринной и антинейтринной моды, гистограммы которых приведены на рис. 3.1.

3.1.2 Сечения

Данные о сечениях были подготовлены с помощью пакета GENIE, в котором уже описаны геометрия и состав детектора. Однако в GENIE значения сечений записаны в формате XML. Этот формат хорошо подходит для работы с данными в рамках компонент GENIE. Чтобы использовать их в GNAмодели сечения взаимодействия нейтрино с каждым изотопом детектора, которые ранее обсуждались в таблице 1.1, были извлечены как графики ROOT формата. Сечение взаимодействия нейтрино со всем детектором строилось как сумма сечений на каждом элементе, где все слагаемые входят в сумму пропорционально массовой доле соответствующего элемента. Данные об общих сечениях нейтрино и антинейтрино мюонного и электронного аромата разделены по типу взаимодействия на заряженные и нейтральные токи. Результирующие спектры представлены на рис. 3.2. Рис. 3.2 (b) иллюстрирует тот факт, что сечения совпадают для нейтрино разных флейворов в случае



Рисунок 3.2 — Результирующие спектры сечений взаимодействия нейтрино с элементами детектора через заряженные (а) и нейтральные (b) токи.

реакции с обменом нейтральным Z-бозоном.

3.1.3 Эффективности детектирования

Как уже говорилось, эффект нейтринных осцилляций приводит к тому, что в дальнем детекторе наблюдаются четыре возможных спектра: выживание ν_{μ} или $\bar{\nu}_{\mu}$ и появление ν_{e} или $\bar{\nu}_{e}$. Для получения каждого спектра данные проходят следующие этапы отбора:

- 1. Отбор данных по времени прихода пучка;
- 2. Отбор качественных событий;
- 3. Отбор фоновых событий от космических лучей;
- 4. Классификация событий по PID;

После прохождения алгоритма отбора все ν_{μ} события группируются по квартилям в соответствии с долей энергии, наблюдаемой в адронном ливне. Для ν_e отбора характерно разделение по бинам на события с высоким или низким PID и периферийные.

Для создания модели в GNA необходимо знать эффективности детектирования нейтринных событий в дальнем детекторе, основанные на критериях отбора. Все эффективности были рассчитаны как отношение спектров после



Рисунок 3.3 — Эффективность отбора нейтрино в дальнем детекторе NOvA, разбитые на пять основных каналов в анализе появления ν_e ($\bar{\nu}_e$); а) нейтринная мода, b) антинейтринная мода.

наложения критериев отбора к спектрам до отбора.

На рис. 3.3 представлены результаты вычислений эффективностей для анализов появления ν_e (a) и $\bar{\nu}_e$ (b). Как и всё дальнейшее моделирование эффективности разбиты на сигнальный и четыре фоновых канала. Эффективности для сигнального канала выживания ν_{μ} и $\bar{\nu}_{\mu}$ представлены на рис. 3.4.

3.1.4 Сравнение моделирований в GNA и NOvASoft

После создания всех входных данных, описанных ранее, сборка моделирования в GNA осуществляется с помощью кода на Python, где используются уже реализованные трансформации GNA. Все входные массивы поэлементно перемножаются, после чего каждый бин новой гистограммы домножается на значение соответствующей вероятности осцилляций. Таким образом получается финальный спектр предсказаний чисел событий в дальнем детекторе для отдельного канала взаимодействия. Общее число событий вычисляется интегрированием полученных спектров.

Используя статистику 2018 года, в GNA было проведено моделирование спектров NOvA для анализа появления ν_e и $\bar{\nu}_e$. Чтобы оценить правильность такого подхода моделирования, автор работы сравнил полученные результа-



Рисунок 3.4 — Эффективность дектктирования нейтрино в дальнем детекторе NOvA для сигнальных каналов в анализах появления ν_e и выживании ν_{μ} .

ты с аналогичным Монте-Карло моделированием в NOvASoft. В NOvASoft моделирование эксперимента проводилось с помощью модуля CAFAna, о котором говорилось в разделе 1.1.4. Оба подхода используют в качестве параметров осцилляций лучшие значения анализа 2018 года:

$$\Delta m_{32}^2 = 2.51 \times 10^{-3} \,\mathfrak{sB}^2 \qquad \sin^2 \theta_{23} = 0.58 \qquad \delta_{CP} = 0.17\pi. \tag{3.2}$$

Интегральные значения спектров и различия между подходами представлены в таблице 3.1. Видно, что отдельные каналы GNA-модели могут значительно отличаться от Монте-Карло моделирования, но различия результирующих спектров составляют около 3%, что меньше систематической ошибки. Сравнение общих спектров также иллюстрируют гистограммы на рис. 3.5, где серая гистограмма отвечает моделированию в NOvASoft, а остальными цветами обозначен вклад каждого канала моделирования в общую гистограмму GNA-модели. Причину различий между подходами моделирования еще предстоит понять, поэтому в будущем будет проводиться более детальное исследование обоих методов.

В предыдущих примерах моделирования, параметры осцилляций были закреплены, поэтому использовать такие модели для анализа невозможно. Следующим этапом развития средств GNA было создание отдельного модуля для моделирования и анализа, где параметры осцилляций можно фикси-

29

Таблица 3.1 — Сравнение моделирования в GNA и NOvASoft, разбитое на каналы детектирования для анализа появления ν_e и $\bar{\nu}_e$.

Канал	Нейтринная мода			Анти	нейтрин	ная мода
Канал	NOvA	GNA	Различия	NOvA	GNA	Различия
$\nu_e \operatorname{CC}$	35.097	36.672	+4.487%	1.366	1.351	-1.08%
$ar{ u}_e{ m CC}$	0.534	0.550	+2.978%	12.301	12.237	-0.52%
пучок $ u_e$	5.485	5.509	+0.441%	2.996	2.822	-5.794%
$ u_{\mu}\mathrm{CC}$	0.412	0.406	-1.439%	0.062	0.041	-34.227%
NC	2.724	2.819	+3.512%	0.767	0.692	-9.749%
Сумма	44.568	45.957	+3.117%	17.683	17.143	-3.053%



Рисунок 3.5 — Сравнение моделирования чисел событий в GNA и NOvASoft для анализа появления ν_e .

ровать или оставлять свободными. Реализация нового модуля nova.py построена на статистике 2019 года. На данный момент она включает в себя моделирование сигнальных каналов анализа появления ν_e и выживания ν_{μ} для актуальных наборов нейтринной и антинейтринной статистик. В последующих примерах параметры осцилляций выставлены в соответствии с лучшими значениями фитирования из анализа NOvA 2019 года (1.1).

Результаты обновленного моделирования и сравнения его с работой

NOvASoft представлены в таблице 3.2, где вычислены интегральные значения сигнального канала появления ν_e и выживании ν_μ , что соответствует числу частиц в дальнем детекторе без учета фоновых событий. Для модели появления ν_e в нейтринной моде различия с моделированием в NOvASoft минимальны. Соответствие двух подходов хорошо иллюстрирует рис. 3.6 (а). Стоит заметить, что желтая линия гистограмм на рис. 3.6 соответствует моделям, которые будут использоваться для анализа в главе 4.

Таблица 3.2 — Сравнение работы GNA-модуля nova с Монте-Карло моделированием NOvASoft для сигнальных каналов.

	Нейтринная мода			Антинейтринная мода		
Сиі нальный канал	NOvA	GNA	Различия	NOvA	GNA	Различия
появление $ u_e$	42.62	42.41	-0.51%	16.82	15.46	-8.08%
выживание $ u_{\mu}$	111.39	114.21	+2.53%	66.03	64.25	-2.70%



Рисунок 3.6 — Сравнение моделирований в GNA и NOvASoft для чисел событий в сигнальном канале анализа появления ν_e (a, b) и выживания ν_μ (c, d).

3.2 Моделирование эксперимента Т2К

Используя формулу (3.1), можно создать простую модель любого ускорительного нейтринного осцилляционного эксперимента, если известны соответствующие входные данные. Рассмотрим первые шаги в развитии средств моделирования и анализа в рамках GNA для эксперимента T2K.

3.2.1 Описание и особенности эксперимента

T2K (Tokai to Kamioka) – это нейтринный осцилляционный эксперимент с длинной базой, который находится в Японии [33]. В ускорительном комплексе J-PARC (Japan Proton Accelerator Research Complex) протонный пучок разгоняется до 30 ГэВ, который после сброса на графитовую мишень рождает поток вторичных адронов. Пройдя фокусирующую систему, вторичные частицы распадаются, формируя (анти)нейтринный пучок. Детектирующая система эксперимента состоит из трех детекторов:

- INGRID ближний детектор [34], расположенный на оси пучка. Предназначен для контроля направления и интенсивности нейтринного потока.
- ND280 сложный детектор, который состоит из нескольких различных систем детектирования [35–38]. Как и INGRID, он расположен на 280 м от мишени, но отстоит от оси пучка на 2.5°. Предназначен для детектирования состава нейтринного пучка до осцилляций.
- Super-Kamiokande (SK) 50 кт водный черенковский детектор [39], который находится, как и ND280, вне оси пучка, но на расстоянии 295 км от источника нейтрино. Кроме детектирования атмосферных нейтрино, SK является дальним детектором ускорительного эксперимента T2K.

Основная цель эксперимента заключается в определении фазы нарушения СР инвариантности δ_{CP} . Последние результаты Т2К в этой области интересны тем, что впервые почти половина значений параметра δ_{CP} были от-

клонены с доверительным интервалом 99,73% (3σ) [40]. Согласно этой работе лучшее значения фита для δ_{CP} при нормальной (обратной) иерархии масс составляет $-1.89^{+0.70}_{-0.58}$ ($-1.38^{+0.48}_{-0.54}$).

3.2.2 Моделирование и пробный фит в GNA

Входные данные для моделирования спектра количества частиц в дальнем детекторе Т2К были взяты из опубликованных работ эксперимента. Нейтринные потоки в SK, отвечающие событиям от ускорителя, были взяты из статьи [41]. На рис. 3.7 (а) изображен поток мюонных нейтрино в дальнем детекторе Т2К. Сечения, отвечающие квазиупругому взаимодействию ν_{μ} и $\bar{\nu}_{\mu}$ с нуклонами SK, были взяты из работы [42] и представлены на рис. 3.7 (b). Также в статье [41] описаны результаты моделирования и анализа данных T2K 2015 года, на основе которых автором было осуществлено моделирование канала выживания ν_{μ} и пробные фиты с опубликованными в статье данными, используя методы анализа в GNA. GNA-модель и данные показаны на рис. 3.8 (a).



Рисунок 3.7 — Потоки (а) и сечения взаимодействия (b) для мюонных нейтрино в дальнем детекторе эксперимента T2K.

Параметры осцилляций в GNA-модели T2K были установлены, как и у моделей эксперимента NOvA 1.1. Подгонка лучших значений проводилась по $\sin^2 \theta_{23}$ и Δm_{32}^2 , остальные осцилляционные параметры были закреплены.

Результаты фитирования представлены в таблице 3.3, где они сравниваются с лучшими значениями параметров, согласно анализу T2K 2015 года. Модель соответствующая лучшим значениям фита показана на рис. 3.8 (b).

Таблица 3.3 — Результаты пробного анализа данных T2K в GNA в сравнение с опубликованными значениями

Параметр	T2K	GNA
$\Delta m^2_{32}/10^{-3}$ э \mathbf{B}^2	$2.51_{-0.12}^{+0.11}$	$2.486^{+0.036}_{-0.037}$
$\sin^2 heta_{23}$	$0.524_{-0.059}^{+0.057}$	$0.553\substack{+0.024\\-0.014}$



Рисунок 3.8 — GNA-модель эксперимента T2K до (а) и после (b) фитирования с опубликованными данными.

GNA-модуль t2k.py был разработан автором аналогично модулю для эксперимента NOvA. В будущем планируется доработать оба модуля так, чтобы они описывали эксперименты в целом. После этого появится возможность провести совместный фит двух современных ускорительных нейтринных экспериментов.

ГЛАВА 4

Анализ нейтринного эксперимента в GNA

Построение любого анализа данных начинается с создания модели, которая будет теоретически описывать данные. Как правило, модели зависят от набора параметров, варьируя которые, можно получить максимально подходящий вариант модели, лучше всего согласующийся с данными.

На данный момент GNA-модели эксперимента NOvA зависят от семи осцилляционных параметров: трех углов смешивания, двух значений расщепления масс, фазы нарушения CP-инвариантности и иерархии масс. Так же вычисление нейтринных осцилляций зависит от расстояния между нейтринным источником и детектором и плотности вещества. Эти параметры всегда зафиксированы. Плотность Земли, в которой происходят осцилляции между ближним и дальним детекторами, считается постоянной и равна 2.84 г/см³.

Следующий этап подготовки к анализу – подготовка данных, с которыми будет фитироваться модель. Сперва это может быть та же модель, заданная с другими зафиксированными параметрами без флуктуаций (т.е. данные Азимова). Именно на таких псевдо данных будет проведен пробный анализ NOvA в этой главе. В общем случае экспериментальные данные должны иметь точно такие же форму и количество бинов, как и модель.

Подгонка параметров в GNA осуществляется в соответствии со следующим алгоритмом. Связь между моделью и данными фиксируется с помощью модуля dataset. Если в анализе будет участвовать несколько моделей или экспериментов, то модуль analysis позволяет пользователю объединить их. Также этот модуль отвечает за построение ковариационной матрицы для комбинированных моделей. На этом этапе можно выбрать те объекты моделей, с которыми будет осуществляться работа дальше. Важным этапом анализа является выбор способа поиска наилучшего значения фита. В рамках GNA реализованы две статистики: χ^2 и логарифм Пуассона. В данной работе будет использоваться функция χ^2 . Последний шаг перед вычислением лучших значений для параметров модели – минимизация функции χ^2 . На данный момент в GNA этот шаг выполняется с помощью системы минимизации MINUIT [43] из программного пакета ROOT.

Визуализацию результатов подгонки можно осуществить, используя сле-

дующие модули:

- fit, который выполняет подгонку с помощью минимизатора, устанавливает лучшие значения параметров в модель или сохраняет результаты подгонки в файл;
- 2. scan и contour, которые помогают построить, например, профиль функции χ^2 или области доверительных интервалов для пары параметров;

4.1 Пробный анализ эксперимента NOvA

На данный момент GNA-эксперимент nova содержит четыре модели сигнальных каналов эксперимента: появление ν_e , появление $\bar{\nu}_e$, выживание ν_{μ} и выживание $\bar{\nu}_{\mu}$. Чтобы понять, что модуль nova подходит для работы с уже разработанной системой анализа в GNA, сперва автором были проведены фиты каждой модели отдельно.

В качестве данных, к которым будут подгоняться параметры моделей, были использованы те же модели, параметры которых зафиксированы в лучших значениях анализа NOvA 2019 года (1.1). Свободными параметрами моделей были выбраны Δm_{32}^2 и sin² θ_{23} , их значения до подгонки были изменены, чтобы процесс фитирования был очевиднее. Было интересно посмотреть, как лучшие значения анализа NOvA 2018 года влияют на форму модели, поэтому стартовые значения Δm_{32}^2 и sin² θ_{23} были установлены в соответствии с (3.2). Схематично работа система анализа, например для канала выживания мюонных нейтрино, показана с помощью графа на рис. 4.1



Рисунок 4.1 — Граф, иллюстрирующий создание функции χ^2 для фита модели сигнального канала выживания ν_{μ} и псевдо-данных.

Результаты фитированния каналов выживания ν_{μ} и $\bar{\nu}_{\mu}$ показаны на рис. 4.2, где псевдо-данные обозначены желтым, модель с параметрами 2018 года – синим, а модель с параметрами, установленными после фита – зеленым. Стоит заметить, что значения параметров после фита совпадают с ожидаемыми и представлены в таблице 4.1. Аналогичные исследования были проведены и для каналов появления ν_e и $\bar{\nu}_e$. Сперктры предсказаний до и после фита показаны на рис. 4.3



Рисунок 4.2 — Фитирование моделей сигнальных каналов выживания ν_{μ} (a) и выживания $\bar{\nu}_{\mu}$ (b) с псевдо-данными.

Таблица 4.1 — Лучшие значения параметров для фита с псевдо-данными для каждой GNA-модели эксперимента NOvA.

Модель сигнально канала	$\min \chi^2$	$\Delta m^2_{32}/10^{-3}$ э \mathbf{B}^2	$\sin^2 heta_{23}$
выживание $ u_{\mu}$	2.69×10^{-7}	$2.479^{+0.066}_{-0.065}$	$0.56\substack{+0.02 \\ -0.12}$
выживание $ar{ u}_{\mu}$	2.59×10^{-7}	$2.479_{-0.878}^{+0.092}$	$0.56\substack{+0.03 \\ -0.14}$
появление $ u_e$	1.96×10^{-9}	$2.479_{-0.474}^{+0.548}$	$0.56\substack{+0.14\\-0.09}$
появление $ar{ u}_e$	2.18×10^{-8}	$2.479_{-0.714}^{+0.709}$	$0.56\substack{+0.16\\-0.16}$

Следующим важным этапом работы стало проведение совместного фита всех GNA-моделей эксперимента NOvA с псевдо-данными. Модели были объединены одним пространством имен осцилляционных параметров. Для этого по аналогии с пространством имен реакторных экспериментов, которое



Рисунок 4.3 — Фитирование моделей сигнальных каналов появления ν_e (a) и появления $\bar{\nu}_e$ (b) с псевдо-данными.

уже было реализовано в GNA-модуле oscillation, автором был создан набор параметров, отвечающих ускорительным экспериментам. Особенность нового пространства имен заключается в том, что туда добавлены параметры, устанавливающее расстояние между нейтринным источником и детектором и плотность вещества.

Все предыдущие вычисления проводились с моделями, которые отвечают нормальной иерархии масс. В совместном анализе для псевдо-данных был выбран прямой порядок масс, так как эта иерархия была предпочтительна в последнем анализе NOvA, в моделях этот параметр варьировался.

Анализ всех моделей одновременно позволил построить карту доверительных интервалов для пар $\sin^2 \theta_{23}$ и δ_{CP} , Δm_{32}^2 и $\sin^2 \theta_{23}$. На рис. 4.4 представлены контуры, соответствующие уровням достоверности 1σ , 2σ и 3σ стандартных отклонений, для возможных значений пары параметров $\sin^2 \theta_{23}$ и δ_{CP} в нормальной и обратной иерархии. Эти результаты исключают область значений около $\delta_{CP} = \pi/2$ в обратной иерархии масс более чем на 2σ . На рис. 4.5 представлены доверительные интервалы для значений параметров Δm_{32}^2 и $\sin^2 \theta_{23}$ в случае прямого и обратного порядка масс.

Полученные достоверные интервалы неплохо согласуются с контурами, которые можно получить в NOvASoft для данных Азимова в объединенном анализе сигнальных каналов появления ν_e и $\bar{\nu}_e$ и выживания ν_{μ} и $\bar{\nu}_{\mu}$. Более подобное сравнение двух платформ для анализа планируется провести в бу-



Рисунок 4.4 — 1σ , 2σ и 3σ контуры возможных значений $\sin^2 \theta_{23}$ и δ_{CP} для нормальной (а) и обратной (b) иерархий.



Рисунок 4.5 — 1σ , 2σ и 3σ контуры возможных значений Δm_{32}^2 и $\sin^2 \theta_{23}$ для нормальной (а) и обратной (b) иерархий.

дущем.

Как и ожидалось, минимальное значение статистической функции χ^2 соответствует нормальной иерархии. Лучшие значения осцилляционных параметров в этом минимуме отвечают значениям из таблицы 4.2. Таблица 4.2 — Лучшие значения параметров для объединенного фита сигнальных каналов эксперимента NOvA с псевдо-данными.

Параметр	Истинное значение	Лучшие значения фита
$\Delta m^2_{32}/10^{-3}$ э \mathbf{B}^2	2.48	2.48 ± 0.05
$\sin^2 heta_{23}$	0.56	$0.56\substack{+0.02\\-0.05}$
$\delta_{CP}/$ рад	0.0	0.0 ± 0.7

4.2 Планы и задачи для дальнейшего развития средств анализа данных ускорительных экспериментов в GNA

Стоит обсудить задачи, которые автор планирует решать в будущем для развития средств анализа ускорительных экспериментов в GNA.

На данный момент первая задача, которая представляет интерес для дальнейшей работы, является сравнение двух проектов для анализа эксперимента NOvA - NOvASoft (CAFAna) и GNA, используя одинаковый набор псевдоданных. Для этого можно сгенерировать с помощью подхода Монте-Карло псевдо-данные и подставить их на вход GNA-модуля nova и NOvASoft класса MultiExperiment. Полученные в ходе двух анализов контуры доверительных интервалов, аналогичные рис. 4.4 и 4.5, наложить друг на друга и сравнить.

В общем случае граф, иллюстрирующий объединенный анализ четырех сигнальных каналов эксперимента NOvA с Монте-Карло данными, будет иметь вид, представленный на рис. 4.6. Однако структура GNA-модуля будет значительно расширена после добавления фоновых событий для каналов появления ν_e и $\bar{\nu}_e$.

Так же существуют другие важные задачи, которые включают в себя добавление систематических неопределенностей, переходы между реальной энергией нейтрино и реконструированной, разделение спектров по PID параметру события. Все это в будущем поможет повторить анализ эксперимента NOvA с реальными данными.



Рисунок 4.6 — Граф, иллюстрирующий анализа эксперимента NOvA с псевдо-данными.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Данная магистерская диссертация была посвящена развитию средств анализа данных нейтринных осцилляционных экспериментов с длинной базой и применению новых ресурсов для моделирования и анализа экспериментов NOvA и T2K. Основным результатом работы является реализация нового модуля nova для работы с данными эксперимента NOvA в рамках программного пакета GNA. Развитие нового модуля включало в себя:

- Моделирование эксперимента NOvA в программном пакете GNA, которое заключалось в создании предсказаний чисел событий в дальнем детекторе эксперимента NOvA для сигнальных и фоновых каналов появления ν_e и ν
 _e и для сигнальных каналов выживания ν_µ и ν
 _µ.
- Сравнения моделирования в GNA с аналогичными спектрами из программного пакета NOvASoft, который является официальным инструментом для моделирования и анализа эксперимента NOvA. На данный момент погрешность упрошенного моделирования в GNA составляет примерно 3%, что меньше систематических неопределенностей эксперимента.
- 3. Проведение объединенного анализа сигнальных событий на основе псевдо-данных для каналов появления ν_e и $\bar{\nu}_e$ и выживания ν_{μ} и $\bar{\nu}_{\mu}$.

Дополнительно в рамках квалификационной работы проводились исследования по построению предсказаний для чисел событий в дальнем детекторе NOvA, используя метод экстраполяции в NOvASoft. Было проведено сравнение между экстраполяцией по данным, характерным определенному периоду набора статистики, и экстраполяцией по полным наборам данных без учета особенностей каждого периода. Результаты работы докладывались на совещаниях рабочей группы анализа данных эксперимента NOvA.

Проделанная автором работа является частью глобальной цели – проведение совместных анализов различных нейтринных экспериментов в рамках платформы GNA. В будущем планируется:

- 1. Расширить и доработать GNA-модули экспериментов NOvA и T2K.
- 2. Повторить актуальный анализ эксперимента NOvA в GNA.
- 3. Осуществить совместный анализ ускорительных экспериментов NOvA и T2K.

Описанная в диссертации работа выполнялась при поддержке молодежного гранта РФФИ, участником которого являлся автор. Результаты, относящиеся к данной работе, докладывались на международных школах и конференциях [Д1—Д4], а так же опубликованы в печатных работах [Д5, Д6].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. *The Super-Kamiokande Collaboration*. Evidence for oscillation of atmospheric neutinos // Phys. Rev. Lett. — 1998. — Vol. 81. — P. 1562–1567.
- 2. *The SNO Collaboration*. Measurement of the Rate of $\nu_e + d \rightarrow p + p + e^-$ Interactions Produced by B⁸ Solar Neutrinos at the Sudbury Neutrino Observatory // Phys. Rev. Lett. — 2001. — Vol. 87. — P. 071301.
- 3. *McDonald A. B.* The Sudbury Neutrino Observatory: Observation of Flavor Change for Solar Neutrinos // Nobel Lecture. 2015. P. 35–55.
- Bilenky S. Neutrino in standard model and beyond // Phys. Part. Nuclei. 2015. — Vol. 46. — P. 475–496.
- Akhmedov E. K. Neutrino physics // Proceedings, Summer School in Particle Physics: Trieste, Italy, June 21-July 9, 1999. — 06/1999. — P. 103–164. arXiv: hep-ph/0001264.
- Planck 2018 results. VI. Cosmological parameters / N. Aghanim [et al.]. 2018. July. arXiv: 1807.06209 [astro-ph.C0].
- Probing Majorana neutrinos with double-β decay / M. Agostini [et al.] // Science. — 2019. — Vol. 365. — P. 1445. — DOI: 10.1126/science. aav8613. — arXiv: 1909.02726 [hep-ex].
- Improved Upper Limit on the Neutrino Mass from a Direct Kinematic Method by KATRIN / M. Aker [et al.] // Phys. Rev. Lett. — 2019. — Vol. 123, no. 22. — P. 221802. — DOI: 10.1103/PhysRevLett.123. 221802. — arXiv: 1909.06048 [hep-ex].
- 9. Review of Particle Physics / M. Tanabashi [et al.] // Phys. Rev. 2018. Vol. D98, no. 3. P. 030001. DOI: 10.1103/PhysRevD.98.030001.
- 10. The Sudbury Neutrino Observatory / A. Bellerive [et al.] // Nucl. Phys. B. —
 2016. Vol. 908. P. 30–51. DOI: 10.1016/j.nuclphysb.2016.
 04.035. arXiv: 1602.02469 [nucl-ex].
- 11. Comprehensive measurement of *pp*-chain solar neutrinos / M. Agostini [et al.] // Nature. 2018. Vol. 562, no. 7728. P. 505–510. DOI: 10. 1038/s41586-018-0624-y.

- Atmospheric Neutrino Oscillation Analysis with Improved Event Reconstruction in Super-Kamiokande IV / M. Jiang [et al.] // PTEP. 2019. Vol. 2019, no. 5. 053F01. DOI: 10.1093/ptep/ptz015. arXiv: 1901.03230 [hep-ex].
- 13. Measurement of the Electron Antineutrino Oscillation with 1958 Days of Operation at Daya Bay / D. Adey [et al.] // Phys. Rev. Lett. 2018. Vol. 121, no. 24. P. 241805. DOI: 10.1103/PhysRevLett.121. 241805. arXiv: 1809.02261 [hep-ex].
- 14. First Measurement of Neutrino Oscillation Parameters using Neutrinos and Antineutrinos by NOvA / M. Acero [et al.] // Phys. Rev. Lett. — 2019. — Vol. 123, no. 15. — P. 151803. — DOI: 10.1103/PhysRevLett.123. 151803. — arXiv: 1906.04907 [hep-ex].
- 15. *Scott M*. Latest oscillation results from T2K // J. Phys. Conf. Ser. 2020. Vol. 1342, no. 1. P. 012043. DOI: 10.1088/1742-6596/1342/1/ 012043.
- 16. Review of Particle Physics / C. Patrignani [et al.] // Chin. Phys. C. 2016. Vol. 40, no. 10. P. 100001. DOI: 10.1088/1674-1137/40/10/100001.
- 17. *Hu M*. The Fermilab Recycler ring // PACS2001. Proceedings of the 2001 Particle Accelerator Conference (Cat. No.01CH37268). Vol. 1. — 2001. — P. 30–32.
- 18. Recent developments in Geant4 / J. Allison [et al.] // Nucl. Instrum. Meth.
 A. 2016. Vol. 835. P. 186–225. DOI: 10.1016/j.nima.2016.
 06.125.
- 19. The NuMI-X Consortium. NuMI Beam Simulation. G4NuMI. 2014. URL: https://cdcvs.fnal.gov/redmine/projects/numi-beamsim/wiki/G4numi.
- 20. Neutrino Flux Predictions for the NuMI Beam / L. Aliaga [et al.] // Phys. Rev.
 D. 2016. Vol. 94, no. 9. P. 092005. DOI: 10.1103/PhysRevD.
 94.092005. arXiv: 1607.00704 [hep-ex].

- 21. High-Statistics Measurement of Neutrino Quasielasticlike Scattering at 6 GeV on a Hydrocarbon Target / M. Carneiro [et al.] // Phys. Rev. Lett. 2020. Vol. 124, no. 12. P. 121801. DOI: 10.1103/PhysRevLett. 124.121801. arXiv: 1912.09890 [hep-ex].
- 22. New constraints on oscillation parameters from ν_e appearance and ν_{μ} disappearance in the NOvA experiment / M. Acero [et al.] // Phys. Rev. D. 2018. Vol. 98. P. 032012. DOI: 10 . 1103 / PhysRevD . 98 . 032012. arXiv: 1806.00096 [hep-ex].
- 23. The GENIE Neutrino Monte Carlo Generator / C. Andreopoulos [et al.] // Nucl. Instrum. Meth. A. 2010. Vol. 614. P. 87–104. DOI: 10. 1016/j.nima.2009.12.009. arXiv: 0905.2517 [hep-ph].
- 24. The Art Framework / C. Green [et al.] // J. Phys. Conf. Ser. 2012. Vol. 396. P. 022020. DOI: 10.1088/1742-6596/396/2/022020.
- 25. Brun R., Rademakers F. ROOT: An object oriented data analysis framework // Nucl. Instrum. Meth. A. — 1997. — Vol. 389. — P. 81–86. — DOI: 10. 1016/S0168-9002(97)00048-X.
- Rocco D. R. Muon Neutrino Disappearance in NOvA with a Deep Convolutional Neural Network Classifier : PhD thesis / Rocco Dominick Rosario. Minnesota U., 2016. DOI: 10.2172/1294514.
- 27. Deep Underground Neutrino Experiment (DUNE), Far Detector Technical Design Report, Volume II DUNE Physics / B. Abi [et al.]. 2020. Feb. arXiv: 2002.03005 [hep-ex].
- 28. GNA: new framework for statistical data analysis / A. Fatkina [et al.] // EPJ Web of Conferences / ed. by A. Forti [et al.]. — 2019. — Vol. 214. — P. 05024. — ISSN 2100-014X. — DOI: 10 . 1051 / epjconf / 201921405024. — URL: http://dx.doi.org/10.1051/epjconf/ 201921405024.
- Dennis J. B., Fosseen J. B., Linderman J. P. Data flow schemas // International Symposium on Theoretical Programming / ed. by A. Ershov, V. A. Nepomniaschy. Berlin, Heidelberg : Springer Berlin Heidelberg, 1974. P. 187–216. ISBN 978-3-540-38012-2.

- 30. Eigen v3 / G. Guennebaud, B. Jacob, [et al.]. 2010. URL: http:// eigen.tuxfamily.org.
- 31. CUDA Support in GNA Data Analysis Framework / A. Fatkina [et al.] // Lecture Notes in Computer Science. — 2018. — P. 12–24. — ISSN 1611-3349. — DOI: 10.1007/978-3-319-95171-3_2. — URL: http: //dx.doi.org/10.1007/978-3-319-95171-3_2.
- 32. Global neutrino analysis / M. Gonchar, D. Naumov, K. Treskov, [et al.]. 2019. — URL: http://gna.pages.jinr.ru/gna/.
- 33. The T2K Experiment / K. Abe [et al.] // Nucl. Instrum. Meth. A. 2011. Vol. 659. — P. 106–135. — DOI: 10.1016/j.nima.2011.06.067. arXiv: 1106.1238 [physics.ins-det].
- 34. Measurements of the T2K neutrino beam properties using the INGRID onaxis near detector / K. Abe [et al.] // Nucl. Instrum. Meth. A. — 2012. — Vol. 694. — P. 211–223. — DOI: 10.1016/j.nima.2012.03.023. arXiv: 1111.3119 [physics.ins-det].
- 35. The T2K Fine-Grained Detectors / P. Amaudruz [et al.] // Nucl. Instrum. Meth. A. — 2012. — Vol. 696. — P. 1–31. — DOI: 10.1016/j.nima. 2012.08.020. — arXiv: 1204.3666 [physics.ins-det].
- 36. The T2K ND280 Off-Axis Pi-Zero Detector / S. Assylbekov [et al.] // Nucl. Instrum. Meth. A. — 2012. — Vol. 686. — P. 48–63. — DOI: 10.1016/j. nima.2012.05.028. — arXiv: 1111.5030 [physics.ins-det].
- 37. Time Projection Chambers for the T2K Near Detectors / N. Abgrall [et al.] // Nucl. Instrum. Meth. A. 2011. Vol. 637. P. 25–46. DOI: 10.
 1016/j.nima.2011.02.036. arXiv: 1012.0865 [physics.ins-det].
- 38. The Electromagnetic Calorimeter for the T2K Near Detector ND280 / D. Allan [et al.] // JINST. — 2013. — Vol. 8. — P10019. — DOI: 10.1088/ 1748-0221/8/10/P10019. — arXiv: 1308.3445 [physics.ins-det].
- 39. The Super-Kamiokande detector / Y. Fukuda [et al.] // Nucl. Instrum. Meth.
 A / ed. by V. Ilyin, V. Korenkov, D. Perret-Gallix. 2003. Vol. 501. —
 P. 418–462. DOI: 10.1016/S0168-9002(03)00425-X.

- 40. Constraint on the matter–antimatter symmetry-violating phase in neutrino oscillations / K. Abe [et al.] // Nature. 2020. Vol. 580, no. 7803. P. 339–344. DOI: 10.1038/s41586-020-2177-0. arXiv: 1910.03887 [hep-ex].
- 41. Measurements of neutrino oscillation in appearance and disappearance channels by the T2K experiment with 6.6×10²⁰ protons on target / K. Abe [et al.] // Phys. Rev. D. 2015. Vol. 91, no. 7. P. 072010. DOI: 10.1103/ PhysRevD.91.072010. arXiv: 1502.01550 [hep-ex].
- 42. Izmaylov A. T2K neutrino experiment recent results ans plans. Flavour Physics Conferenc, 2017. — URL: http://v17flavour.in2p3.fr/ ThursdayAfternoon/Izmaylov.pdf.
- 43. *James F., Roos M.* Minuit: A System for Function Minimization and Analysis of the Parameter Errors and Correlations // Comput. Phys. Commun. 1975. Vol. 10. P. 343–367. DOI: 10 . 1016 / 0010 4655(75) 90039-9.

ДОКЛАДЫ И ПУБЛИКАЦИИ

- Д1. «Моделирование ускорительного нейтринного эксперимента NOvA в программном пакете GNA», устный доклад на конференции «ЛОМОНОСОВ-2019», Москва, МГУ, 8-12 апреля 2019
- Д2. «Simulation of long-baseline accelerator neutrino experiments with the global neutrino analysis package», устный доклад на The XXIII International Scientific Conference of Young Scientists and Specialists (AYSS-2019), г. Дубна, ЛИТ, ОИЯИ, 15-19 апреля 2019
- ДЗ. «The Global Neutrino Analysis package development for simulation of the NOvA experiment», постерный доклад на The VIII Pontecorvo Neutrino Physics School, Румыния, Синая, 1-10 сентября 2019
- Д4. «Использование программного пакета GNA для моделирования нейтринных экспериментов с длинной базой», устный доклад на Камчатской школе по физике элементарных частиц и смежным темам, с. Паратунка, Камчатский край, 22-28 сентября 2019

- Д5. Simulation of long-baseline accelerator neutrino experiments with the global neutrino analysis package / A. Kalitkina [et al.] // AIP Conf. Proc. / ed. by A. Aparin [et al.]. 2019. Vol. 2163, no. 1. C. 030005. DOI: 10.1063/1.5130091
- Д6. *Калиткина А.И*. Моделирование ускорительного нейтринного эксперимента NOvA в программном пакете GNA // Материалы Международного молодежного научного форума «ЛОМОНОСОВ-2019» [Электронный ресурс].—2019. — М: МАКС Пресс. — ISBN 978-5-317-06100-5