

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ  
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
ИМЕНИ М.В.ЛОМОНОСОВА»

ФИЗИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ

КАФЕДРА ФИЗИКИ ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ

БАКАЛАВРСКАЯ РАБОТА

**«ПОДЗЕМНЫЙ УСКОРИТЕЛЬНЫЙ НЕЙТРИННЫЙ  
ЭКСПЕРИМЕНТ DUNE – РАСЧЁТ ЧУВСТВИТЕЛЬНОСТИ К  
ИЗМЕРЕНИЮ ПАРАМЕТРОВ ОСЦИЛЛЯЦИЙ»**

Выполнила студентка 409 группы  
Степанова Анна Вячеславовна

---

Научный руководитель:  
доктор физ.-мат. наук, профессор  
Ольшевский Александр Григорьевич

---

Научный консультант:  
Колупаева Людмила Дмитриевна

---

Допущена к защите \_\_\_\_\_

Зав.кафедрой академик РАН

В.А.Матвеев

---

Москва

2021 г.

## Содержание

ВВЕДЕНИЕ . . . . .	4
ГЛАВА 1. ПРИНЦИП РАБОТЫ DUNE. . . . .	8
1.1 Дальний детекторный комплекс . . . . .	9
1.2 Ближний детекторный комплекс . . . . .	12
ГЛАВА 2. ОСЦИЛЛЯЦИИ НЕЙТРИНО . . . . .	15
2.1 Осцилляции нейтрино в вакууме . . . . .	15
2.2 Параметризация матрицы смешивания . . . . .	19
2.3 Осцилляции нейтрино в веществе . . . . .	21
ГЛАВА 3. ВХОДНЫЕ ДАННЫЕ ДЛЯ МОДЕЛИРОВАНИЯ . . . . .	25
3.1 Сечения взаимодействия нейтрино с веществом . . . . .	25
3.2 Потоки нейтрино . . . . .	25
3.3 Эффективности . . . . .	25
ГЛАВА 4. МОДЕЛИРОВАНИЕ В GLOBES. . . . .	29
4.1 AEDL-файл . . . . .	29
4.2 Числа событий в GLoBES . . . . .	29
4.3 Вероятности осцилляций в GLoBES . . . . .	30
4.4 Систематические ошибки и расчёт $\chi^2$ в GLoBES . . . . .	31
4.5 Гистограммы чисел событий в GLoBES . . . . .	32
4.6 Чувствительности в GLoBES . . . . .	33
4.6.1 Чувствительность к иерархии масс нейтрино . . . . .	35
4.6.2 Чувствительность к нарушению CP-симметрии . . . . .	35
4.6.3 Чувствительность к октанту $\theta_{23}$ . . . . .	37
ГЛАВА 5. МОДЕЛИРОВАНИЕ В GNA . . . . .	38
5.1 Структура модели эксперимента DUNE в GNA . . . . .	39
5.2 Числа событий в GNA . . . . .	42
5.3 Чувствительности в GNA . . . . .	42
ВЫВОДЫ . . . . .	47
ЗАКЛЮЧЕНИЕ . . . . .	48
СПИСОК ИСПОЛЬЗУЕМЫХ ИСТОЧНИКОВ . . . . .	50
ПРИЛОЖЕНИЯ. . . . .	53
Приложение 1. Условные обозначения . . . . .	53
Приложение 2. Таблицы данных . . . . .	54
Приложение 3. Расчёт числа протонов на мишень для GLoBES . . . . .	55



## ВВЕДЕНИЕ

Физика нейтрино – раздел науки, вызывающий особый интерес ученых с момента экспериментального открытия нейтрино в 1956 году [1] и по настоящее время. Какая особенность нейтрино оставляет его в центре научного внимания долгие годы? Это, несомненно, возможность изменять аромат при прохождении сквозь вакуум или вещество, т. е. осциллировать. Существует смешивание ароматов и у кварков, но пока не известно являются ли эти механизмы подобными. Изучение явления осцилляций нейтрино – это один из завершающих этапов, необходимых для подтверждения полноты и правильности расширенной Стандартной модели физики элементарных частиц [2], на которой основаны современные представления о микромире. Таким образом, именно нейтрино – частица, свойства и особенности которой исследуются во многих текущих экспериментах.

Параметры осцилляций нейтрино, которые описаны в главе 2, измеряются в реакторных и ускорительных экспериментах, а также в экспериментах, источниками которых является Солнце и космические лучи, взаимодействующие с атмосферой Земли. Реакторные эксперименты с короткой базой чувствительны к измерению угла  $\theta_{13}$  и расщеплению масс  $\Delta m_{31}^2$ , солнечные – к величине расщепления масс  $\Delta m_{21}^2$  и углу  $\theta_{12}$ , а атмосферные – к величине расщепления масс  $\Delta m_{31}^2$  и углу  $\theta_{23}$ . Ускорительные же эксперименты измеряют такие параметры, как фазу CP-нарушения  $\delta_{CP}$ , знак и значение расщепления масс  $\Delta m_{31}^2$ , величину и октант угла  $\theta_{23}$ , а также стараются обеспечить точность при измерении  $\theta_{13}$ , сравнимую с точностью реакторных экспериментов. Этот тип экспериментов имеет ряд преимуществ в изучении физики осцилляций нейтрино относительно других, например, возможность изменения мощности пучка частиц в ускорителе, возможность работы в широком энергетическом спектре и др.

В настоящий момент ключевыми ускорительными экспериментами являются NOvA [3] и T2K [4], которые предоставляют важные результаты, подтверждающие или отвергающие различные теоретические гипотезы в области физики осцилляций нейтрино. Их существенным недостатком является низкая скорость набора интересующих событий, небольшая статистика, которая

не позволяет точно разделять события и шумы. Поскольку нейтрино имеют слабое сечение взаимодействия с веществом, то для регистрации нейтринных событий необходимы большие размеры детекторов и большое количество нейтрино, а для исследования осцилляций нейтрино нужно, чтобы они с определенным спектром энергий проходили соответствующие расстояния. Поэтому коллаборация учёных из многих стран задумала создать крупный ускорительный эксперимент DUNE.

Deep underground neutrino experiment (DUNE) – глубокоподземный нейтринный ускорительный эксперимент, который создается для поиска решений на открытые вопросы в физике элементарных частиц (рис. 1).

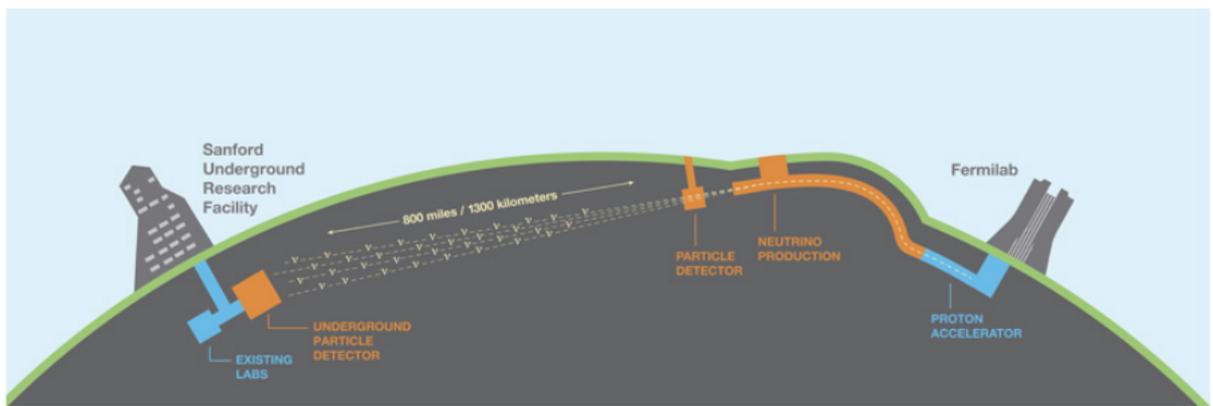


Рис. 1: DUNE

Он состоит из ближнего и дальнего детекторов (раздел 1.2 и раздел 1.1 соответственно), на которые будет направлен высокоинтенсивный пучок в основном мюонных нейтрино  $\nu_\mu$  и антинейтрино  $\bar{\nu}_\mu$ . Пучок создаётся путём столкновения с мишенью ускоренных протонов в Национальной ускорительной лаборатории имени Э. Ферми (FermiLab). Первый детектор необходим для точного определения величины потока и его флейворного состава, а также для снижения систематических погрешностей за счет взаимодействия нейтрино и антинейтрино как с жидким, так и с газообразным аргоном ( $^{40}\text{Ar}$ ). Магнитные горны, стоящие перед ближним детектором, могут фокусировать положительно заряженные мезоны  $\pi^+$ ,  $K^+$  или отрицательно заряженные мезоны  $\pi^-$ ,  $K^-$ , и в зависимости от этого определяются два режима работы: FHC – пучок нейтрино, RHC – пучок антинейтрино. Труба, в которой происходит распад каонов и пионов, оснащена радиологической защитой персонала от радиации, а окружающей среды от образования радиоизотопов в грунтовых водах. Максимальная рабочая масса дальнего детектора будет со-

ставлять 40 кт жидкого аргона, что делает DUNE довольно крупным ускорительным экспериментом в области нейтринной физики.

Нейтрино будут проходить расстояние в 1284.9 км, которого достаточно для того, чтобы отделять эффекты, связанные со значением фазы  $\delta_{CP}$ , от эффектов, возникающих при прохождении частиц через вещество Земли (эффект Михеева – Смирнова – Вольфенштейна) (см. раздел 2.3). Детекторные комплексы будут располагаться под землей для защиты от попадания в них частиц от внешних источников.

Эксперимент сможет исследовать явления в широком энергетическом спектре от 0.5 до 8 ГэВ, изучая физику нейтринных осцилляций в рамках парадигмы трёхфлейворных состояний нейтрино расширенной Стандартной модели.

На сегодняшний день весь комплекс нейтринных экспериментов измерил пять осцилляционных параметров:  $\theta_{12}$ ,  $\theta_{13}$ ,  $\theta_{23}$ ,  $\Delta m_{21}^2$ ,  $\Delta m_{31}^2$ . И остаются неизвестными:

- иерархия масс нейтрино (знак  $\Delta m_{31}^2$ );
- $\delta_{CP}$  фаза, связанная с сохранением или нарушением симметрии комбинированной чётности;
- октант, в котором находится угол смешивания  $\theta_{23}$ , поскольку значение этого угла близко к  $45^\circ$ .

Измерить неизвестные и уточнить все измеренные параметры – задача DUNE в физике осцилляций нейтрино. Если удастся это сделать, то в парадигме трёхфлейворных состояний нейтрино можно будет полностью описать явление осцилляций.

Цель работы: рассчитать чувствительность DUNE к измерению параметров осцилляций нейтрино. Моделированием данного ускорительного эксперимента спрогнозировать, насколько удачен будет реальный планируемый эксперимент в этой области.

Задачи работы:

1. ознакомиться с устройством детекторных комплексов DUNE;
2. изучить явление осцилляций нейтрино в вакууме и веществе;

3. провести моделирование эксперимента в симуляторе экспериментов с длинной базой осцилляций GLoBES;
4. создать модуль для анализа чувствительностей в программном обеспечении нейтринного анализа GNA;
5. рассчитать чувствительность DUNE к определению иерархии масс нейтрино, к измерению фазы  $\delta_{CP}$ , к определению октанта, в котором находится угол смешивания  $\theta_{23}$ ;
6. сравнить результаты моделирования в двух средах и сделать вывод о возможных достижениях DUNE в области нейтринных осцилляций;
7. продемонстрировать возможности GNA в моделировании экспериментов и построении оценок чувствительностей.

Условные обозначения, используемые в работе, собраны в приложении 1.

## ГЛАВА 1. Принцип работы DUNE

Принцип работы DUNE по программе изучения осцилляций нейтрино – это получение данных с дальнего и ближнего детекторов и их анализ. Рассматривая события, произошедшие в детекторах, восстанавливают энергетический спектр нейтрино и определяют аромат, который был у нейтрино при попадании его в детектор. События с заряженным током (СС-события) имеют ровно один лептон с ароматом, соответствующим аромату нейтрино (рис. 2). События с нейтральным током (НС-события) включают все нейтринные события, в которых нет такого лептона (рис. 2). Фон нейтральных токов возникает из-за рождения гамма-квантов и нейтральных пионов, неверно идентифицированных.

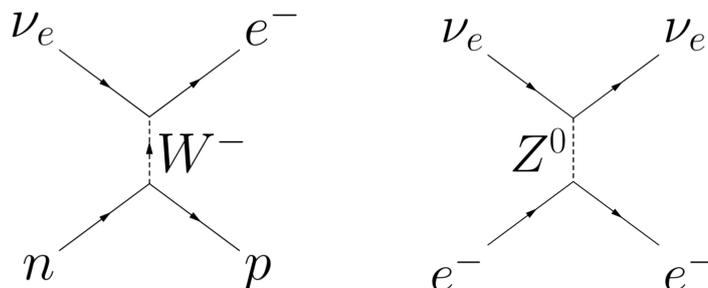


Рис. 2: Диаграммы Фейнмана для СС-события (слева) и НС-события (справа)

Восстановленная энергия нейтрино в СС-событиях определяется суммой адронных и лептонных энергий:

1. Если произошло  $\nu_\mu$ -событие, то энергией нейтрино считается как сумма энергии самого длинного восстановленного трека мюона<sup>1</sup> и энергии адронов<sup>2</sup>. Первая оценивается по длине трека, если он содержится в детекторе и калибруется с учётом смоделированных  $\nu_\mu$ -событий с энергией мюонов от 0.2 до 1.7 ГэВ. Если трек выходит из области детектирования, то энергия корректируется из смоделированных  $\nu_\mu$ -событий, но с энергией мюонов от 0.5 до 3 ГэВ. Энергия адронов определяется по восстановленным зарядам, которые находятся не на самом длинном треке. К ней применяются поправки на рекомбинацию электронов и их время

<sup>1</sup>Пролетевшая частица, считается мюоном, если длина её трека не менее 1 м.

<sup>2</sup>Адронная активность – это короткие протонные треки или диффузное выделение энергии от нейтронов. Т. к. протоны тяжелее мюонов и сильнее ионизируют вещество, то треки мюонов более длинные.

жизни, а также поправки из-за недостающей энергии нейтральных частиц с помощью смоделированных событий с энергией адронов от 0.1 до 1.6 ГэВ.

2. Если исследуется  $\nu_e$ -событие, то энергия нейтрино – это сумма энергии электромагнитного ливня<sup>1</sup> и энергии адронов. Поправки на рекомбинацию электронов и их время жизни корректируются из смоделированных событий с энергией электронов от 0.5 до 3 ГэВ, а недостающая поправка применяется к энергии адронов.

Классификация нейтринных и антинейтринных взаимодействий ( $\nu_\mu$ ,  $\bar{\nu}_\mu$ ,  $\nu_e$ ,  $\bar{\nu}_e$ -событий) происходит с помощью методов распознавания изображений через свёрточную нейронную сеть CVN (Convolutional Visual Network)[5], которая является улучшенным вариантом свёрточной нейронной сети CNN (Convolutional Neural Network) [6]. Для получения входных данных создаётся 3 изображения нейтринных взаимодействий, имеющих размер  $500 \times 500$  пикселей. Заряд пикселя – это интегрированный заряд восстановленного события. CVN обучается на 3 млн нейтринных взаимодействиях из моделирования Монте – Карло. В итоге, CVN определяет флейвор нейтрино.

## 1.1 Дальний детекторный комплекс

В дальнем детекторном комплексе используются время – проекционные камеры, заполненные жидким аргоном  $^{40}\text{Ar}$  (LArTPC), обладающие способностью идентифицировать события с высоким разрешением. В LArTPC однозначно отличаются электроны от фотонов из-за высокого пространственного разрешения ( $R = 0.5$  см), которое много меньше радиационной длины электрона ( $l = 14$  см). Дальний детектор состоит из 4 модулей, помещенных в криостат. Масса каждого модуля – 17.1 кт, из которых 10 кт являются рабочими. Примеси ( $\text{O}_2$ ,  $\text{H}_2\text{O}$ ) поддерживаются на низком уровне для уменьшения числа захваченных ими электронов, т. к. время жизни электронов обратно пропорционально уровню примесей.

Рассматриваются две технологии для дальнего детектора: однофазная и двухфазная (рис. 3). В обеих технологиях предполагается наличие внешней

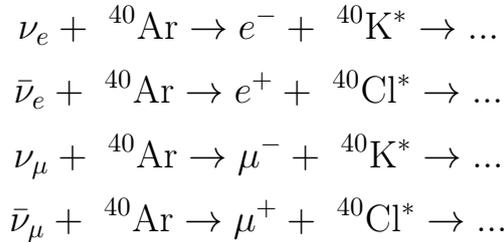
---

<sup>1</sup>Электромагнитный ливень представляется в виде конуса выделения энергии, выходящего из вершины взаимодействия.

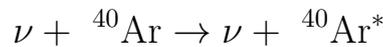
клетки, обеспечивающей однородность электрического поля до 1 %.

- однофазная:

При взаимодействии нейтрино с аргоном посредством заряженных токов:



или нейтральных токов:



образуются заряженные частицы, которые ионизируют аргон. Происходит дрейф ионизированных электронов по ширине модуля в плоскость обнаружения – к анодам. Модуль по ширине разделен на 4 области (3 набора анодных плоскостей и 2 набора катодных, чередующихся между собой) длиной 3.5 метра каждая. Следовательно, максимальная длина дрейфа электронов  $l_{d_{max}} = 3.5$  м. В объёме модуля 2 слоя по 25 наборов плоскостей в каждом [7]. Скорость дрейфа электронов составляет  $v_d = 1.6$  мм/мкс, а время дрейфа  $t_d = 2.2$  мс в катодном напряжении  $U_c = 180$  кВ, которому соответствует напряженность электрического поля  $E = 500$  В/см. Ионизационные электроны перемещаются горизонтально в жидкости и считываются с проводов – анодов, образующих сетку и расположенных на двусторонних анодных плоскостях (U, V, X), высотой 6 м, шириной 2.3 м. На плоскостях U и V индуцируется сигнал, а на плоскости X – собирается. Эти плоскости располагаются под углом друг относительно друга, и каждая даёт двумерное представление взаимодействия, которое может быть восстановлено в трёхмерное представление. Для хорошего отношения  $\frac{\text{сигнал}}{\text{шум}}$  нужен низкий уровень шума, поскольку в жидкости не происходит усиления сигнала. Также электроны диффундируют в поперечном направлении, но это смещение незначительно по сравнению с шагом проволок. В LArTPC нет магнитного поля, поэтому

в нём события с электронным нейтрино  $\nu_e$  не отделяются от событий с электронным антинейтрино  $\bar{\nu}_e$ .

- двухфазная:

Ионизационные электроны перемещаются вертикально из жидкости в газ над ней, следовательно, по сравнению с однофазной технологией имеют большую длину дрейфа ( $l_{d_{max}} = 12$  м). Необходимо более высокое катодное напряжение  $U_c = 600$  кВ при электрической напряженности  $E = 500$  В/см. Происходит усиление сигнала. Усиленный заряд в газе попадает на двумерный анод, обеспечивающий два изображения. Сетка, большой электронный умножитель над ней и анод образуют трехслойную конструкцию, площадью  $S = 9$  м<sup>2</sup>, которая является плоскостью считывания заряда. Таким образом, преимущество двухфазной технологии в том, что она позволяет получить полностью однородный объём жидкого аргона с большой длиной дрейфа.

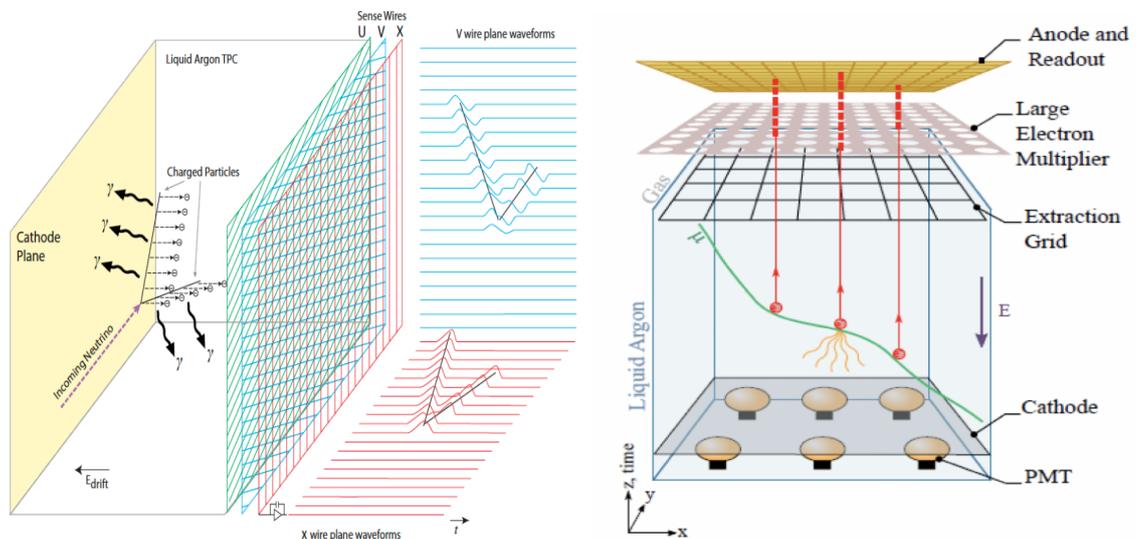


Рис. 3: Однофазная (слева) и двухфазная (справа) технологии дальнего детектора

Почему используется именно жидкий аргон? Потому что он хороший сцинтиллятор на длине волны  $\lambda = 126.8$  нм. При взаимодействии нейтрино с веществом образуются не только заряженные частицы, но и фотоны, которые улавливаются фотодетекторами. Фотодетекторы фиксируют время  $t_0$  прилета фотонов, в которое начинают дрейфовать электроны от события взаимодействия. Это время вместе с временем достижения электронов анода

позволяют определить координату события. Фотодетекторы записывают временные и импульсные характеристики падающего света. На каждую анодную плоскость в однофазной технологии приходится 10 фотодетекторных модулей. Всего 1500 фотодетекторов, 500 из которых собирают свет в обоих направлениях, а 1000 - только с одного направления. В двухфазной технологии фотодетекторы установлены на нижней плоскости и видят объём снизу (рис. 3).

## 1.2 Ближний детекторный комплекс

Ближний детекторный комплекс расположен на расстоянии 574 м от источника нейтрино на глубине 60 м, перпендикулярно оси пучка. Он состоит из ArgonCube (тоже LArTPC только меньшего размера, чем в дальнем детекторе), многоцелевого детектора MPD, включающего время – проекционную камеру с газом под высоким давлением HrgTPC и электромагнитный калориметр ECAL, и из системы мониторинга пучка на оси SAND (рис. 4).

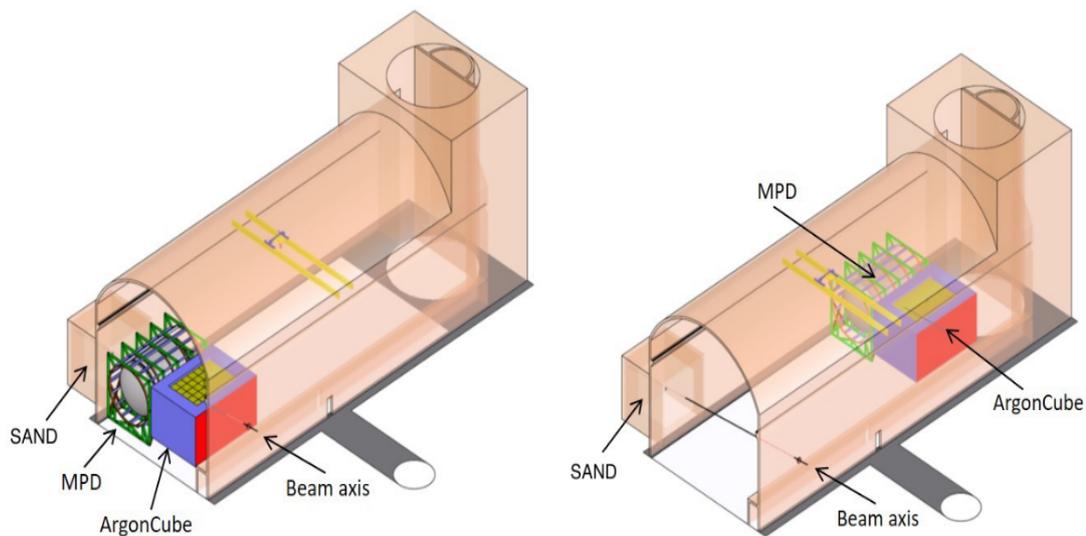


Рис. 4: Ближний детекторный комплекс. На левом изображении все детекторы расположены на оси пучка нейтрино. На правом – показано, что MPD и ArgonCube могут перемещаться перпендикулярно оси для проведения внеосевых измерений.

Каждый из объектов выполняет особые функции:

- LArTPC обладает трёхмерным пиксельным считыванием и оптической сигментацией. Камера состоит из 35 модулей, объёмом  $105 \text{ м}^3$  и массой 147 т. Любой модуль имеет две анодные плоскости и центральный катод,

размерами  $1 \times 3 \times 1$  м. Плоскости анода состоят из считывающих падов: по координате  $y$  и  $z$  задаётся положение, а по  $x$  – время, поэтому событие определяется однозначно. Заряд дрейфует максимальное расстояние  $l_{d_{max}} = 50$  см. ArgonCube вместе с MPD можно перемещать перпендикулярно оси на расстояние до 33 м. По мере их движения спектр падающего нейтринного потока изменяется, он становится более монохроматичным. Поэтому внеосевые измерения проводятся для исключения эффектов, связанных с систематическими искажениями при реконструкции энергии нейтрино (со смещением областей допустимых значений параметров осцилляций, с погрешностью сечения взаимодействия нейтрино с веществом), которые невозможно увидеть только при осевых наблюдениях. Так, 50% измерений проводится с расположением детекторов на оси, а 50% распределяются на различные положения внеосевых измерений.

- MPD служит для измерения знака заряда и величины импульса мюонов, которые не задерживаются в объёме LArTPC. Их импульс  $p > 0.7$  ГэВ/с. Высокоэнергетичные мюоны проходят через ECAL в HrgTPC, где импульс и заряд восстанавливаются по кривизне трека. Мюоны, останавливающиеся в ArgonCube или ECAL, восстанавливаются по дальности. Если мюоны вышли из HrgTPC, то они исключаются из анализа.
  - время – проекционная камера HrgTPC заполнена на 90 % газообразным аргоном и на 10%  $\text{CH}_4$ . Она помещена в цилиндрической сосуд, диаметром 5 м и длиной 5 м с давлением  $p = 10$  бар и окружена ECAL. HrgTPC производит измерения по полному  $4\pi$  углу. А также в HrgTPC существует магнитное поле  $B = 0.5$  Тл, которое улучшает разрешение детектора за счёт подавления поперечной диффузии электронов ионизации, дрейфующих к торцевым крышкам цилиндра.
  - ECAL – это ряд слоёв чередующихся поглотителей, измеряющих энерговыделение движущихся частиц.
- SAND не имеет возможности перемещаться с оси пучка и служит для определения потока нейтрино на оси и для сравнения его с потоком из ArgonCube.

Стенки модулей ArgonCube, перпендикулярные анодам и катодам, покры-

ты фотонными детекторами ArCLight [8], которые определяют положение оптической вспышки с разрешением до 30 см и фиксируют время  $t_0$ . ArCLight – это пластина EJ-280 смещения длины волны WLS, задняя поверхность и края которой покрыты диэлектрической фольгой, имеющей коэффициент отражения  $R \approx 98\%$  для видимого спектра. Лицевая сторона покрыта зеркальной плёнкой, прозрачной в синем цвете и имеющей высокий коэффициент отражения в зеленых цветах спектра. Также на поверхность нанесен слой (TPB), сдвигающий длину волны  $\lambda = 126.8$  нм сцинтилляционного света LArTPC в область синих цветов. ArCLight оснащена кремниевыми фотоумножителями (SiPM). Таким образом, фотоны в диапазоне длин волн  $\lambda \sim 400 - 450$  нм проходят через переднюю поверхность ArCLight, эффективно поглощаются, и EJ-280 излучает их с максимальной длиной волны  $\lambda_{max} = 490$  нм. Эти фотоны попадают в боковые зеркала и обнаруживаются SiPM (рис. 5).

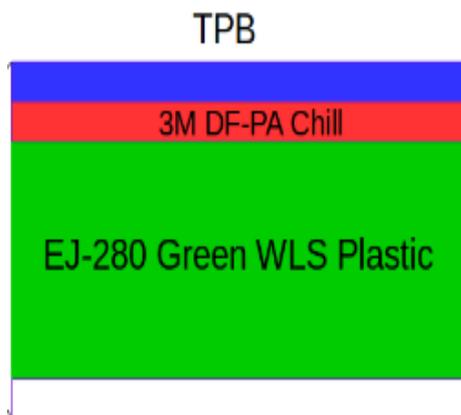


Рис. 5: ArCLight в сечении. SiPM не показаны.

## ГЛАВА 2. Осцилляции нейтрино

Нейтрино и антинейтрино могут осциллировать при прохождении сквозь Землю расстояния между детекторами. Поэтому нужно подробно рассмотреть процесс осцилляций и ввести величины, используемые в работе.

Три массовых состояния нейтрино  $\nu_1, \nu_2, \nu_3$  с массами  $m_1, m_2, m_3$  соответственно и три флейворных состояния нейтрино  $\nu_e, \nu_\mu, \nu_\tau$  связаны через унитарную матрицу смешивания  $U$ :

$$\begin{pmatrix} \nu_{e,L} \\ \nu_{\mu,L} \\ \nu_{\tau,L} \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} U_{e1} & U_{e2} & U_{e3} \\ U_{\mu1} & U_{\mu2} & U_{\mu3} \\ U_{\tau1} & U_{\tau2} & U_{\tau3} \end{pmatrix}}_U \begin{pmatrix} \nu_{1,L} \\ \nu_{2,L} \\ \nu_{3,L} \end{pmatrix}$$

или

$$\nu_{\alpha,L} = \sum_i U_{\alpha i} \nu_{i,L},$$

где  $\nu_i$  – поле дираковских нейтрино и антинейтрино с массой  $m_i$ ,  $\nu_\alpha$  – поле флейворных нейтрино, участвующих в стандартном слабом взаимодействии,  $L$  – индекс, показывающий, что нейтрино – левокиральные. Антинейтрино – правокиральные. Лептонное число для нейтрино равно  $L_\nu = 1$ , для антинейтрино –  $L_{\bar{\nu}} = -1$ .

Таким образом, вектор состояний флейворных нейтрино выражается через вектор состояний нейтрино с массой  $m_i$  [9]:

$$|\nu_\alpha\rangle = \sum_i U_{\alpha,i}^* |\nu_i\rangle \quad (1)$$

Флейворное состояние нейтрино – это когерентная суперпозиция состояний нейтрино с различными массами.

### 2.1 Осцилляции нейтрино в вакууме

Уравнения Шрёдингера (УШ) для осцилляций нейтрино в вакууме:

$$i \frac{\partial |\Psi(t)\rangle}{\partial t} = H |\Psi(t)\rangle \quad (2)$$

Вектор  $|\Psi\rangle$  раскладывается по системе состояний нейтрино с ароматами  $|\nu_\alpha\rangle$  (см. (1)):

$$|\Psi\rangle = \sum_{\alpha} a_{\alpha}(t) |\nu_{\alpha}\rangle$$

Стационарное УШ на собственные значения и собственные вектора состояний нейтрино с массами  $m_i$  имеет вид:

$$H |\nu_i\rangle = E_i |\nu_i\rangle, \quad E_i = \sqrt{p^2 + m_i^2} \approx p + \frac{m_i^2}{2E}$$

Амплитуда вероятности найти  $\nu_\alpha$  в состоянии  $|\Psi(t)\rangle$ :

$$a_{\alpha}(t) = \langle \nu_{\alpha} | \Psi(t) \rangle.$$

Тогда уравнение (2) преобразуется в:

$$i \frac{\partial a_{\alpha'}(t)}{\partial t} = \sum_{\alpha} \langle \nu_{\alpha'} | H | \nu_{\alpha} \rangle a_{\alpha}(t) \quad (3)$$

Из равенства (1) справедливо, что  $\langle \nu_{\alpha} | \nu_i \rangle = U_{\alpha,i}$ ,  $\langle \nu_i | \nu_{\alpha} \rangle = U_{\alpha,i}^*$  и, следовательно:

$$\langle \nu_{\alpha'} | H | \nu_{\alpha} \rangle = \sum_i U_{\alpha',i} E_i U_{\alpha,i}^* = p + \sum_i U_{\alpha',i} \frac{m_i^2}{2E} U_{\alpha,i}^*$$

Уравнение Шрёдингера (3) приводится к:

$$i \frac{\partial a(t)}{\partial t} = U \frac{m^2}{2E} U^{\dagger} a(t) \quad (4)$$

Заменой  $a'(t) = U^{\dagger} a(t)$  получается:

$$i \frac{\partial a'(t)}{\partial t} = \frac{m^2}{2E} a'(t),$$

решение которого  $a'(t) = e^{-i \frac{m^2}{2E} (t-t_0)} a'(t_0)$ , а решение уравнения (4) имеет вид:

$$a(t) = U e^{-i \frac{m^2}{2E} (t-t_0)} U^{\dagger} a(t_0),$$

где  $t_0$  - начальное время. Вероятность перехода  $\nu_\alpha \rightarrow \nu_{\alpha'}$  будет:

$$P(\nu_\alpha \rightarrow \nu_{\alpha'}) = \left| \sum_i U_{\alpha',i} e^{-i\Delta m_{\alpha,i}^2 \frac{L}{2E}} U_{\alpha,i}^* \right|^2, \quad i = 1, 2, 3. \quad (5)$$

или

$$P(\nu_\alpha \rightarrow \nu_{\alpha'}) = \left| \delta_{\alpha\alpha'} + \sum_i U_{\alpha',i} U_{\alpha,i}^* \left( e^{-i\Delta m_{i1}^2 \frac{L}{2E}} - 1 \right) \right|^2, \quad i = 2, 3. \quad (6)$$

(Аналогичные преобразования верны для антинейтрино). Видно, что вероятность зависит от соотношения  $L/E$  и что нейтринные осцилляции будут происходить, если выполняется соотношение  $\Delta m_{i1}^2 L/E \geq 1$ , хотя бы для одного из значений  $i = 2, 3$ . Также справедливо равенство  $P(\nu_\alpha \rightarrow \nu_{\alpha'}) = P(\bar{\nu}_{\alpha'} \rightarrow \bar{\nu}_\alpha)$ , являющееся следствием СРТ-инвариантности. Если есть и СР-инвариантность в лептонном секторе, то должно быть верно равенство:  $P(\nu_\alpha \rightarrow \nu_{\alpha'}) = P(\bar{\nu}_\alpha \rightarrow \bar{\nu}_{\alpha'})$ .

Рассмотрим осцилляции нейтрино в предположении, что существует какие-либо два из трёх флейворов. Индекс  $\alpha$  может принимать значения  $\mu, e$  или  $\mu, \tau$  и т.д.

Формула (6) для появления нейтрино  $\alpha'$ -аромата из  $\alpha$  примет вид:

$$P(\nu_\alpha \rightarrow \nu_{\alpha'}) = \left| \delta_{\alpha\alpha'} + U_{\alpha',2} U_{\alpha,2}^* \left( e^{-i\Delta m^2 \frac{L}{2E}} - 1 \right) \right|^2, \quad \Delta m = m_2 - m_1. \quad (7)$$

Если ввести амплитуду вероятности  $A_{\alpha,\alpha'} = 4|U_{\alpha',2}|^2|U_{\alpha,2}|^2 = A_{\alpha',\alpha}$ , отражающую возможность найти нейтрино в момент времени  $t$  в состоянии  $\nu_{\alpha'}$ , если в начальный момент времени  $t_0 = 0$ , оно находилось в состоянии  $\nu_\alpha$ , то:

$$P(\nu_\alpha \rightarrow \nu_{\alpha'}) = \frac{1}{2} A_{\alpha',\alpha} \left( 1 - \cos \left( \Delta m^2 \frac{L}{2E} \right) \right), \quad \alpha \neq \alpha'. \quad (8)$$

Амплитуду вероятности  $A_{\alpha',\alpha}$  можно представить через угол смешивания  $\theta$ :

$$\begin{aligned} A_{\alpha',\alpha} &= 4|U_{\alpha,2}|^2|U_{\alpha',2}|^2 = 4|U_{\alpha,2}|^2(1 - |U_{\alpha,2}|^2)^2 \\ &= 4 \sin^2 \theta \cos^2 \theta = \sin^2 2\theta \end{aligned}$$

Формула (8) преобразуется в:

$$P(\nu_\alpha \rightarrow \nu_{\alpha'}) = \frac{1}{2} \sin^2 2\theta \left( 1 - \cos \left( \Delta m^2 \frac{L}{2E} \right) \right), \quad \alpha \neq \alpha'.$$

Из закона сохранения вероятность исчезновения нейтрино  $\alpha$ -аромата определяется:

$$P(\nu_\alpha \rightarrow \nu_\alpha) = 1 - P(\nu_\alpha \rightarrow \nu_{\alpha'}) = 1 - \frac{1}{2} \sin^2 2\theta \left( 1 - \cos \left( \Delta m^2 \frac{L}{2E} \right) \right), \quad \alpha \neq \alpha'.$$

И заключительный этап – учёт нормировки используемых единиц измерения:

$$\begin{aligned} P(\nu_\alpha \rightarrow \nu_{\alpha'}) &= \frac{1}{2} \sin^2 2\theta \left( 1 - \cos \left( 2.53 \Delta m^2 \frac{L}{2E} \right) \right) = \\ &= \sin^2 2\theta \sin^2 \left( 1.27 \Delta m^2 \frac{L}{2E} \right), \quad \alpha \neq \alpha'. \end{aligned} \quad (9)$$

В этой формуле  $\Delta m^2$  в эВ<sup>2</sup>,  $L$  в км,  $E$  в ГэВ.

На рис. 6 представлен график вероятности появления нейтрино нового аромата в вакууме, описываемый двумя осцилляционными параметрами  $\sin^2 2\theta$  и  $\Delta m^2$  формулы (9).

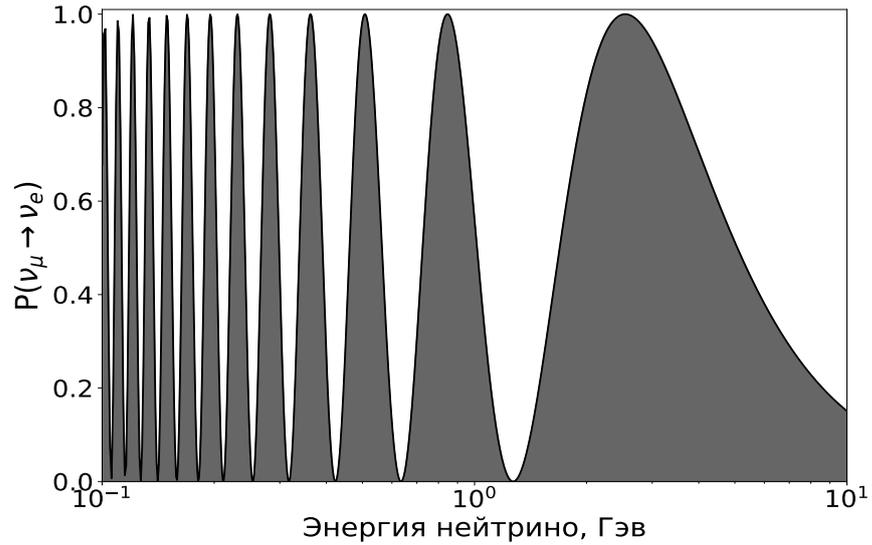


Рис. 6: Вероятность осцилляций из нейтрино мюонного в нейтрино электронное в вакууме:  $\Delta m = 2.451 \cdot 10^{-3}$  эВ<sup>2</sup>,  $\theta = \pi/4$ ,  $L = 1284$  км.

Стоит заметить, что при осцилляциях в рамках двух ароматов нарушения CP-симметрии наблюдаться не может, т.к. справедливы соотношения:

$$P(\nu_\alpha \rightarrow \nu_{\alpha'}) = P(\bar{\nu}_\alpha \rightarrow \bar{\nu}_{\alpha'})$$

$$P(\nu_{\alpha'} \rightarrow \nu_\alpha) = P(\bar{\nu}_{\alpha'} \rightarrow \bar{\nu}_\alpha)$$

Для трёх типов нейтрино из соотношения  $\Delta m_{32}^2 \gg \Delta m_{21}^2$  следует, что формула для вероятностей осцилляций для любых из трех ароматов из-за малости отношения параметров  $\frac{\Delta m_{21}^2}{\Delta m_{32}^2}$  сохраняет вид, как у формулы (7):

$$P(\nu_\alpha \rightarrow \nu_{\alpha'}) = \left| \delta_{\alpha\alpha'} + U_{\alpha',3} U_{\alpha,3}^* \left( e^{-i\Delta m_{32}^2 \frac{L}{2E}} - 1 \right) \right|^2, \quad \Delta m_{32} = m_3 - m_2 \quad (10)$$

Видно, что фаза  $\delta_{CP}$  не входит в формулу (10), поэтому, чтобы исследовать CP-нарушение в лептонном секторе нельзя пренебрегать членом с  $\Delta m_{21}^2$ .

## 2.2 Параметризация матрицы смешивания

В вакууме матрица смешивания  $U$  (см. (2)) носит название матрицы Понтекорво – Маки – Накагавы – Сакаты  $U_{PMNS}$ . Для того, чтобы разделить зависимости от углов в матрице  $U_{PMNS}$ , её необходимо параметризовать. Для этого над 3 ортогональными и нормированными векторами:  $|i\rangle$ ,  $\langle i|k\rangle = \delta_{ik}$ , ( $i, k = 1, 2, 3$ ) совершаются 3 вращения Эйлера: ( $s_{\alpha\beta} = \sin \theta_{\alpha\beta}$ ,  $c_{\alpha\beta} = \cos \theta_{\alpha\beta}$ ,  $\alpha, \beta = \overline{1,3}$ )

1. Поворот на угол  $\theta_{12}$  вокруг вектора  $|3\rangle$ :

$$\begin{cases} |1\rangle^{(1)} = c_{12} |1\rangle + s_{12} |2\rangle \\ |2\rangle^{(1)} = -s_{12} |1\rangle + c_{12} |2\rangle \\ |3\rangle^{(1)} = |3\rangle \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} |1\rangle^{(1)} \\ |2\rangle^{(1)} \\ |3\rangle^{(1)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_{12} & s_{12} & 0 \\ -s_{12} & c_{12} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} |1\rangle \\ |2\rangle \\ |3\rangle \end{pmatrix}$$

2. Поворот на угол  $\theta_{13}$  вокруг нового вектора  $|2\rangle^{(1)}$ . Здесь вводится фаза

$\delta_{CP}$ , связанная с вращением вектора  $|3\rangle$ :

$$\begin{cases} |1\rangle^{(2)} = c_{13} |1\rangle^{(1)} + s_{13} e^{-i\delta_{CP}} |3\rangle^{(1)} \\ |2\rangle^{(2)} = |2\rangle^{(1)} \Rightarrow \\ |3\rangle^{(2)} = -s_{13} e^{i\delta_{CP}} |1\rangle^{(1)} + c_{13} |3\rangle^{(1)} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} |1\rangle^{(2)} \\ |2\rangle^{(2)} \\ |3\rangle^{(2)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_{13} & 0 & s_{13} e^{-i\delta_{CP}} \\ 0 & 1 & 0 \\ -s_{13} e^{i\delta_{CP}} & 0 & c_{13} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} |1\rangle^{(1)} \\ |2\rangle^{(1)} \\ |3\rangle^{(1)} \end{pmatrix}$$

3. Поворот на угол  $\theta_{23}$  вокруг нового вектора  $|1\rangle^{(2)}$ :

$$\begin{cases} |1\rangle^{(3)} = |1\rangle^{(2)} \\ |2\rangle^{(3)} = c_{23} |2\rangle^{(2)} + s_{23} |3\rangle^{(2)} \Rightarrow \\ |3\rangle^{(3)} = -s_{23} |2\rangle^{(2)} + c_{23} |3\rangle^{(2)} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} |1\rangle^{(3)} \\ |2\rangle^{(3)} \\ |3\rangle^{(3)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c_{23} & s_{23} \\ 0 & -s_{23} & c_{23} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} |1\rangle^{(2)} \\ |2\rangle^{(2)} \\ |3\rangle^{(2)} \end{pmatrix}$$

Тогда из:

$$\begin{cases} |\nu\rangle^{(3)} = U_{PMNS} |\nu\rangle \\ U_{PMNS} = U^{(3)} U^{(2)} U^{(1)} \end{cases}$$

Получается параметризованная матрица Понтекорво – Маки – Накагавы – Сакаты:

$$U_{PMNS} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c_{23} & s_{23} \\ 0 & -s_{23} & c_{23} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_{13} & 0 & e^{-i\delta_{cp}} s_{13} \\ 0 & 1 & 0 \\ -e^{i\delta_{cp}} s_{13} & 0 & c_{13} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_{12} & s_{12} & 0 \\ -s_{12} & c_{12} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

где  $s_{\alpha\beta} = \sin \theta_{\alpha\beta}$ ,  $c_{\alpha\beta} = \cos \theta_{\alpha\beta}$ ,  $\alpha, \beta = \overline{1, 3}$ . Эта матрица описывает процесс осцилляций нейтрино и определяется параметрами<sup>1</sup>: тремя углами смещи-

<sup>1</sup>Такой набор осцилляционных параметров берется, если считать, что нейтрино – частицы Дирака. Если рассматривать майорановские нейтрино, то добавляются еще фазы, которые могут не учитываться в силу малости. Осцилляционные эксперименты, в том числе DUNE, не чувствительны к майорановским фазам.

вание –  $\theta_{12}, \theta_{13}, \theta_{23} \in [0, \pi]$  и фазой CP-чётности –  $\delta_{CP} \in [0, 2\pi]$ . Частоты осцилляций пропорциональны расщеплениям масс –  $\Delta m_{21}^2, \Delta m_{31}^2, \Delta m_{32}^2$  ( $\Delta m_{ij}^2 = m_i^2 - m_j^2, i, j = 1, 2, 3$ ), которые тоже являются параметрами осцилляций нейтрино. Два из этих расщеплений независимы, а третье определяется через соотношение  $\Delta m_{31}^2 = \Delta m_{32}^2 + \Delta m_{21}^2$ . Измерено, что квадрат второй массы  $m_2^2$  больше первого  $m_1^2$ . Расположение третьего  $m_3^2$  по отношению к ним пока неизвестно. Если  $m_3^2 > m_2^2$ , то иерархия или порядок масс – нормальный (NO), если  $m_3^2 < m_1^2$ , то обратный (IO).

Видно, что только центральная часть матрицы смешивания зависит от фазы  $\delta_{CP}$ , а, значит, изучение событий появления  $\nu_\mu \rightarrow \nu_e$  и  $\bar{\nu}_\mu \rightarrow \bar{\nu}_e$  в диапазоне энергий, охватывающих первый и второй осцилляционные максимумы, дает возможность измерить фазу  $\delta_{CP}$ , и если её значение не равно  $-\pi, 0$  или  $\pi$ , то можно судить о нарушении CP-симметрии в лептонном секторе. Эффект вещества, позволяющий определить иерархию масс нейтрино, о котором речь идёт в следующем разделе 2.3, тоже дает вклад в асимметрию вероятности осцилляций нейтрино и антинейтрино.

### 2.3 Осцилляции нейтрино в веществе

Из разделов 2.1 и 2.2 было выяснено, что осцилляции нейтрино в вакууме описываются параметрами матрицы смешивания и расщеплениями масс. В веществе же даёт вклад в осцилляции когерентное упругое рассеяние вперёд нейтрино на электронах, содержащихся в веществе, которое не меняет их состояние. Причём взаимодействие посредством обмена  $Z^0$ -бозонами (нейтральный ток) может быть исключено из эффективного гамильтониана уравнения Шрёдингера и останется только член от процессов:  $\nu_e + e^- \rightarrow \nu_e + e^-$ , происходящих с обменом  $W^\pm$ -бозонами (заряженные токи). Уравнение Шрёдингера для левокиральных электронных нейтрино в веществе имеет вид [10]<sup>1</sup>:

$$i \frac{\partial a(t)}{\partial t} = \left( U \frac{m^2}{2E} U^\dagger + \sqrt{2} G_F N_e \beta \right) a(t),$$

где  $G_F$  – константа Ферми,  $N_e$  – плотность числа электронов в Земле,  $\beta_{\nu_e, \nu_e} = 1$ , остальные элементы матрицы  $\beta$  равны 0.

<sup>1</sup>Для правокиральных антинейтрино в УШ меняется знак:  $i \frac{\partial a(t)}{\partial t} = \left( U \frac{m^2}{2E} U^\dagger - \sqrt{2} G_F N_e \beta \right) a(t)$

Общий гамильтониан – эрмитов, поэтому его можно диагонализировать унитарным преобразованием:

$$H = U^m E^m U^{m\dagger}, \text{ где } E \text{ – с. з. } H$$

Тогда УШ будет иметь вид:

$$i \frac{\partial a(t)}{\partial t} = (U^m E^m U^{m\dagger}) a(t)$$

Замена  $a(t) = U^{m\dagger} a'(t)$  приводит к классическому уравнению:

$$i \frac{\partial a'(t)}{\partial t} = E^m a'(t)$$

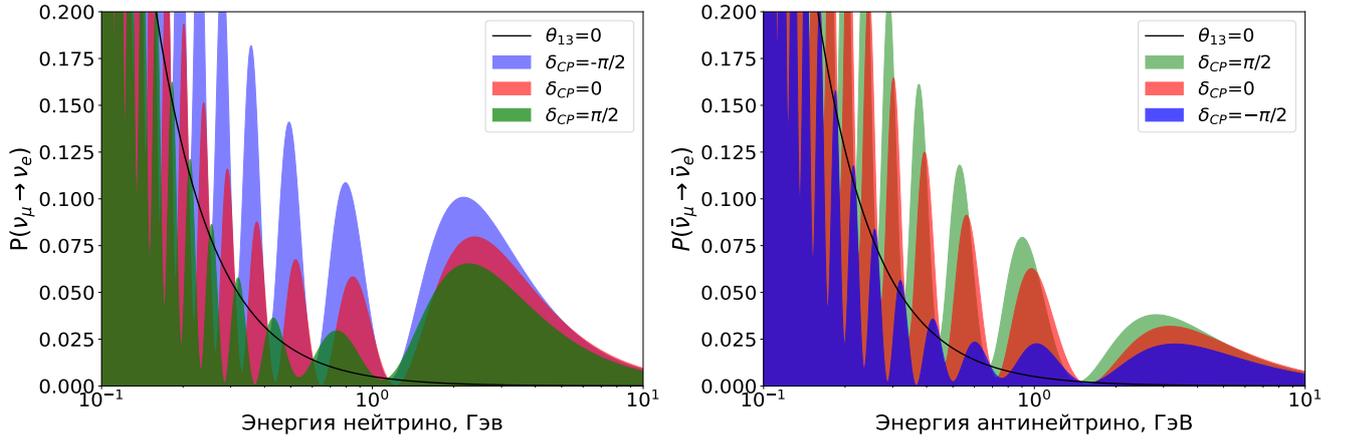
Его решение:  $a'(t) = e^{-iE(t-t_0)} a(t_0)$ , где  $t_0$  – начальное время. А для вероятности осцилляций в веществе получаем формулу, аналогичную формуле (5) для вероятности осцилляций в вакууме:

$$P(\nu_\alpha \rightarrow \nu_{\alpha'}) = \left| \sum_i U_{\alpha',i}^m e^{-iE_i^m(t-t_0)} U_{\alpha,i}^{m*} \right|^2$$

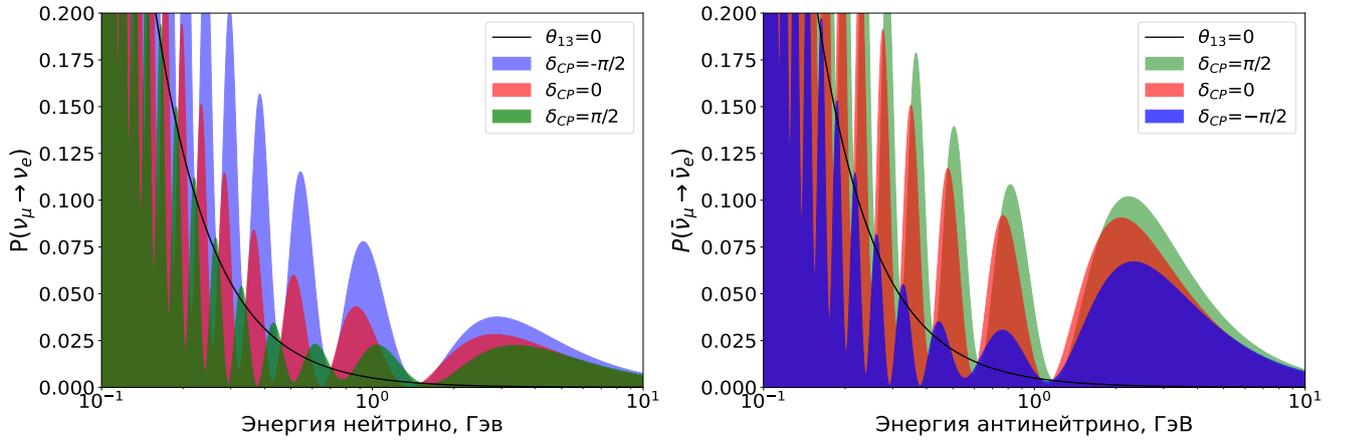
Например, для превращения мюонного нейтрино  $\nu_\mu$  в нейтрино электронное  $\nu_e$  в веществе справедливо в первом приближении [11] уравнение:

$$\begin{aligned} P(\nu_\mu \rightarrow \nu_e) = & \sin^2 \theta_{23} \cdot \sin^2(2\theta_{13}) \cdot \frac{\sin^2(\Delta_{31} - aL)}{(\Delta_{31} - aL)^2} \Delta_{31}^2 + \\ & + \sin(2\theta_{23}) \cdot \sin(2\theta_{13}) \cdot \sin(2\theta_{12}) \cdot \frac{\sin(\Delta_{31} - aL)}{(\Delta_{31} - aL)} \cdot \frac{\sin(aL)}{(aL)} \cdot \Delta_{21} \cdot \cos(\Delta_{31} + \delta_{CP}) + \\ & + \cos^2 \theta_{23} \cdot \sin^2(2\theta_{12}) \cdot \frac{\sin^2(aL)}{(aL)^2} \cdot \Delta_{21}^2, \quad (11) \end{aligned}$$

где  $\Delta_{ij} = 1, 27 \cdot \Delta m_{ij}^2 L / E$  ( $i, j = 1, 2, 3$ ),  $a = G_F N_e / \sqrt{2}$  – эффект вещества, где  $G_F$  – константа Ферми,  $N_e$  – плотность числа электронов в Земле. При замене частиц античастицами изменяется знак у фазы  $\delta_{CP}$  и у эффекта вещества  $a$ . Численные значения  $a$ ,  $G_F$ ,  $N_e$ ,  $E$  и  $L$  приведены в приложении 2 в таблице 3. Полученные графики изображены на рис. 7.



а) прямая иерархия



б) обратная иерархия

Рис. 7: Вероятности осцилляций нейтрино (слева) и антинейтрино (справа) при а) нормальной иерархии масс и при б) обратной для  $\delta_{CP} = -\pi/2, 0, \pi/2$ . Значения параметров осцилляций расположены в приложении 2 в таблице 4. Черные кривые соответствуют  $\theta_{13} = 0$ .

Асимметрию комбинированной чётности CP можно представить через вероятности появления электронных нейтрино и антинейтрино [11]:

$$A_{CP} = \frac{P(\nu_\mu \rightarrow \nu_e) - P(\bar{\nu}_\mu \rightarrow \bar{\nu}_e)}{P(\nu_\mu \rightarrow \nu_e) + P(\bar{\nu}_\mu \rightarrow \bar{\nu}_e)}$$

или приближенно выразить через параметры осцилляций:

$$A_{CP} \approx \frac{\cos \theta_{23} \sin 2\theta_{12} \sin \delta_{CP}}{\sin \theta_{23} \sin \theta_{13}} \cdot \frac{\Delta m_{21}^2 L}{4E} + \text{эффект вещества } a$$

Таким образом, изучения осцилляций  $\nu_\mu \rightarrow \nu_e$  и  $\bar{\nu}_\mu \rightarrow \bar{\nu}_e$  необходимо для

измерения фазы  $\delta_{CP}$ , угла  $\theta_{23}$  и иерархии масс (знак  $\Delta m_{31}^2$ ), а осцилляции  $\nu_\mu \rightarrow \nu_\mu$  и  $\bar{\nu}_\mu \rightarrow \bar{\nu}_\mu$  — для измерения угла  $\theta_{23}$  и значения  $\Delta m_{31}^2$ .

## ГЛАВА 3. Входные данные для моделирования

Для проведения моделирование в GLoBES и GNA использовался набор файлов с входными данными для нейтрино и антинейтрино. Входные данные – это сечения взаимодействия нейтрино и антинейтрино с  $^{40}\text{Ar}$  посредством заряженных и нейтральных токов (раздел 3.1), потоки в FHC и RHC модах (раздел 3.2) и эффективности отбора событий (раздел 3.3). Код для построения графиков реализован на языке программирования Python3.

### 3.1 Сечения взаимодействия нейтрино с веществом

Сечения взаимодействий нейтрино и антинейтрино с аргоном  $^{40}\text{Ar}$  создаются в нейтринном генераторе Монте – Карло GENIE [12]. С помощью утилиты `gspl2root` и возможностей структуры анализа данных ROOT [13] они были переведены в необходимый для моделирования формат и использованы в работе. На рис. 8 представлены сечения взаимодействия частиц и античастиц с жидким аргоном  $^{40}\text{Ar}$ , деленные на энергию. Взаимодействия осуществляются посредством заряженных или нейтральных токов. На данных графиках хорошо видны пороги реакций, при которых начинают происходить взаимодействия через заряженные токи, например, для тау-лептона порог самый высокий, поскольку его масса больше масс мюона и электрона.

### 3.2 Потоки нейтрино

Потоки нейтрино создаются с помощью G4LBNF версии v3r5, и доступны по ссылке [14]. Графики для потоков мюонных, электронных нейтрино и антинейтрино в двух режимах работы представлены на рис. 9. Считается, что изначальный пучок, вышедший из ближнего детектора, не содержит тау-нейтрино.

### 3.3 Эффективности

События, произошедшие в детекторе, необходимо правильно идентифицировать и отнести к какому-то типу. Эффективности отбора сигнальных и фоновых событий с  $\nu_e$ ,  $\nu_\mu$ ,  $\nu_\tau$ ,  $\bar{\nu}_e$ ,  $\bar{\nu}_\mu$ ,  $\bar{\nu}_\tau$  через заряженные и нейтральные

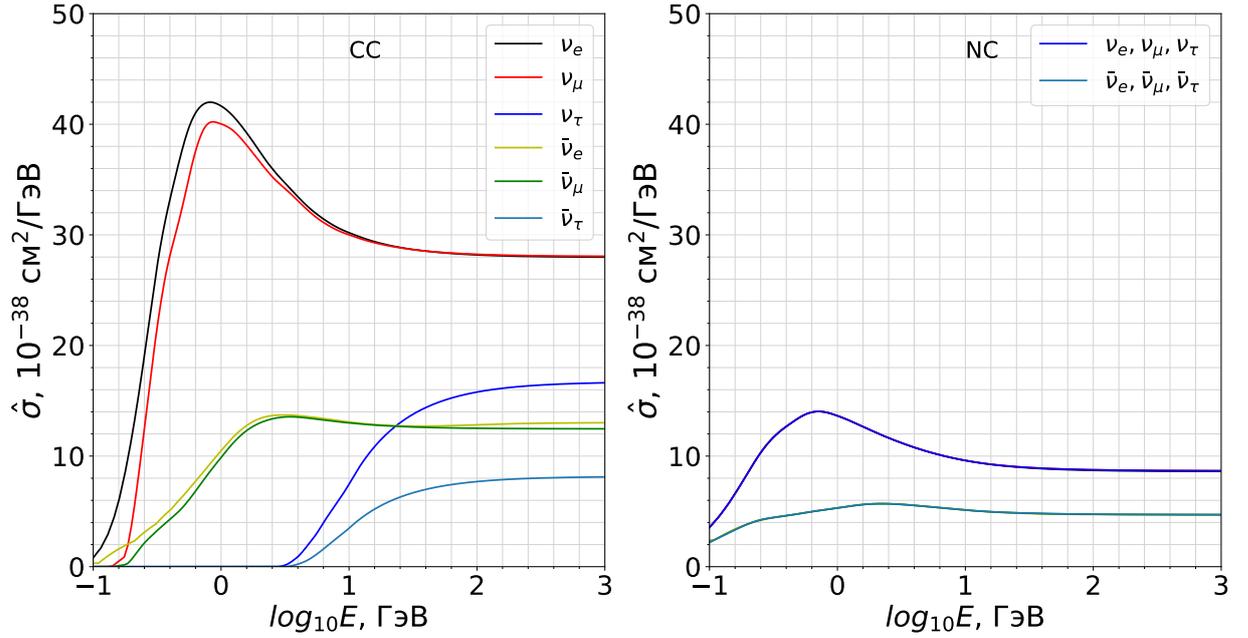


Рис. 8: Сечения взаимодействия нейтрино и антинейтрино с  $^{40}\text{Ar}$  путем заряженных токов (CC) (слева) и нейтральных токов (NC) (справа), деленные на энергию нейтрино или антинейтрино:  $\hat{\sigma} = \sigma/E$ , где  $\sigma$  - сечение взаимодействия.

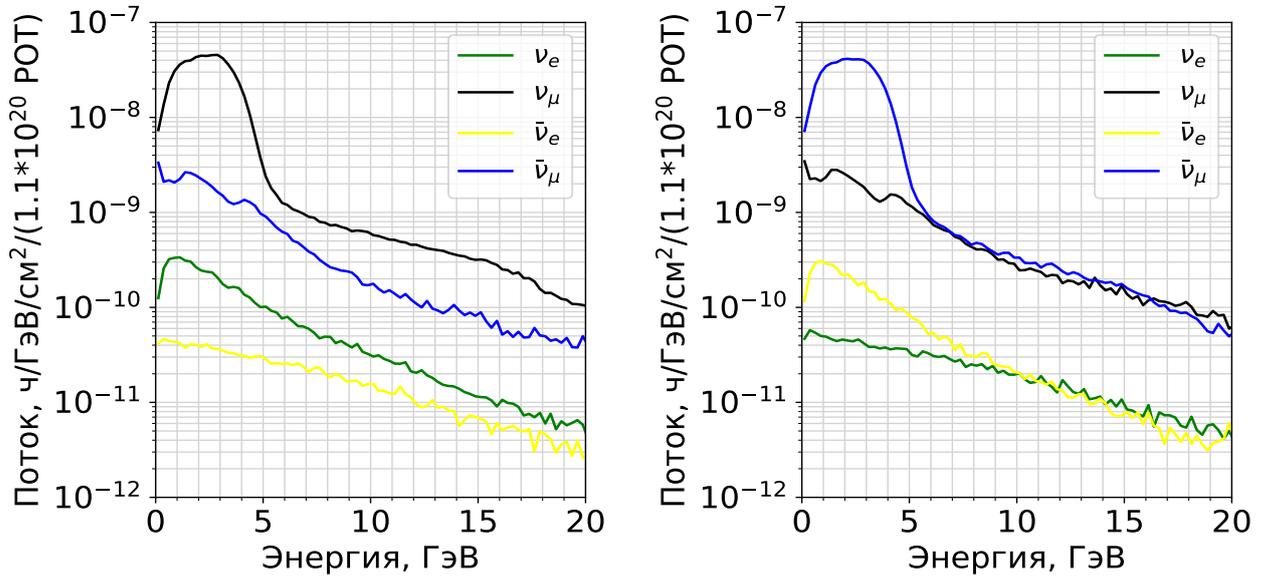


Рис. 9: Поток нейтрино и антинейтрино в режиме работы FNC (слева) и в режиме работы RNC (справа)

токи в FNC и RNC режимах работы были взяты из моделирования DUNE и представлены на рис. 10.

В GLoBES также проводился предварительный этап, который включает задание матриц размытия, отражающих то, насколько правильно восстанав-

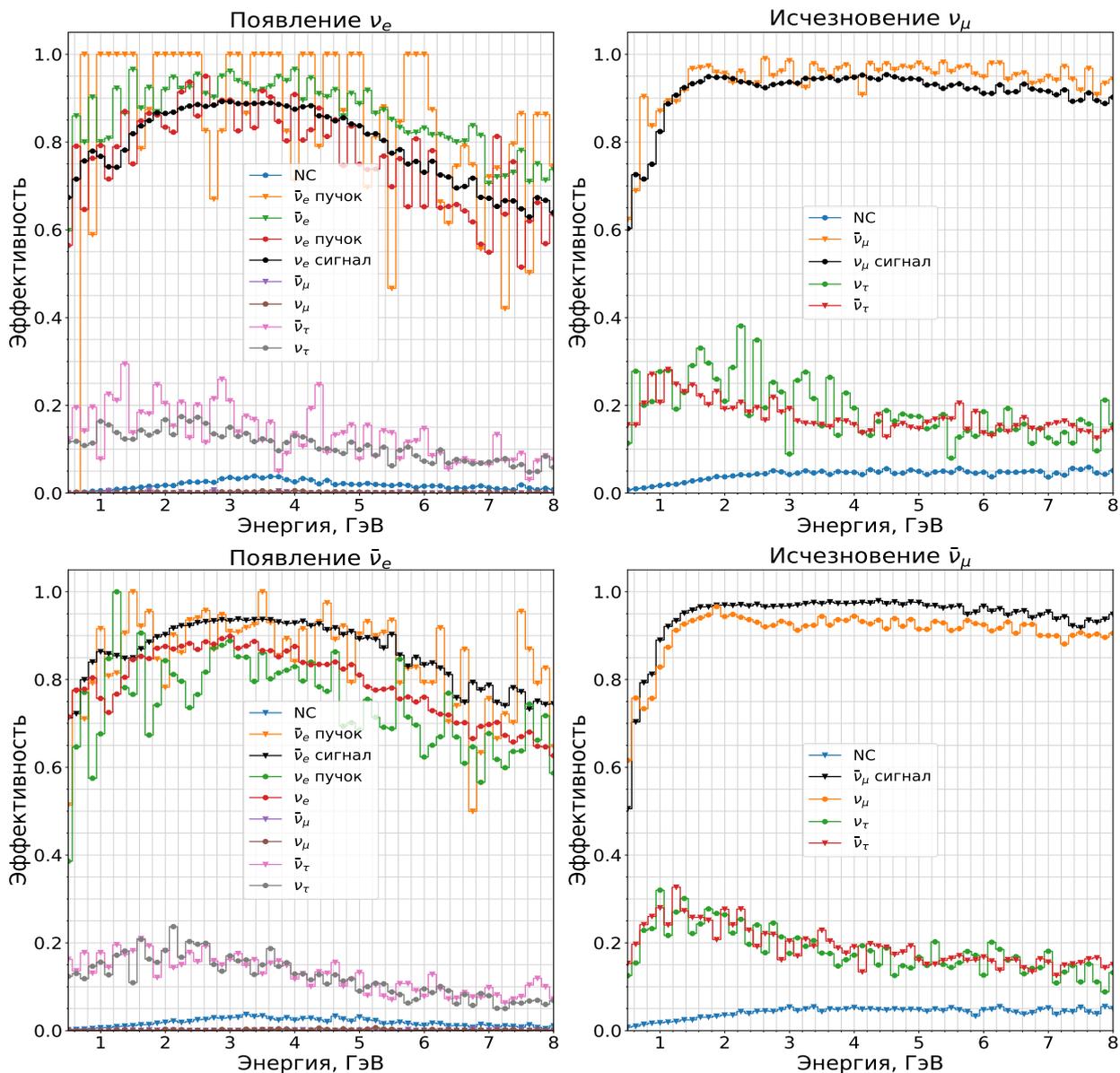


Рис. 10: Эффективности отбора событий для четырёх правил

ливаются энергии относительно истинных энергий нейтрино (рис. 11). Матрицы построены для энергий нейтрино от 0 до 8 ГэВ.

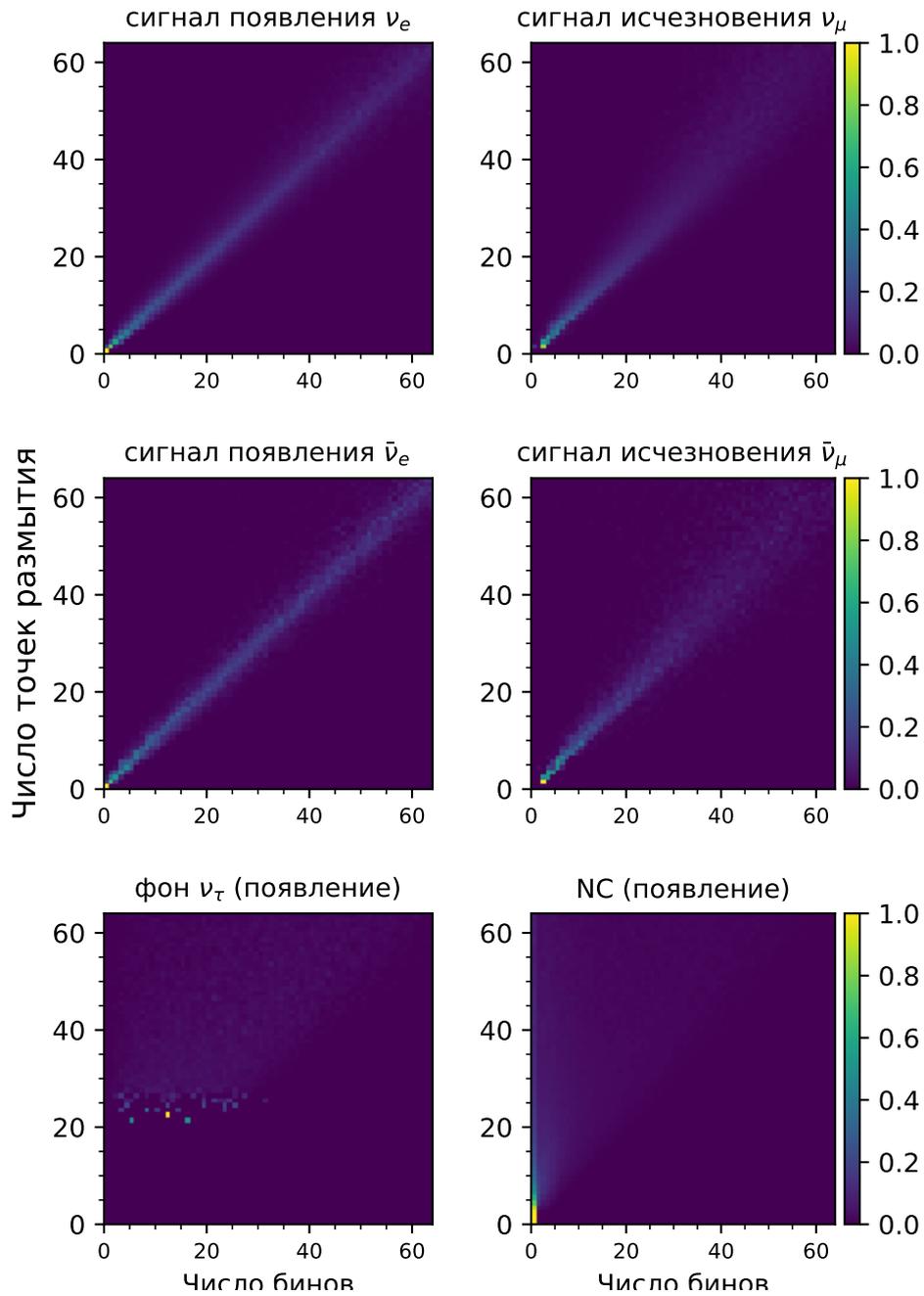


Рис. 11: Матрицы размытия для некоторые каналов появления  $\nu_e$ ,  $\bar{\nu}_e$ ,  $\nu_\tau$  и исчезновения  $\nu_\mu$ ,  $\bar{\nu}_\mu$  событий СС и NC. По горизонтальной оси – число энергетических бинов, по вертикальной оси – число точек размытия.

## ГЛАВА 4. Моделирование в GLoBES

Изучение чувствительности DUNE в симуляторе экспериментов с длинной базой осцилляций GLoBES (General Long Baseline Experiment Simulator) [15] основывается на моделировании сигнальных и фоновых событий и на методах и инструментах анализа данных.

### 4.1 AEDL-файл

При реализации эксперимента в GLoBES был создан AEDL-файл на специализированном языке программирования (the Abstract Experiment Definition Language), доступном для GLoBES. Этот файл является основой программы. В нем определены 4 правила: появление электронных нейтрино и антинейтрино и исчезновение мюонных нейтрино и антинейтрино, которые включают сигнальные и фоновые каналы осцилляций нейтрино и антинейтрино.

### 4.2 Числа событий в GLoBES

AEDL-файл вместе с алгоритмом из уникальных функций, написанном на языке программирования C, позволил получить числа событий в энергетическом бине по формуле<sup>1</sup>:

$$n = 5.2 \times k \times t \times m \times POT \times L^{-2} \times E \times x \times f \times I \times P(\alpha \rightarrow \beta) \quad (12)$$

- $n$  – число событий в энергетическом бине
- $k$  – нормировочный коэффициент
- $t$  – время работы
- $m$  – масса мишени  $^{40}\text{Ar}$
- $POT$  – число протонов на мишень
- $L$  – длина базы осцилляций
- $E$  – восстановленная энергия нейтрино

---

<sup>1</sup>5.2 – недокументированный коэффициент используемой версии GLoBES

- $x$  – сечение взаимодействия нейтрино с веществом
- $f$  – потоки нейтрино
- $I$  – эффективность регистрации
- $P(\alpha \rightarrow \beta)$  – вероятность осцилляций нейтрино,  $\alpha, \beta = e, \mu, \tau$

В приложении 2 представлены значения  $t$ ,  $m$ ,  $L$ ,  $E$  в таблицах 3 и 5. О величинах  $POT$  и  $k$  написано в приложении 3 и приложении 4 соответственно. Информация о  $x$ ,  $f$ ,  $I$ ,  $P(\alpha \rightarrow \beta)$  расположена в разделах 3.1, 3.2, 3.3, 4.3 соответственно.

### 4.3 Вероятности осцилляций в GLoBES

В разделе 2.3 были построены графики вероятностей осцилляций нейтрино и антинейтрино в первом приближении. В GLoBES вероятности осцилляций нейтрино и антинейтрино рассчитываются более точно. Для сравнения на рис. 12 приведен слева график, полученный по формуле (11), а справа – по алгоритму, заложенному в GLoBES, для вероятности осцилляций нейтрино мюонного  $\nu_\mu$  в нейтрино электронное  $\nu_e$  в энергетическом диапазоне от 0.1 до 10 ГэВ.

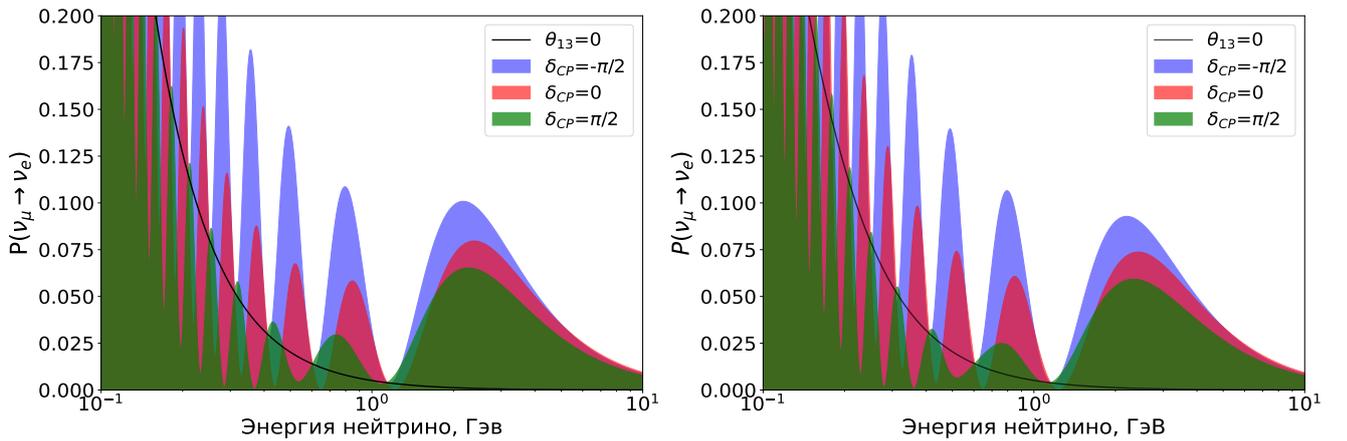


Рис. 12: Вероятности осцилляций нейтрино для  $\delta_{CP} = -\pi/2, 0, \pi/2$ , полученные по формуле (11) (слева) и с помощью GLoBES (справа). Значения параметров осцилляций одинаковы для двух графиков и взяты из приложения 2 из таблицы 4. Черные кривые соответствуют  $\theta_{13} = 0$ .

## 4.4 Систематические ошибки и расчёт $\chi^2$ в GLoBES

Общее число событий  $n_i$  в  $i$ -ом бине в GLoBES представляется суммой чисел событий сигнальных  $s_i$  и фоновых  $b_i$  в  $i$ -ом бине:

$$n_i(a, b, c, d) = s_i(a, b) + b_i(c, d),$$

где  $a(c)$  – мешающий параметр нормировки сигнала (фона),  $b(d)$  – мешающий параметр калибровки (наклона) сигнала (фона).

Для каждого правила  $s_i$  получается суммированием чисел событий в сигнальных каналах этого правила:

$$s_i = \sum_{l=1}^m s_i^l$$

где  $m$  – количество сигнальных каналов в правиле.

Аналогично для фоновых каналов правила:

$$b_i = \sum_{p=1}^t b_i^p$$

где  $t$  – количество фоновых каналов в правиле.

Реализация  $s_i$  и  $b_i$  с учётом ошибок нормировки представляется как:

$$\begin{cases} s_i(a) = s_i(1 + a) \\ b_i(c) = b_i(1 + c), \end{cases} \quad (13)$$

где  $s_i$  – число сигнальных событий в  $i$ -ом бине одного канала,  $b_i$  – число фоновых событий в  $i$ -ом бине одного канала. У мешающих параметров  $a$ ,  $c$  есть систематические ошибки –  $\sigma_a$ ,  $\sigma_c$ .

Для учёта в (13) ошибок калибровки энергии используется метод наклона спектра чисел событий (метод "Т"):

$$\begin{cases} s_i(a, b) = s_i(a) + b \cdot s_i \cdot (E'_i - \overline{E}'_i) / (E'_{max} - E'_{min}) \\ b_i(c, d) = b_i(c) + d \cdot b_i \cdot (E'_i - \overline{E}'_i) / (E'_{max} - E'_{min}) \\ \overline{E}'_i = \frac{1}{2}(E'_{max} - E'_{min}) \end{cases}$$

где  $E'_i$  – средняя (восстановленная) энергия в  $i$ -ом бине;  $E'_{min}$ ,  $E'_{max}$  – мини-

мальная и максимальная энергии соответственно.

Для построения  $\chi^2$  используется формула, зависящая от чисел событий:

$$\chi^2 = 2 \sum_{k=1}^4 \sum_{i=1}^N \left( n_{ik}^{\text{фит}} - n_{ik}^{\text{ист}} + n_{ik}^{\text{ист}} \log \frac{n_{ik}^{\text{ист}}}{n_{ik}^{\text{фит}}} \right),$$

где  $N$  – число энергетических бинов.

Она включает истинные числа событий  $n_{ik}^{\text{ист}}$  и тестируемые  $n_{ik}^{\text{фит}}$  в каждом энергетическом  $i$ -ом бине во всех  $k$  правилах и минимизируется по мешающим параметрам  $\xi_i$  ( $\xi_1 = a$ ,  $\xi_2 = c$ , и т. д.), которые описывают зависимость чисел событий от систематических ошибок. Это метод штрафных членов (pull-method). Создаются штрафные члены:  $p_i = \frac{\xi_i^2}{\sigma_{\xi_i}^2}$ , где  $\sigma_{\xi_i}$  – стандартное отклонение мешающего параметра, соответствующее фактической систематической неопределенности. Центральное значение всех штрафных параметров равно нулю. Тогда  $\chi_{pull}^2$ :

$$\chi_{pull}^2 = \sum_{l=1}^r \underbrace{\min}_{\xi_{il}} \left( \sum_{i=1}^k p_{il}(\xi_{il}) \right),$$

где  $r$  – количество правил, определенных в AEDL-файле эксперимента. Далее, учитывается вклад внешних ограничений на параметры в  $\chi_{input}^2$ .

Итоговая формула для расчёта  $\chi^2$  в учёт штрафных членов и входных ограничений:

$$\chi^2 = 2 \sum_{k=1}^4 \sum_{i=1}^N \left( n_{ik}^{\text{фит}} - n_{ik}^{\text{ист}} + n_{ik}^{\text{ист}} \log \frac{n_{ik}^{\text{ист}}}{n_{ik}^{\text{фит}}} \right) + \chi_{input}^2 + \chi_{pull}^2$$

## 4.5 Гистограммы чисел событий в GLOBES

В итоге, в моделировании в GLOBES получились гистограммы чисел сигнальных и фоновых событий для каждого из заданных каналов осцилляций в четырех правилах: появление электронных нейтрино  $\nu_e$  и антинейтрино  $\bar{\nu}_e$  и исчезновение мюонных нейтрино  $\nu_\mu$  и антинейтрино  $\bar{\nu}_\mu$  при нормальной (рис. 13) и обратной иерархии масс (рис. 14). Время работы с пучком нейтрино и антинейтрино – 3.5 лет, в сумме – 7 лет. Стоит заметить, что числа событий в сигнальных каналах с исчезновением  $\nu_\mu$  и  $\bar{\nu}_\mu$  и в фоновых каналах

рассчитывались в предположении, что  $\delta_{CP} = 0$ . А для сигнальных событий с появлением  $\nu_e$  и  $\bar{\nu}_e$  показаны и гистограммы с максимальным нарушением CP-симметрии для значений фазы  $\delta_{CP}$ , равной  $\pi/2$  и  $-\pi/2$ .

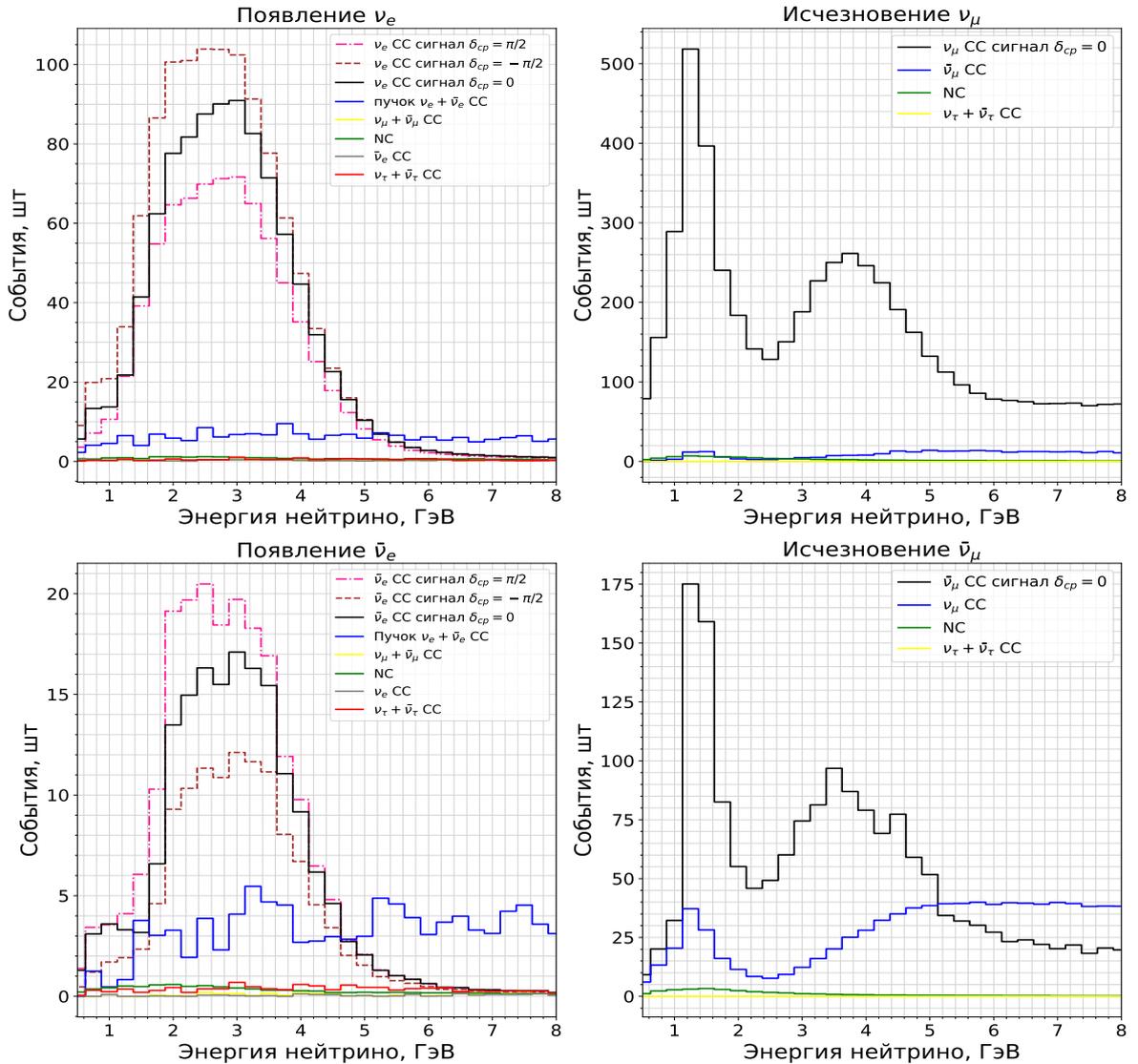


Рис. 13: Гистограммы чисел событий при нормальной иерархии масс нейтрино

## 4.6 Чувствительности в GLOBES

Для того, чтобы определить чувствительность эксперимента DUNE нужно подбирать случайным образом систематические величины, параметры осцилляций и числа событий, учитывая предварительные ограничения. Поскольку возможности GLOBES ограничены, и в нем нельзя провести полный анализ с моделированием наборов данных с учётом статистических флуктуаций, то использовались полученные в разделе 4.2 числа событий и рассматри-

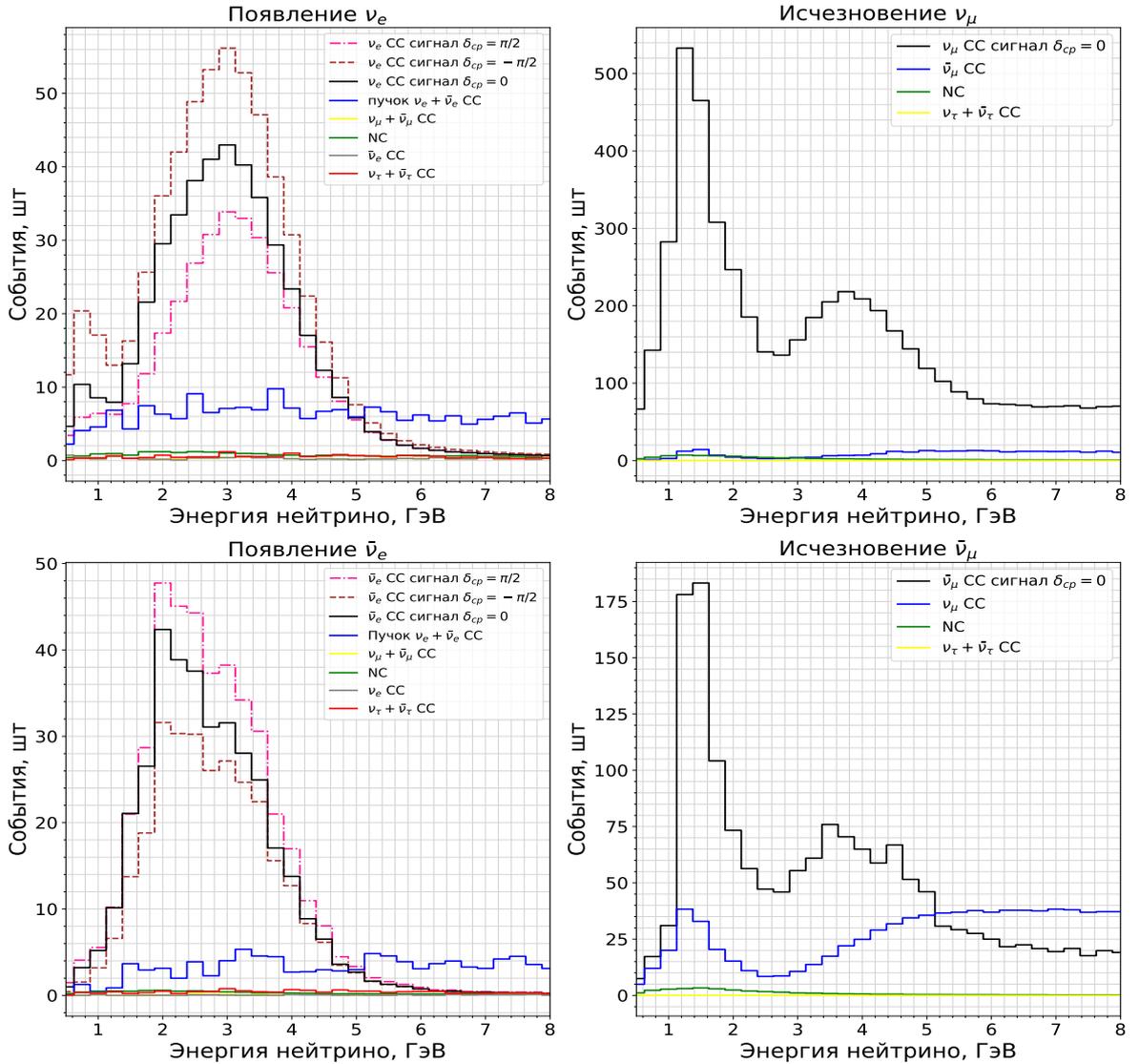


Рис. 14: Гистограммы чисел событий при обратной иерархии масс нейтрино

валились различные истинные значения параметров осцилляций в конкретных диапазонах с их относительными погрешностями из приложения 2 из таблицы 4. Ширина полос на графиках чувствительностей отражает варьирование какого-либо из осцилляционных параметров.

Оценка чувствительности к иерархии масс нейтрино, нарушению фазы CP-симметрии и октанту, в котором находится угол  $\theta_{23}$ , проводилась с использованием метода статистических гипотез. Его суть: есть две возможные гипотезы. Одна из них принимается за истинную (true). Другая – за тестируемую (test). Вычисляются два значения  $\chi^2$  и рассчитывается их разность. Тогда корень из разности есть уровень значимости, показывающий, насколько хорошо отвергается тестируемая гипотеза. Далее строятся зависимости уровня значимости от какой-либо величины.

В таблице 1 приведена характеристика метода статистических гипотез для каждой из трёх исследуемых чувствительностей.

Чувствительность к	Истина	Гипотеза	$\sigma = \sqrt{\Delta\chi^2}$
иерархии масс	NO	IO	$\sqrt{\chi_{IO}^{2(test)} - \chi_{NO}^{2(true)}}$
фазе $\delta_{CP}$	$[-\pi, \pi]$	нет CPV	$\sqrt{\min(\chi_{\delta_{CP}=0}^{2(test)}, \chi_{\delta_{CP}=\pi}^{2(test)}) - \chi_{\delta_{CP}}^{2(true)}}$
октанту $\theta_{23}$	$[0, \pi/4]$	$[\pi/4, \pi/2]$	$\sqrt{\min(\chi_{>\pi/4}^{2(test)}) - \chi_{<\pi/4}^{2(true)}}$
	$[\pi/4, \pi/2]$	$[0, \pi/4]$	$\sqrt{\min(\chi_{<\pi/4}^{2(test)}) - \chi_{>\pi/4}^{2(true)}}$

Таблица 1: Характеристики метода статистических гипотез для трёх случаев

Графики чувствительностей и анализ результатов расположены в разделах 4.6.1, 4.6.2 и 4.6.3. Они построены для 7, 10 и 15 лет экспозиции, поскольку для достижения необходимой точности измерений нужно разное время работы эксперимента. Чем дольше время работы эксперимента DUNE, тем больше  $\sigma = \sqrt{\Delta\chi^2}$ , а, значит, тем сильнее различаются гипотезы.

#### 4.6.1 Чувствительность к иерархии масс нейтрино

Зависимость  $\sqrt{\Delta\chi^2}$  от  $\delta_{CP}/\pi$  для нормальной и обратной иерархии при разных значениях  $\theta_{23}$  показана на рис. 15.

На рис. 16 представлена аналогичная зависимость, но варьируются  $\theta_{13}$  и  $\Delta m_{31}$ .

Через 10 лет экспозиции на уровне значимости от  $10$  до  $15\sigma$  в зависимости от истинного значения фазы  $\delta_{CP}$  можно экспериментально определить иерархию масс нейтрино. Важно отметить, что пучок должен проходить именно сквозь вещество и должно выполняться определенное отношение значений энергий к длине базы осцилляций для того, чтобы можно было проводить анализ чувствительности к иерархии масс. При несоблюдении этих требований нормальная и обратная иерархии вырождаются.

#### 4.6.2 Чувствительность к нарушению CP-симметрии

Зависимость  $\sigma = \sqrt{\Delta\chi^2}$  от  $\delta_{CP}/\pi$  для чувствительности к нарушению CP-симметрии изображена на рис. 17 и 18. Горизонтальные штриховые линии

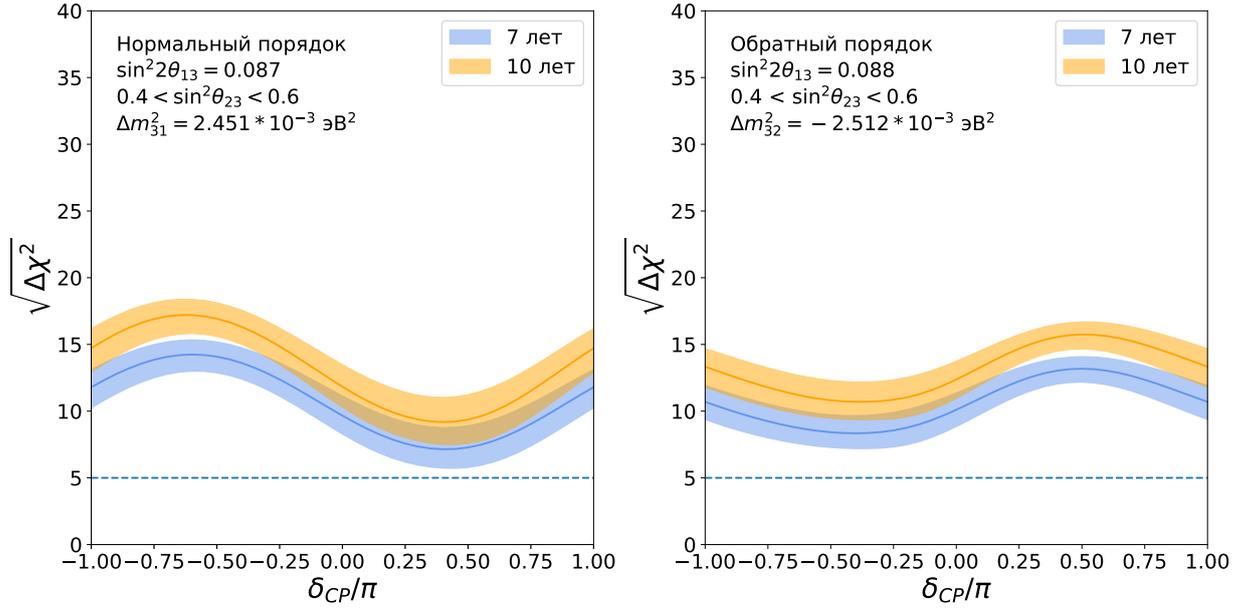


Рис. 15: Зависимость  $\sqrt{\Delta\chi^2}$  от  $\delta_{CP}/\pi$  для нормальной (слева) и обратной иерархии масс нейтрино (справа). Варьируется угол  $\theta_{23}$ .

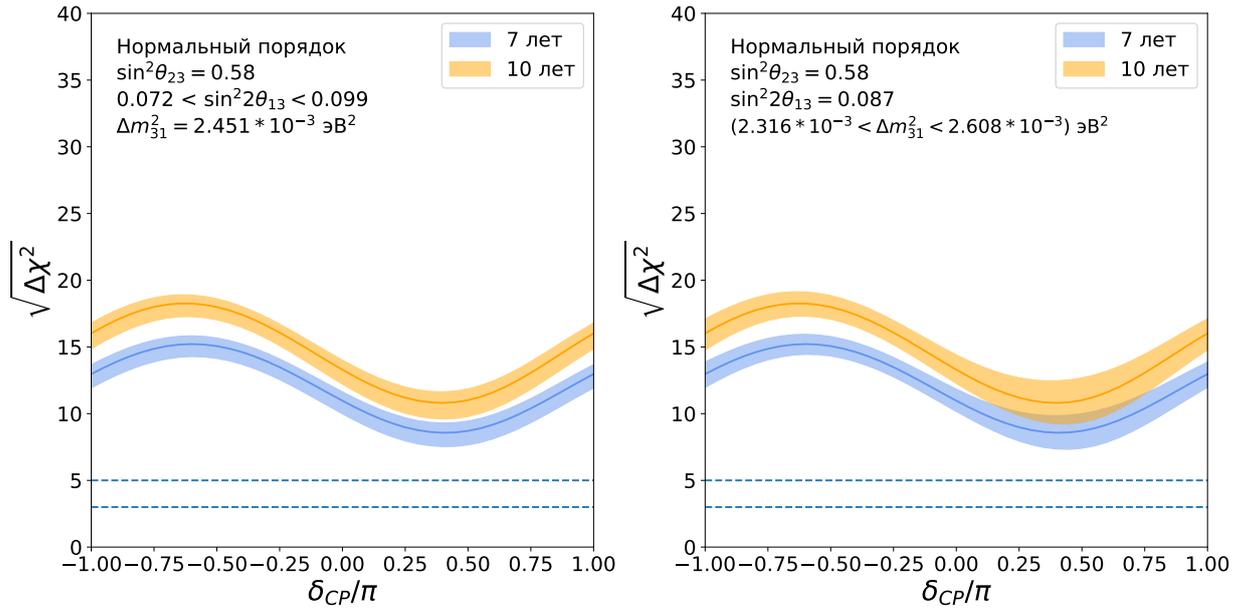


Рис. 16: Зависимость  $\sqrt{\Delta\chi^2}$  от  $\delta_{CP}/\pi$  для различных значений  $\theta_{13}$  (слева) и  $\Delta m_{31}^2$  (справа).

отображают уровни значимости  $3$  и  $5\sigma$ .

В точках  $\delta_{CP} = -\pi, 0, \pi$  кривые имеют минимумы, поскольку при этих значениях  $\delta_{CP}$  гипотеза совпадает с истиной.

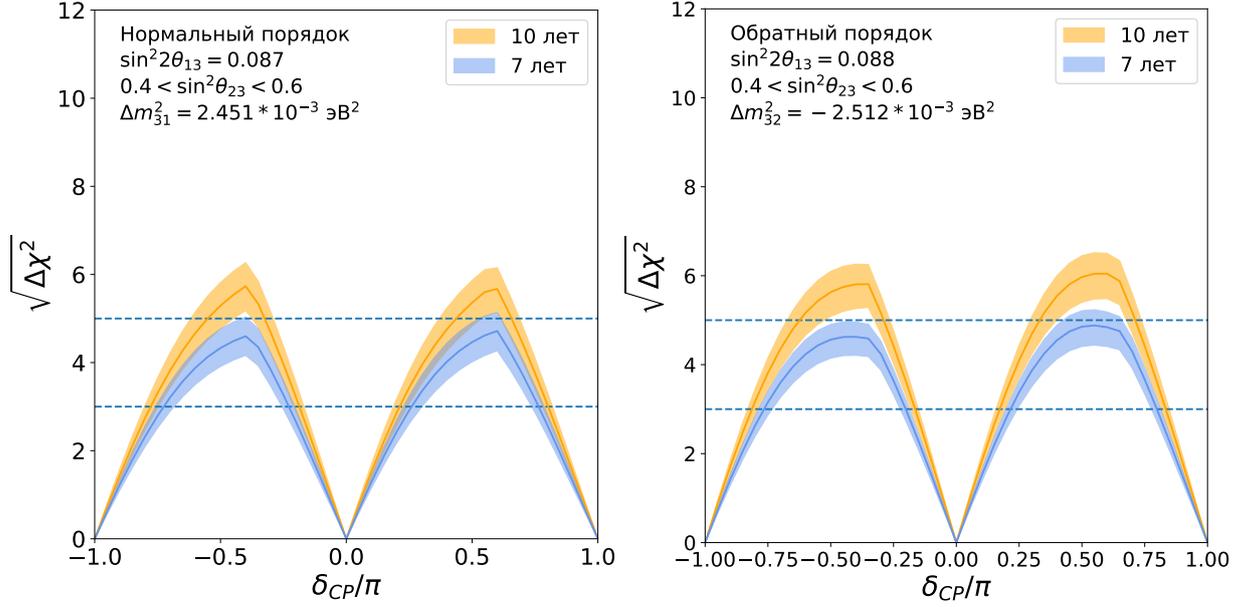


Рис. 17: Зависимость  $\sqrt{\Delta\chi^2}$  от  $\delta_{CP}/\pi$  для нормальной (слева) и обратной иерархии масс нейтрино (справа). Варьируется угол  $\theta_{23}$ .

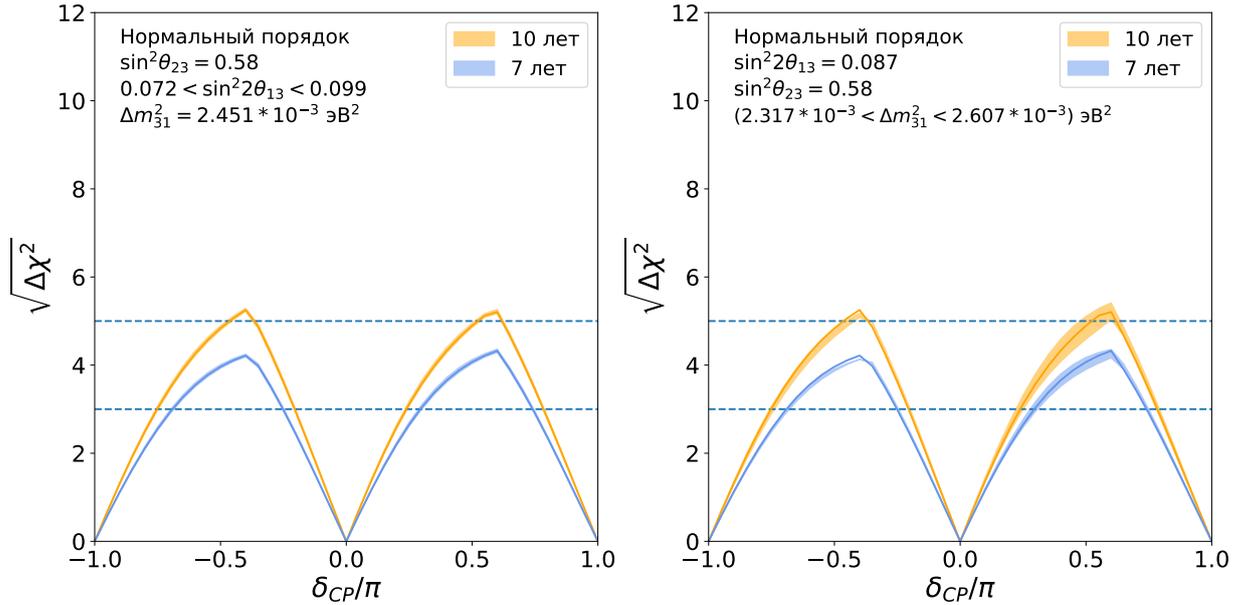


Рис. 18: Зависимость  $\sigma = \sqrt{\Delta\chi^2}$  от  $\delta_{CP}/\pi$  для различных значений  $\theta_{13}$  (слева) и  $\Delta m_{31}$  (справа).

#### 4.6.3 Чувствительность к октанту $\theta_{23}$

Зависимость  $\sigma = \sqrt{\Delta\chi^2}$  от  $\sin^2 \theta_{23}$  для чувствительности к октанту  $\theta_{23}$  представлена на рис. 19. Она имеет единственный минимум в точке со значением угла  $\theta_{23} = \pi/4$ .

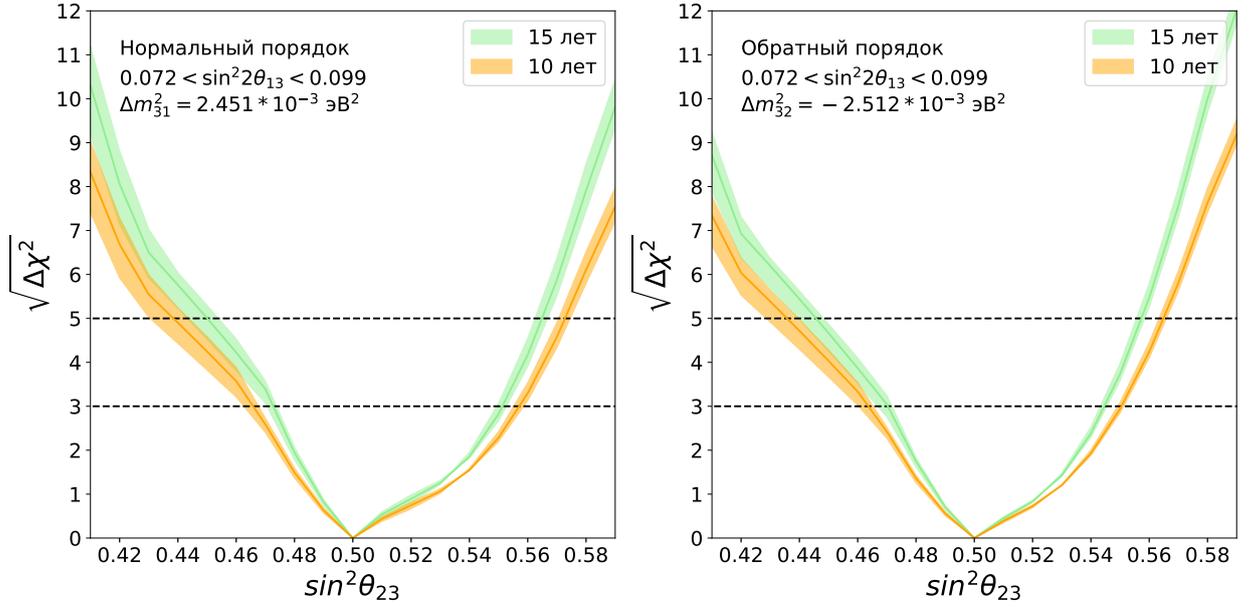


Рис. 19: Зависимость  $\sigma = \sqrt{\Delta\chi^2}$  от  $\sin^2 \theta_{23}$  для различных значений  $\theta_{13}$  для нормальной (слева) и обратной иерархии масс нейтрино (справа). Варьируется угол  $\theta_{13}$ .

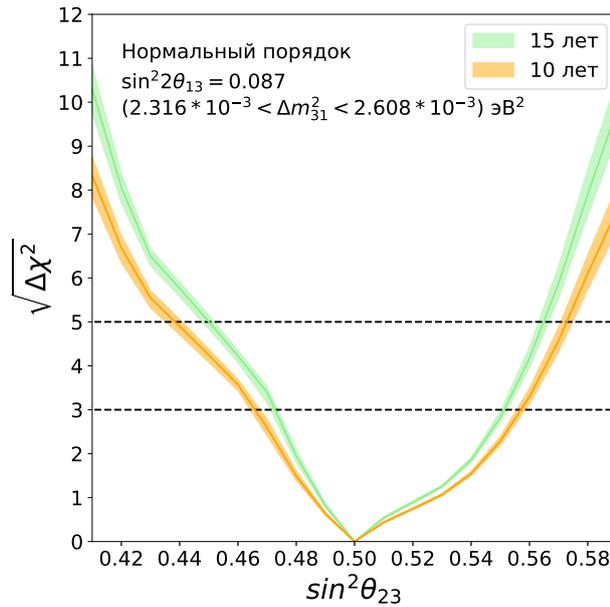


Рис. 20: Зависимость  $\sigma = \sqrt{\Delta\chi^2}$  от  $\sin^2 \theta_{23}$  для различных значений  $\Delta m_{31}$ .

## ГЛАВА 5. Моделирование в GNA

Программное обеспечение GNA (Global Neutrino Analysis) – это структура, созданная для проведения полного нейтринного анализа в экспериментах разного типа: реакторных, ускорительных и др. [17].

GNA состоит из независимых вычислительных блоков, реализованных

с помощью языка программирования C++, которые содержат все возможные операции, нужные для построения модели эксперимента. Вычисления осуществляется особыми функциями – преобразованиями (*transformations*). Связи между входами и выходами преобразований и код пользователя описывается на языке программирования Python3. Управление моделью, задание параметров, инициализация экспериментальных данных и моделей, минимизация и фитирование, построение графиков и другие операции происходят через набор инструментов, доступных из командной строки. Таким образом, в моделировании эксперимента в GNA создается вычислительный граф, являющийся основой модели. Изменяются отдельные части графа или входные данные и проводится сравнение и анализ полученных экземпляров. Также в GNA доступны функции и методы структуры анализа данных ROOT [13].

## 5.1 Структура модели эксперимента DUNE в GNA

Созданная в данной работе модель GNA разделяется на три части:

- часть первая включает входные данные, описанные в главе 3, для каждого канала, а также величины, не зависящие от осцилляционных параметров, такие, как время работы эксперимента в каждой моде, масса детектора, число протонов на мишень, расстояние между детекторами и нормировочный коэффициент, пересчитанные в единый коэффициент (файл *accelerator.py*);
- часть вторая использует полученные данные из первого файла и имеет функции вероятностей осцилляций для нейтрино и антинейтрино, преобразования (*transformations*), а также в ней заданы и могут быть изменены осцилляционные параметры, и на выходе она предоставляет вектор чисел событий, состоящий из всех каналов (файл *dune.py*);
- часть третья содержит скрипты, написанные на Bash, в которых заданы команды для минимизации статистики  $\chi^2$  и для построения графиков чувствительности модели к измерению осцилляционных параметров (bash скрипт *sens\_mass.sh*, *sens\_delta.sh*, *sens\_theta.sh*)

Фрагмент графа, отражающий вычислительную цепочку преобразований для получения чисел событий с сигнальным каналом появления электронного

нейтрино  $\nu_e$  и фоновых событий для этого правила, представлен на рис. 21.

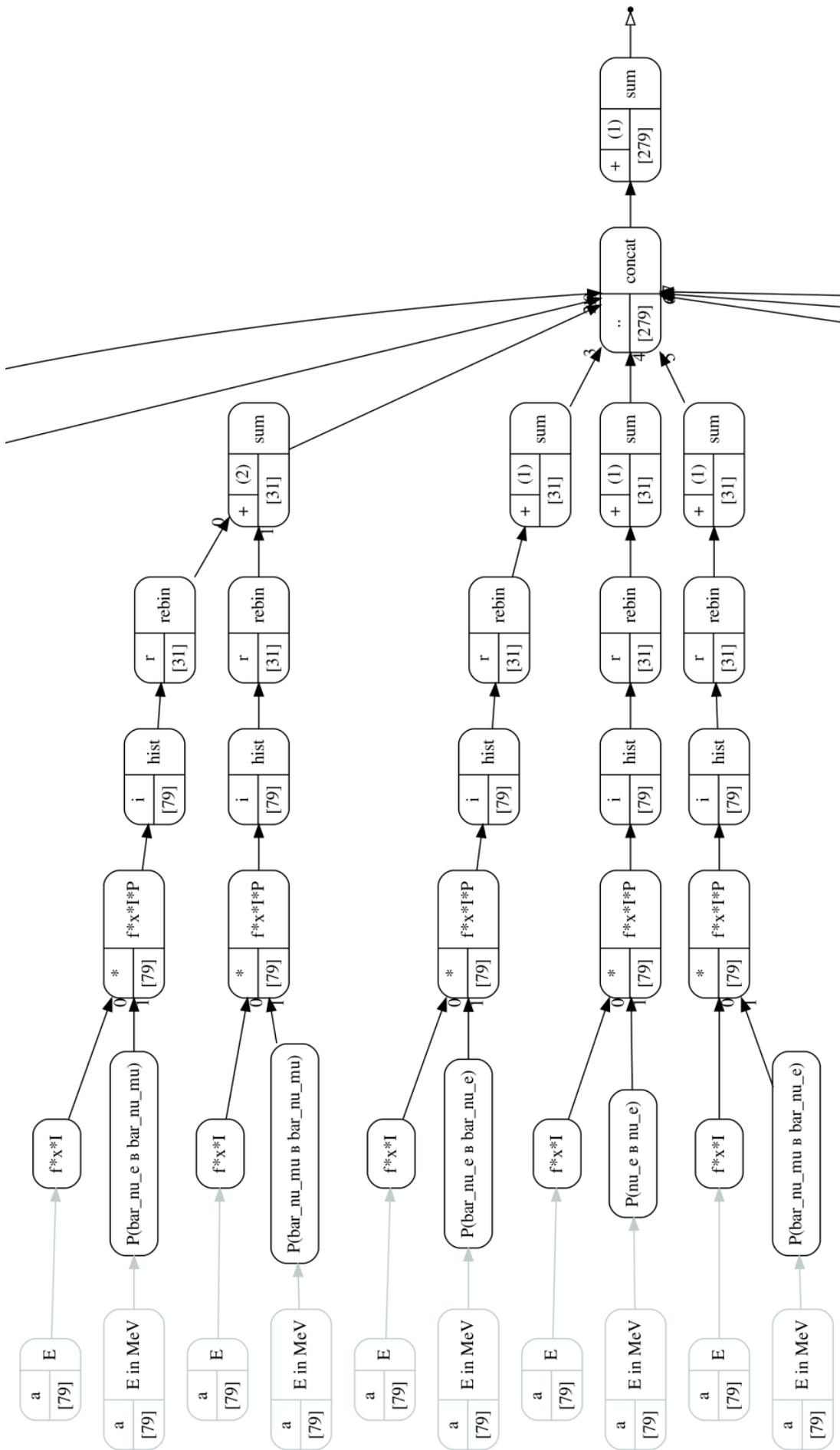


Рис. 21: Фрагмент графа для появления  $\nu_e$  с фоновыми каналами

## 5.2 Числа событий в GNA

Числа событий в модели GNA в каждом энергетическом бине, рассчитываются по формуле, аналогичной формуле (12):

$$n = K \cdot x \cdot f \cdot I \cdot P(\alpha \rightarrow \beta) \cdot E, \quad (\alpha, \beta = e, \mu, \tau),$$

где  $K$  – общий коэффициент,  $x$  – сечение взаимодействия нейтрино с веществом, деленное на энергию,  $E$  – истинная энергия нейтрино,  $f$  – поток нейтрино,  $I$  – эффективность регистрации,  $P(\alpha \rightarrow \beta)$  – вероятность осцилляций нейтрино.

Для каждого канала общее число событий получается интегрированием чисел событий по всем энергетическим бинам:

$$N = K \int x(E) \cdot f(E) \cdot I(E) \cdot P(\alpha \rightarrow \beta)(E) \cdot dE, \quad (\alpha, \beta = e, \mu, \tau),$$

Графики для чисел событий из моделирования в GNA для нормальной и обратной иерархии масс нейтрино и антинейтрино представлены на рис. 22 и рис. 23.

В таблице 2 представлены числа событий для всех каналов, полученные в GLOBES и GNA, а также для сравнения приведены числа событий из технического описания дизайна эксперимента коллаборацией DUNE (TDR) [11]. Различия чисел событий в каналах в GLOBES и GNA обусловлены учётом матриц размытия (раздел 3.3) и систематических ошибок (раздел 4.4) при моделировании в GLOBES. Они более подробно будут изучены в будущем.

## 5.3 Чувствительности в GNA

Чувствительности в GNA рассчитывались по схеме, описанной в разделе 4.6. Значение  $\chi^2$  получается по формуле:

$$\chi^2 = (x - \mu)^T V^{-1} (x - \mu),$$

где  $x$  – набор данных тестируемой гипотезы, а  $\mu$  – набор данных истинной гипотезы. В GNA в отличие от GLOBES статистика  $\chi^2$  основана на обращении симметричной положительно-определённой матрицы, состоящей из величин

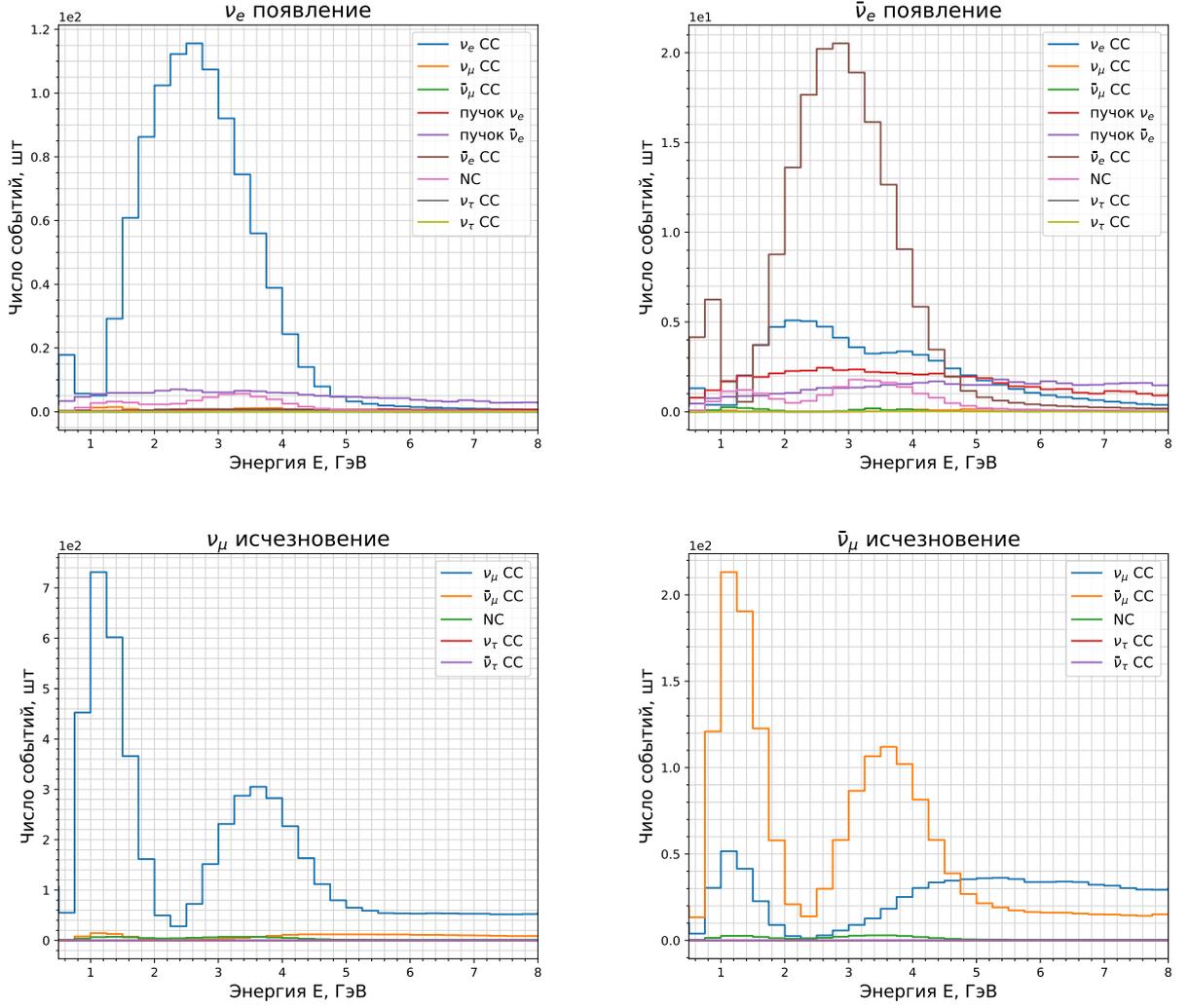


Рис. 22: Гистограммы чисел событий для четырёх правил при нормальной иерархии масс нейтрино. Фаза  $\delta_{CP} = 0$ .

статистических ошибок, представленной в виде разложения ([16], [20]):

$$V = LL^T,$$

где  $L$  – нижнетреугольная матрица.

При наличии малых чисел событий в энергетических бинах можно использовать статистику Пуассона, которая сравнивает вероятности:

$$L(x|\mu) = \prod_{i=1}^N \frac{\mu_i^{x_i} e^{-\mu_i}}{x_i!},$$

где  $x$  – набор данных тестируемой гипотезы, а  $\mu$  – набор данных истинной гипотезы,  $N$  – размер данных.

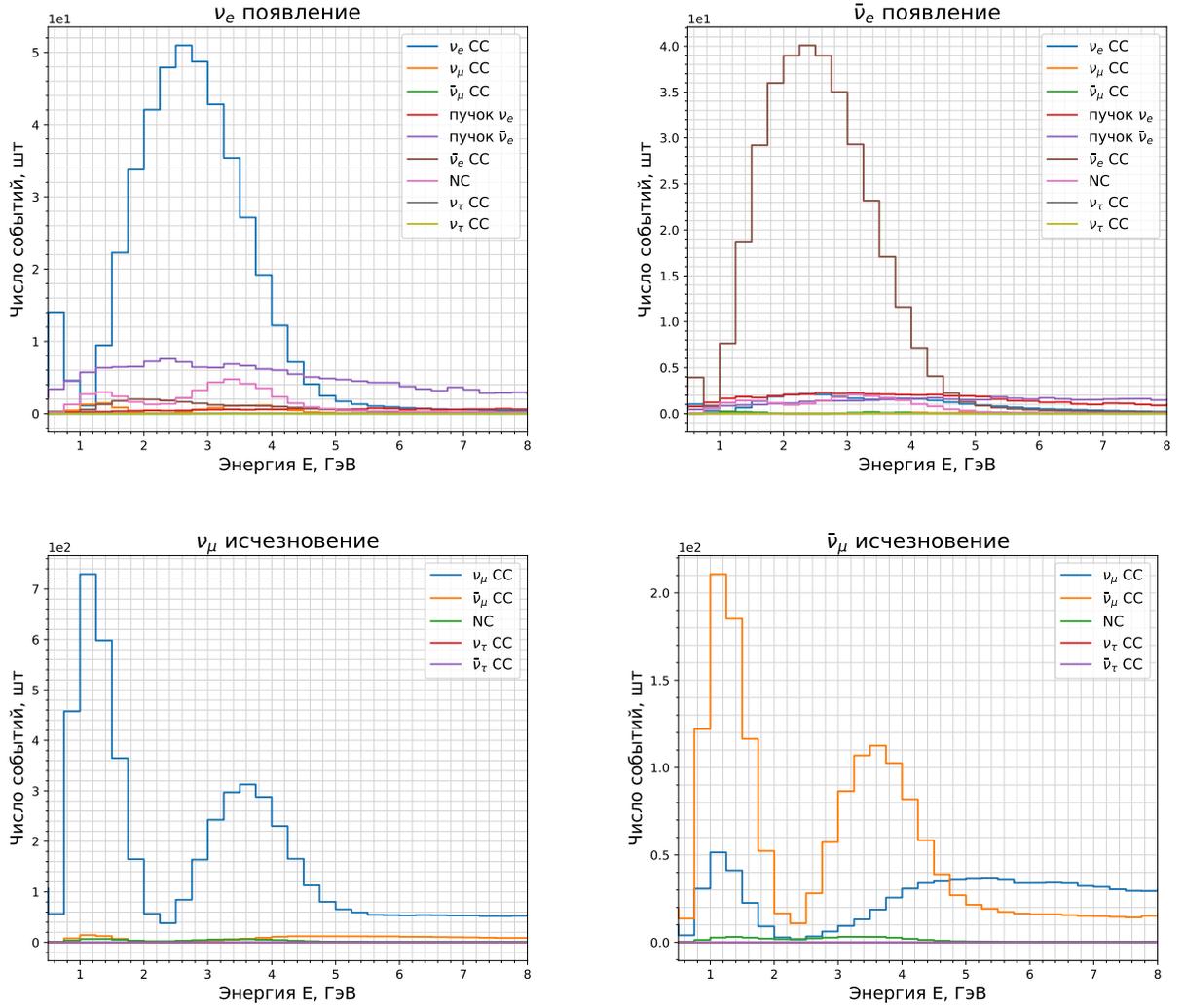


Рис. 23: Гистограммы чисел событий для четырёх правил при обратной иерархии масс нейтрино. Фаза  $\delta_{CP} = 0$ .

На рис. 24 представлена чувствительность к иерархии масс нейтрино после 7 и 10 лет работы эксперимента, полученная в GNA при варьировании угла  $\theta_{23}$ . На рис. 25 слева показана чувствительность к определению фазы  $\delta_{CP}$  в зависимости от истинного значения фазы  $\delta_{CP}$ . Ширина полосы отражает изменения угла  $\theta_{23}$ . На рис. 25 справа изображена чувствительность к октанту  $\theta_{23}$  при нормальной иерархии масс нейтрино фазе  $\delta_{CP} = 0$  и различных значениях  $\theta_{13}$ .

Канал	GLOBES	GNA	TDR
Появление нейтрино электронного $\nu_e$			
$\nu_e$ сигнал	981.03	990.96	1092
Фон	389.81	369.06	335
$\bar{\nu}_e$ CC	16.15	14.90	18
$\nu_e$ пучок	268.47	224.09	190
$\bar{\nu}_e$ пучок	43.10	36.17	
NC	28.57	66.69	81
$\nu_\mu$ CC	14.26	23.13	14
$\bar{\nu}_\mu$ CC	0.60	2.42	
$\nu_\tau$ CC	16.30	1.55	32
$\bar{\nu}_\tau$ CC	2.36	0.11	
Появление антинейтрино электронного $\bar{\nu}_e$			
$\bar{\nu}_e$ сигнал	175.18	174.89	224
Фон	308.43	273.53	256
$\nu_e$ CC	78.46	72.20	76
$\nu_e$ пучок	116.50	92.70	117
$\bar{\nu}_e$ пучок	82.86	76.89	
NC	10.54	21.94	38
$\nu_\mu$ CC	4.59	6.15	5
$\bar{\nu}_\mu$ CC	1.57	2.93	
$\nu_\tau$ CC	9.94	0.43	20
$\bar{\nu}_\tau$ CC	3.97	0.29	
Исчезновение нейтрино мюонного $\nu_\mu$			
$\nu_\mu$ сигнал	7509.57	7084.37	6200
Фон	714.69	643.63	635
$\bar{\nu}_\mu$ CC	594.48	499.80	389
NC	92.90	141.24	200
$\nu_\tau$ CC	24.08	2.44	46
$\bar{\nu}_\tau$ CC	3.23	0.15	
Исчезновение антинейтрино мюонного $\bar{\nu}_\mu$			
$\bar{\nu}_\mu$ сигнал	2220.39	2140.62	2303
Фон	2202.49	1777.06	1257
$\nu_\mu$ CC	2145.56	1727.76	1129
NC	36.51	48.11	101
$\nu_\tau$ CC	14.98	0.80	27
$\bar{\nu}_\tau$ CC	5.44	0.39	

Таблица 2: Числа событий в сигнальных и фоновых каналах для GLOBES, GNA и TDR

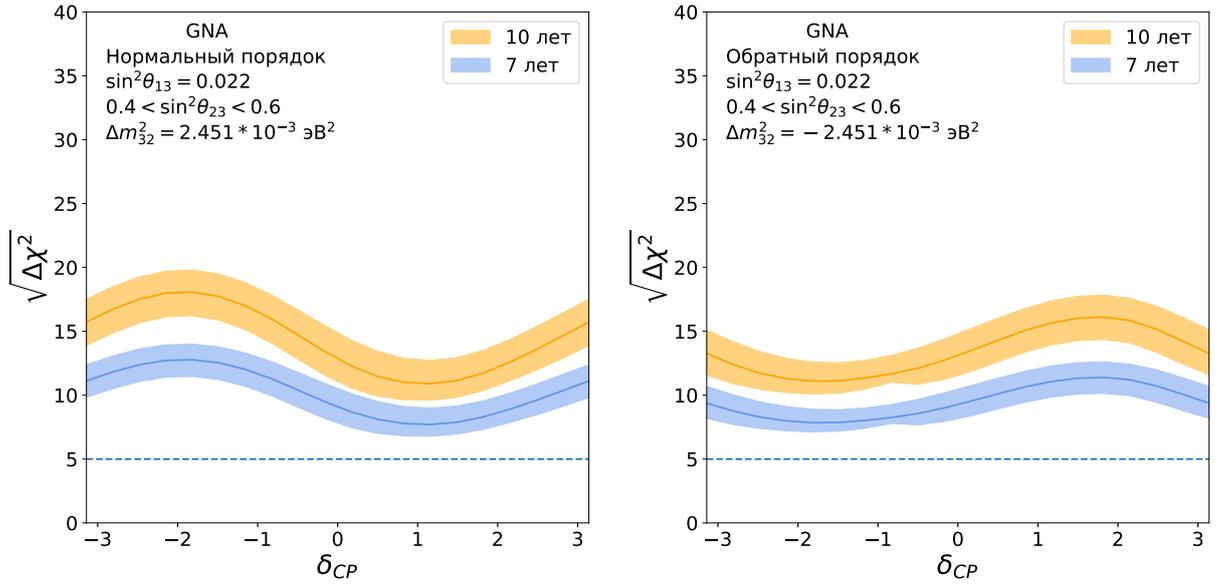


Рис. 24: Зависимость  $\sqrt{\Delta\chi^2}$  от  $\delta_{CP}$  для различных значений  $\theta_{23}$  при истинной иерархии – нормальной (слева), обратной (справа).

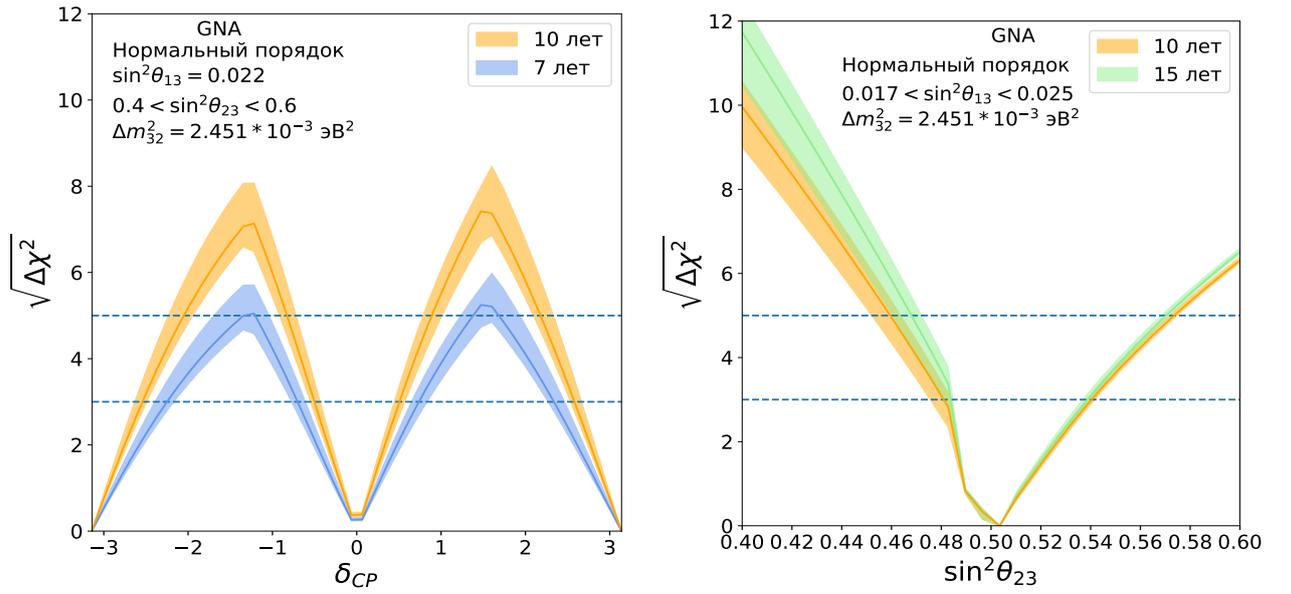


Рис. 25: Зависимость  $\sigma = \sqrt{\Delta\chi^2}$  от  $\delta_{CP}$  для различных значений  $\theta_{23}$  (слева). Зависимость  $\sigma = \sqrt{\Delta\chi^2}$  от  $\sin^2 \theta_{23}$  для различных значений  $\theta_{13}$  (справа).

## ВЫВОДЫ

При расчёте чувствительности ускорительного эксперимента DUNE к измерению осцилляционных параметров было получено, что через 7 – 10 лет работы эксперимента с равным временем набора данных в моде нейтрино и антинейтрино на уровне значимости сильно большем, чем  $5\sigma$ , будет определен знак расщепления масс  $\Delta m_{31}^2$ . Далее, по измеренной иерархии масс нейтрино и известной совокупности осцилляционных параметров DUNE сможет подтвердить или опровергнуть нарушение CP-симметрии в процессах с участием нейтрино и антинейтрино, т. е. определить фазу  $\delta_{CP}$  при известном эффекте вещества  $a$ . При дальнейшей работе эксперимента, как видно из полученных результатов в разделах 4.6.3 и 5.3, будет измерен октант, в котором находится один из углов смешивания  $\theta_{23}$ .

Полученный расчёт чувствительностей вместе с анализом реальных экспериментальных данных, определяют наиболее вероятные значения совокупности осцилляционных параметров, описывающих явление осцилляций нейтрино в парадигме трёхфлейворных состояний нейтрино расширенной Стандартной модели.

Моделирование эксперимента в двух программных средах позволило сравнить полученные результаты (таблица 2; рис. 15, рис. 17, рис. 19 и рис. 24, рис. 25) и показать, что программное обеспечение GNA позволяет проводить расчёт чувствительности к измерению осцилляционных параметров в ускорительных экспериментах с длинной базой. Для достижения цели данной работы была использована только часть из большего спектра возможностей, которые реализованы в GNA.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, в ходе данной работы были выполнены следующие задачи:

- рассмотрен принцип работы эксперимента DUNE, в том числе ближний и дальний детекторные комплексы;
- проведено описание явления осцилляций нейтрино в вакууме и веществе;
- смоделирован эксперимент DUNE в двух программных средах GLOBES и GNA;
- построены числа событий и выполнено их сравнение для появления  $\nu_e$  и  $\bar{\nu}_e$  и исчезновения  $\nu_\mu$  и  $\bar{\nu}_\mu$  с учётом фоновых каналов в двух модах для двух иерархий масс нейтрино;
- рассчитаны чувствительности модели DUNE к определению иерархии масс нейтрино, к измерению фазы  $\delta_{CP}$  и к определению октанта, в котором находится угол  $\theta_{23}$ , после 7, 10 и 15 лет работы эксперимента;
- сделаны выводы о чувствительности DUNE к измерению осцилляционных параметров нейтрино и о его возможностях в разрешении вопросов в физике осцилляций нейтрино в рамках расширенной Стандартной модели;
- показано, что программное обеспечение GNA позволяет с высокой точностью проводить моделирование эксперимента и обладает широкими возможностями в анализе осцилляций нейтрино.

Данная работа может быть полезна при планировании физической программы эксперимента DUNE, который будет заниматься исследованием осцилляций нейтрино. Нейтрино имеют важное значение в физике элементарных частиц и на сегодняшний день открытыми остаются также вопросы о его свойствах, на которые нельзя ответить через изучение процесса осцилляций. Это – природа нейтрино (дираковские или майорановские частицы), значения их масс. За пределами Стандартной модели это – предположения о существовании новых нейтриноподобных состояний, которые могут быть

компонентами тёмной материи ([21], [22]), неизвестные типы взаимодействий, в которых могут участвовать нейтрино [23] и многое другое.

## СПИСОК ИСПОЛЬЗУЕМЫХ ИСТОЧНИКОВ

- [1] C. L. Cowan Jr., F. Reines, F. B. Harrison, H. W. Kruse and A. D. McGuire, «Detection of the Free Neutrino: A Confirmation», *Science, New Series*, Vol. 124, No. 3212 (Jul. 20, 1956), pp. 103-104, [http://personal.psu.edu/rq9/HOW/Neutrino\\_discovery\\_1.pdf](http://personal.psu.edu/rq9/HOW/Neutrino_discovery_1.pdf)
- [2] The Review of Particle Physics (2020), P.A. Zyla et al. (Particle Data Group), *Prog. Theor. Exp. Phys.* 2020, 083C01 (2020), <https://pdg.lbl.gov/>
- [3] M. A. Acero *et al.* [NOvA], “First Measurement of Neutrino Oscillation Parameters using Neutrinos and Antineutrinos by NOvA”, *Phys. Rev. Lett.* **123** (2019) no.15, 151803 doi:10.1103/PhysRevLett.123.151803, [arXiv:1906.04907 [hep-ex]].
- [4] K. Abe *et al.* [T2K], “Improved constraints on neutrino mixing from the T2K experiment with  $3.13 \times 10^{21}$  protons on target”, [arXiv:2101.03779 [hep-ex]]
- [5] A. Aurisano, A. Radovic, D. Rocco, A. Himmel, M. D. Messier, E. Niner, G. Pawloski, F. Psihas, A. Sousa and P. Vahle, “A Convolutional Neural Network Neutrino Event Classifier”, *JINST* **11** (2016) no.09, P09001 doi:10.1088/1748-0221/11/09/P09001, [arXiv:1604.01444 [hep-ex]].
- [6] D. Bourilkov, “Machine and Deep Learning Applications in Particle Physics”, *Int. J. Mod. Phys. A* **34** (2020) no.35, 1930019 doi:10.1142/S0217751X19300199 [arXiv:1912.08245 [physics.data-an]].
- [7] R. Acciarri *et al.* [DUNE], “Long-Baseline Neutrino Facility (LBNF) and Deep Underground Neutrino Experiment (DUNE): Conceptual Design Report, Volume 1: The LBNF and DUNE Projects”, [arXiv:1601.05471 [physics.ins-det]].
- [8] M. Auger, Y. Chen, A. Ereditato, D. Goeldi, I. Kreslo, D. Lorca, M. Luethi, T. Mettler, J. R. Sinclair and M. S. Weber, “ArCLight—A Compact Dielectric Large-Area Photon Detector,” *Instruments* **2** (2018) no.1, 3 doi:10.3390/instruments2010003 [arXiv:1711.11409 [physics.ins-det]].

- [9] С. М. Биленький, "Массы, смешивание и осцилляции нейтрино", [http :  
//www.mathnet.ru/links/8f84288030c75666994384e4748ed165/ufn2194.  
pdf](http://www.mathnet.ru/links/8f84288030c75666994384e4748ed165/ufn2194.pdf)
- [10] Bilenky, S.: Introduction to the Physics of Massive and Mixed Neutrinos, Lect. Notes Phys. 817 (Springer, Berlin Heidelberg 2010), DOI 10.1007/978-3-642-14043-3
- [11] B. Abi *et al.* [DUNE], "Deep Underground Neutrino Experiment (DUNE), Far Detector Technical Design Report, Volume II DUNE Physics" , [arXiv:2002.03005 [hep-ph]].
- [12] C. Andreopoulos, C. Barry, S. Dytman, H. Gallagher, T. Golan, R. Hatcher, G. Perdue and J. Yarba, "The GENIE Neutrino Monte Carlo Generator: Physics and User Manual", arXiv:1510.05494.
- [13] ROOT, Data Analysis Framework, <https://root.cern/>
- [14] DUNE Fluxes, <https://home.fnal.gov/~ljf26/DUNEFluxes/>
- [15] GLOBES, General Long Baseline Experiment Simulator, <https://www.mpi-hd.mpg.de/personalhomes/globes/>
- [16] G. L. Fogli, E. Lisi, A. Marrone, D. Montanino, and A. Palazzo, "Getting the most from the statistical analysis of solar neutrino oscillations", <http://nuclphys.sinp.msu.ru/news/kamland/prd53010.pdf>
- [17] GNA, Global neutrino analysis, <http://gna.pages.jinr.ru/gna/>
- [18] R. Acciarri *et al.* [DUNE], "Long-Baseline Neutrino Facility (LBNF) and Deep Underground Neutrino Experiment (DUNE) : Conceptual Design Report, Volume 2: The Physics Program for DUNE at LBNF", [arXiv:1512.06148 [hep-ph]].
- [19] B. Abi *et al.* [DUNE], "Long-baseline neutrino oscillation physics potential of the DUNE experiment," Eur. Phys. J. C **80** (2020) no.10, 978 doi:10.1140/epjc/s10052-020-08456-z [arXiv:2006.16043 [hep-ex]].
- [20] Cholesky decomposition, [https://en.wikipedia.org/wiki/Cholesky\\_decomposition](https://en.wikipedia.org/wiki/Cholesky_decomposition)

- [21] M. Lucente, "Freeze-In Dark Matter within the Seesaw mechanism", [arXiv:2103.03253 [hep-ph]].
- [22] D. E. Lopez-Fogliani, A. D. Perez and R. R. de Austri, "Dark matter candidates in the NMSSM with RH neutrino superfields", [arXiv:2102.08986 [hep-ph]].
- [23] A. Biswas, D. Borah and D. Nanda, "Light Dirac neutrino portal dark matter with observable  $\Delta N_{\text{eff}}$ ", [arXiv:2103.05648 [hep-ph]].

## ПРИЛОЖЕНИЯ

### Приложение 1. Условные обозначения

УШ – уравнение Шрёдингера;

ArgonCube (LArTPC ближнего детектора), MPD (multi-purpose detector), HpgTPC (high-pressure gaseous argon TP), ECAL (electromagnetic calorimeter), SAND (System for on-Axis Neutrino Detector), SiPM (silicon photomultiplier), ArCLight – составные части ближнего детекторного комплекса;

СС (charged current) – заряженные токи;

СР-инвариантность (charge-parity) – одновременная симметрия зарядового сопряжения и пространственной чётности;

СРТ-инвариантность (charge-parity-time) – одновременная симметрия зарядового сопряжения, пространственной чётности и времени;

СРV (charge-parity violation) – нарушение симметрии комбинированной чётности;

CVN (Convolutional Visual Network), CNN (Convolutional Neural Network) – свёрточные нейронные сети, используемые для классификации нейтринных взаимодействий;

ФНС (forward horn current) – режим работы с пучком нейтрино;

GLOBES (General Long Baseline Experiment Simulator) – симулятор экспериментов с длинной базой осцилляций;

Ю (inverted ordering) – обратная иерархия (обратный порядок) масс нейтрино;

LArTPC (liquid argon time-projection chamber) – время-проекционная камера, заполненная жидким аргоном  $^{40}\text{Ar}$ ;

НС (neutral current) – нейтральные токи;

НО (normal ordering) – нормальная иерархия (прямой порядок) масс нейтрино;

NO $\nu$ A (NuMI Off-Axis  $\nu_e$  Appearance), T2K ("Tokai to Kamioka"), DUNE (Deep Underground Neutrino Experiment) – ускорительные эксперименты, изучающие осцилляции нейтрино;

РОТ (protons on target) – число протонов на мишень;

РНС (reverse horn current) – режим работы с пучком антинейтрино;

TDR (Technical Design Report) – описание технического дизайна эксперимента.

## Приложение 2. Таблицы данных

Для удобства в этом приложении собраны необходимые для работы данные.

В таблице 3 указаны числовые значения физических величин, используемых в работе.

Эффект вещества	$a, \text{км}^{-1}$	$2.71 \cdot 10^{-4}$
Константа Ферми	$G_F, \text{эВ}^{-2}$	$1.67 \cdot 10^{-23}$
Плотность электронов	$N_e, \text{м}^{-3}$	$8.98 \cdot 10^{29}$
Энергия нейтрино	$E, \text{ГэВ}$	0.5 - 8
База осцилляций	$L, \text{км}$	1284.9
Плотность Земли	$\rho, \text{г/см}^2$	2.848
Рабочая масса	$m, \text{кт}$	40

Таблица 3: Числовые значения величин

Центральные значения и относительные погрешности осцилляционных параметров из глобального фитирования NuFIT 4.0 представлены в таблице 4.

Параметр	Центральное значение	Относительная погрешность, %
$\theta_{12}$	0.5903	2.3
$\theta_{23}$ (NO)	0.866	4.1
$\theta_{23}$ (IO)	0.869	4.0
$\theta_{13}$ (NO)	0.150	1.5
$\theta_{13}$ (IO)	0.151	1.5
$\Delta m_{21}^2$	$7.39 \cdot 10^{-5} \text{эВ}^2$	2.8
$\Delta m_{31}^2$ (NO)	$2.451 \cdot 10^{-3} \text{эВ}^2$	1.3
$\Delta m_{31}^2$ (IO)	$-2.512 \cdot 10^{-3} \text{эВ}^2$	1.3

Таблица 4: Данные глобального фитирования NuFIT 4.0. NO – нормальная иерархия нейтрино. IO – обратная иерархия нейтрино.

Мощность пучка частиц в эксперименте DUNE и, следовательно, число протонов на мишень (POT), а также рабочая масса дальнего детектора и число его модулей с учетом запланированного изменения в зависимости от

времени эксплуатации эксперимента описано в таблице 5. Для мощности пучка протонов в 1.2 МВт с импульсом 120 ГэВ/с  $POT = 1.1 \cdot 10^{21}$  в год.

	Число модулей, шт	Рабочая масса, кт	Мощность, МВт
Старт	2	20	1.2
1 год	3	30	1.2
3 года	4	40	1.2
6 лет	4	40	2.4

Таблица 5: Изменение параметров эксперимента DUNE в зависимости от времени работы. Время набора данных в режиме работы с пучком нейтрино и антинейтрино считается равным.

### Приложение 3. Расчёт числа протонов на мишень для GLoBES

В соответствии с таблицей 5 из приложения 2 мощность пучка протонов меняется в зависимости от количества лет работы эксперимента DUNE. GLoBES не позволяет моделировать такое поэтапное развитие эксперимента, поэтому значение POT в GLoBES рассчитано как эффективное значение при аппроксимации зависимости произведения мощности, массы и времени работы от времени работы DUNE (рис. 26) для 7, 10 и 15 лет экспозиции с одинаковым временем работы в FHC и RHC режимах. Взятие площади под растущей кривой и приравнивание её к площади прямоугольного треугольника привело к средним величинам:

- 264 МВт · год · кт для 7 лет,
- 472.8 МВт · год · кт для 10 лет,
- 891.2 МВт · год · кт для 15 лет,

которые отражают равномерное изменение мощности пучка, времени экспозиции и массы дальнего детектора. Далее, с учетом данных из приложения 2 о соотношении мощности пучка и числа протонов на мишень, определены средние значения POT в год, равные:

- $0.8643 \cdot 10^{21}$  POT/год для 7 лет,
- $1.0835 \cdot 10^{21}$  POT/год для 10 лет,

- $1.3615 \cdot 10^{21}$  POT/год для 15 лет,

которые использованы для расчета чисел событий в каждом энергетическом бине (см. 4.2).

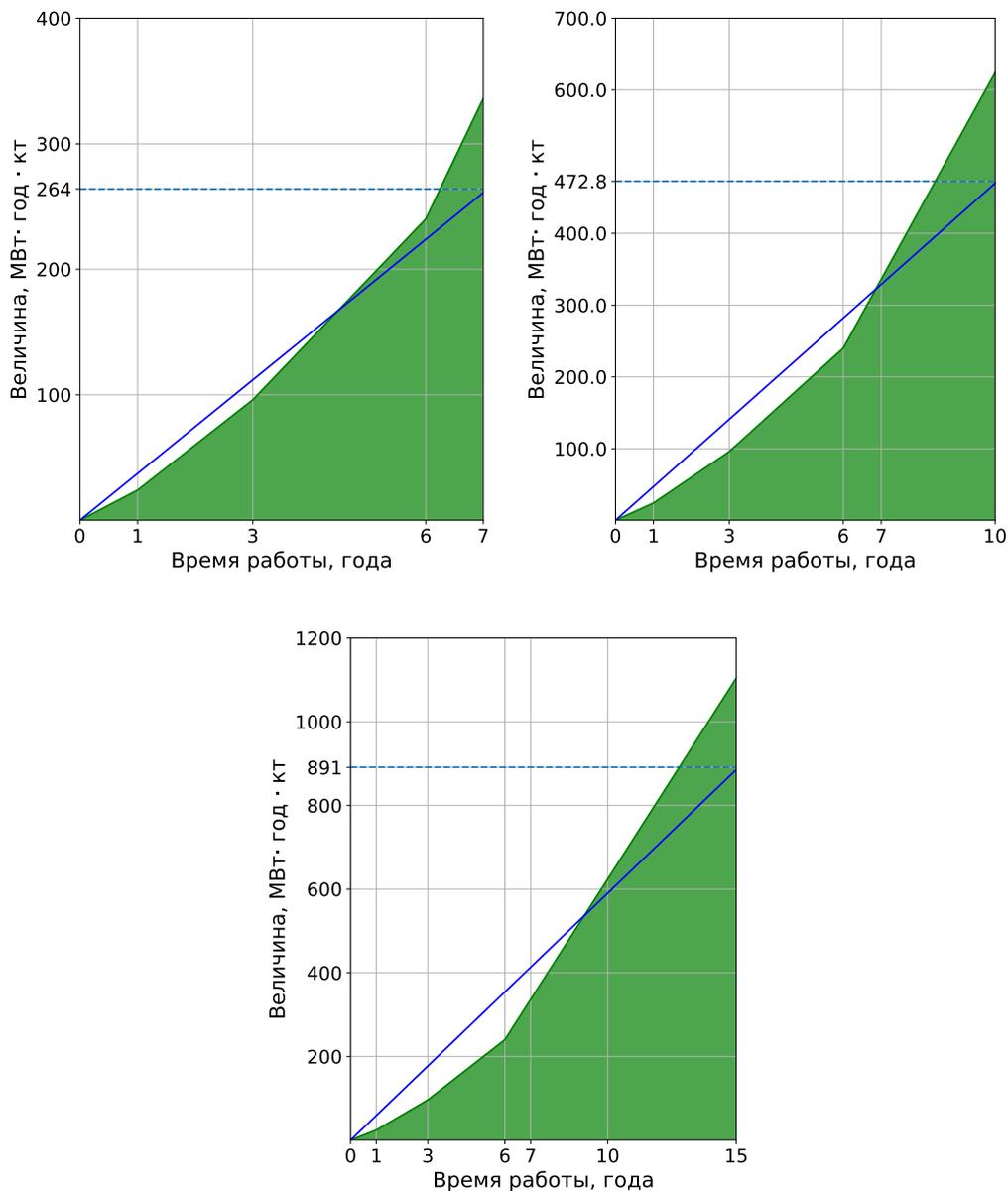


Рис. 26: Зависимость произведения мощности, массы и времени работы от времени работы эксперимента DUNE для 7 (сверху, слева), 10 (сверху, справа) и 15 лет (снизу).

#### Приложение 4. Нормировочный коэффициент для GLoBES

Т.к. в формуле (12) величины берутся в формате, необходимом для работы GLoBES, а не в системе СИ, нужно рассчитать значение нормировочного

коэффициента и определить его единицы измерения. Итак:

$$\begin{aligned}
 [n] &= \frac{\text{Число событий}}{\text{ГэВ}} = \\
 &= \underbrace{\text{безразмерная}}_{5.2} \times \underbrace{\frac{\text{см}^2}{\text{ГэВ} \times \text{нуклон}}}_x \times \underbrace{\text{ГэВ}}_E \times \underbrace{\frac{\text{нейтрино}}{\text{м}^2 \times \text{ГэВ} \cdot \text{РОТ}}}_f \times \underbrace{?}_k \times \\
 &\quad \times \underbrace{\frac{\text{РОТ}}{\text{ГОД}}}_{\text{РОТ}} \times \underbrace{\text{ГОД}}_t \times \underbrace{\text{КТ}}_m \times \underbrace{\frac{1}{\text{км}^2}}_{L^{-2}}
 \end{aligned}$$

Тогда величина нормировочного коэффициента равна:

$$\begin{aligned}
 k &= \frac{1}{5.2} \times \frac{\text{ГэВ}}{\Delta E = 0.25 \text{ ГэВ}} \times \frac{\text{см}^2}{A = 4 \times 12 \times 14.5 \times 10^4 \text{ см}^2} \times \\
 &\times \left( \frac{L = 1284.9 \text{ км}}{\text{км}} \right)^2 \times \frac{\tau = 6.022 \times 10^{32} \text{ нуклонов}}{\text{КТ}} \times 10^{-38} = \\
 &= 1.1 \times 10^{-6} \frac{\text{нуклонов}}{\text{КТ}},
 \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned}
 \tau &= \underbrace{40}_{\text{число нуклонов в } ^{40}\text{Ag}} \times N = 40 \times \frac{N_a \times 1 \text{ КТ}}{\mu} = \\
 &= 40 \times \frac{6.022 \times 10^{23} \frac{1}{\text{моль}} \times 1 \times 10^9 \text{ г}}{40 \frac{\text{г}}{\text{моль}}} = 6.022 \times 10^{32} \text{ нуклонов},
 \end{aligned}$$

$A$  - площадь сторон, в которые попадает поток частиц, для четырёх модулей дальних детекторов,  $N$  - число частиц.

Значит, размерность в формуле (12) согласуется следующим образом:

$$\begin{aligned}
 [n] &= \underbrace{\text{безразмерная}}_{5.2} \times \underbrace{\frac{\text{см}^2}{\text{ГэВ} \times \text{нуклон}}}_x \times \underbrace{\text{ГэВ}}_E \times \underbrace{\frac{\text{нейтрино}}{\text{м}^2 \times \text{ГэВ} \cdot \text{РОТ}}}_f \times \\
 &\times \underbrace{\frac{\text{нуклонов}}{\text{КТ}}}_k \times \underbrace{\frac{\text{РОТ}}{\text{ГОД}}}_{\text{РОТ}} \times \underbrace{\text{ГОД}}_t \times \underbrace{\text{КТ}}_m \times \underbrace{\frac{1}{\text{км}^2}}_{L^{-2}} = \frac{\text{Число событий}}{\text{ГэВ}}
 \end{aligned}$$