

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ  
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
имени М.В.ЛОМОНОСОВА»

ФИЗИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ

КАФЕДРА ФИЗИКИ ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ

БАКАЛАВРСКАЯ РАБОТА

«МОДЕЛИРОВАНИЕ ПОТОКОВ АТМОСФЕРНЫХ НЕЙТРИНО В  
ЭКСПЕРИМЕНТЕ ВАКАЛ-GVD»

Выполнил студент  
409 группы  
Завьялов Сергей Игоревич

---

подпись студента

Научный руководитель:  
доктор физ.-мат. наук, профессор  
Наумов Дмитрий Вадимович

---

подпись научного руководителя

Научный консультант:  
инженер ЛЯП ОИЯИ  
Аллахвердян Владимир Артурович

---

подпись научного консультанта

Допущена к защите \_\_\_\_\_

Зав. кафедрой академик РАН

Матвеев В.А.

---

подпись зав. кафедрой

МОСКВА

2022

# Оглавление

ВВЕДЕНИЕ . . . . .	3
1. Историческая справка . . . . .	5
2. Эксперимент ВАИКАЛ-GVD . . . . .	7
3. Атмосферные нейтрино . . . . .	10
3.1. Первичное космическое излучение . . . . .	10
3.2. Широкий атмосферный ливень . . . . .	11
3.3. Источники атмосферных нейтрино . . . . .	12
3.4. Взаимодействие нейтрино с веществом . . . . .	13
3.4.1. Беспороговые процессы . . . . .	13
3.4.2. Низкоэнергетические ядерные процессы . . . . .	14
3.4.3. Переходная область . . . . .	15
3.4.4. Глубоко неупругое рассеяние . . . . .	17
4. Теоретический подход . . . . .	19
4.1. Формализм глубоко неупругого рассеяния . . . . .	19
4.2. Решение уравнения переноса для атмосферных нейтрино . . . . .	20
4.3. Уравнение переноса в случае зависимости от телесного угла . . . . .	24
5. Моделирование потоков атмосферных нейтрино . . . . .	28
5.1. Поток нейтрино, усреднённый по телесным углам . . . . .	28
5.2. Поток нейтрино в зависимости от телесного угла . . . . .	30
ВЫВОДЫ . . . . .	34
ЗАКЛЮЧЕНИЕ . . . . .	35
СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ . . . . .	37

# ВВЕДЕНИЕ

## Актуальность работы

На сегодняшний день существует множество направлений применения нейтринной физики. Нейтринная астрономия занимает в этом списке видное место. Нейтрино представляет собой нейтральную сверхлёгкую слабовзаимодействующую частицу, что позволяет ей преодолевать макрокосмические расстояния без взаимодействия и изменения траектории. Благодаря этой особенности нейтрино являются прекрасным источником информации о процессах, происходящих в отдалённых концах Вселенной. Так, в 1987 году астрономы наблюдали редкое явление - взрыв сверхновой SN1987a. Но впервые от взрыва сверхновой были зарегистрированы не только долетевшие фотоны, но и поток высокоэнергетических нейтрино, который дошёл до Земли на три часа раньше света. Эта особенность связана с механизмом появления нейтринного излучения при взрыве сверхновой, так как, по некоторым моделям, нейтрино должны испуститься до взрыва в силу их слабого взаимодействия с веществом и, следовательно, беспрепятственного проникновения сквозь толщу звезды. При этом нейтрино уносят долю энергии сверхновой, тем самым охлаждая её и провоцируя гравитационный коллапс. Этот механизм стал предпосылкой к развитию так называемой многоканальной астрономии, в основе которой лежит идея о регистрации первоначального сигнала о произошедшем событии в виде потока высокоэнергетических нейтрино. Таким образом, задачей нейтринных телескопов является определение энергии и направления прилёта нейтрино, что даёт возможность другим телескопам, работающим с

другими типами частиц и в различных энергетических диапазонах, навестись на интересующую область космического пространства.

Исходя из этого, становится важной задачей определение энергетического спектра прилетающих нейтрино и их направления прилёта. Важной проблемой в вычислении этих характеристик являются ложные события – или иначе ”шум” – создаваемые атмосферными нейтрино. Их поток оценивается как  $10^6 \text{ см}^2 \cdot \text{с}^{-1}$ , а спектр простирается в широкой области энергий от 100 МэВ и выше. Многие нейтрино, рождённые в астрофизических процессах, имеют энергии, лежащие в этом диапазоне. Поэтому актуальной задачей представляется расчёт энергетического спектра этого ”шума”, который вычитается из полученных данных для отбора астрофизических событий. В то же время исследование атмосферных нейтрино само по себе является важной задачей, что может быть представлено как второстепенный результат данного исследования.

## Цели и методы работы

Принимая во внимание всё вышесказанное, основной целью работы является моделирование энергетического спектра мюонных нейтрино, как наиболее распространённых в потоке атмосферных нейтрино, рождающихся при взаимодействии космических лучей с атмосферой Земли. Для решения этой задачи было составлено уравнение переноса для нейтрино в среде для случая усреднённого по углам прилёта начального спектра атмосферных нейтрино, а также в случае зависимости потока от телесного угла прилёта. Для его решения был использован метод ” $Z$  – фактора”. Для численного интегрирования получившегося уравнения на ” $Z$  – фактор” был написан класс в рамках пакета NuProc коллаборации VAIKAL-GVD. Предложенный метод моделирования является достаточно универсальным, поэтому может быть использован для нужд других коллабораций, занимающихся исследованием атмосферных нейтрино либо косвенно их учитывающие, как в случае с нейтринными телескопами.

## 1. Историческая справка

Первым этапом на пути истории открытия нейтрино можно назвать теоретическое описание явления  $\beta$ -распада, которое было дано Энрико Ферми в 1934 году. Благодаря этой теории было объяснено появление электронов при радиоактивном распаде ядер. Однако возникла новая проблема, экспериментальные данные никак не согласовывались с предсказаниями теории, в частности, суммарная энергия электрона и образовавшегося в результате распада ядра меньше энергии начального ядра. Электроны, образующиеся в результате  $\beta$ -распада, имели непрерывный энергетический спектр, тогда как если бы образовывалось две частицы, спектр должен был быть дискретным. Нильс Бор по этому поводу даже выдвинул теорию, что в случае отдельных актов  $\beta$ -распада возможно нарушение закона сохранения энергии, а сохраняться он будет только после усреднения по большому числу распадов. Чтобы исправить сложившуюся ситуацию, ещё в 1930 году Вольфгангом Паули было предложено ввести третью невидимую для детекторов сверхлёгкую частицу с нулевым зарядом и спином  $1/2$ , рождающуюся в процессе  $\beta$ -распада, что для того времени было немыслимым делом. Но, как показывает история, его гипотеза оправдала себя в полной мере. Эта частица была названа "нейтрино", что с итальянского переводится как "маленький нейтрон", по аналогии с тяжелой нейтральной частицей – нейтроном. Важной особенностью нейтрино является его слабое взаимодействие с веществом. Сечение взаимодействия нейтрино в зависимости от энергии лежит в пределах от  $10^{-10}$  барн до  $10^{-19}$  барн. Но для того, чтобы проверить гипотезу В. Паули, необходимо было обнаружить эту частицу экспериментально. В 1930-х годах было проведено множество экспериментов, основанных на измерении эффекта отдачи ядра, которые косвенно доказывают

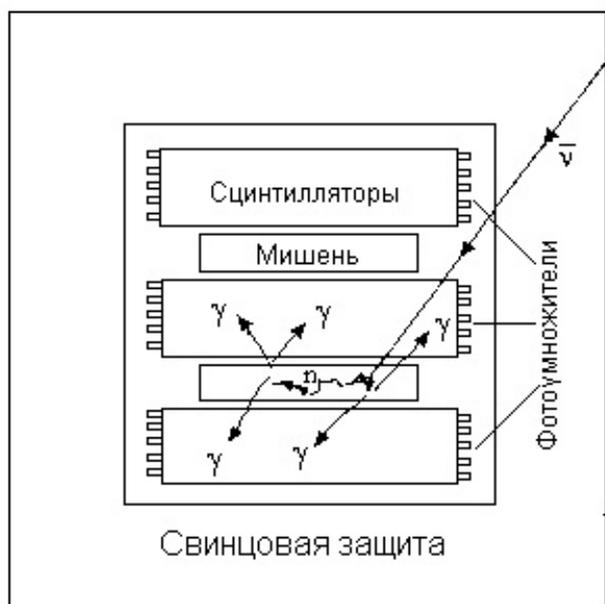


Рис. 1.1: Схема установки эксперимента Ф. Райнеса и К. Коэна. Верхний сцинтиллятор необходим для определения фона от космических лучей.

существование нейтрино, то есть они лишь доказывают выполнение законов сохранения при возможном существовании нейтрино. Однако прямое обнаружение нейтрино было осуществлено только в 1956 году учёными Фредериком Райнесом и Клайдом Коэном [1]. Чтобы создать достаточный поток нейтрино, их источником был выбран атомный реактор, который в результате  $\beta$ -распадов нейтронов излучал огромный поток электронных антинейтрино. В качестве протонной мишени использовались два бака по 200 л каждый, заполненные раствором хлористого кадмия в воде ( $\text{CdCl}_2 + \text{H}_2\text{O}$ ). Идентификация антинейтрино происходила с помощью метода запаздывающих совпадений, регистрируя аннигиляционные гамма-кванты и образующиеся приблизительно через 10 мкс гамма-кванты из реакции радиационного захвата нейтронов ядрами кадмия (Рисунок 1.1). За эту выдающуюся работу в 1995 году Фредерик Райнес был удостоен Нобелевской премии "За экспериментальное обнаружение нейтрино".

## 2. Эксперимент БАИКАЛ-GVD

История зарождения нейтринного телескопа на озере Байкал берёт своё начало в 1980 году, когда в ИЯИ АН СССР была создана лаборатория нейтринной астрофизики высоких энергий. В 1981–1985 годах были проведены пробные установки гирлянд, и уже в 1993 году были опущены первые три гирлянды нейтринного телескопа НТ-200, а закончен он был в 1998 году, достигнув рабочего объёма в  $0.1 \text{ км}^3$ . Новый виток развития эксперимента произошёл после присоединения к коллаборации научной группы из ЛЯП ОИЯИ. Так, в 2015 году был введён в эксплуатацию новый кластер "Дубна", состоящий из 192 оптических модулей. На сегодняшний день детектор уже имеет 8 кластеров<sup>1</sup>, они находятся на расстоянии 300 метров друг от друга. Каждый кластер состоит из 8 вертикальных гирлянд, на которых расположены стеклянные оптические модули: по 36 штук на каждой. Сейчас эффективный объем телескопа для регистрации астрофизических нейтрино с энергией в области одного ПэВ составляет  $0.4 \text{ км}^3$ . По проекту объем установки к 2027 году должен составить порядка одного кубического километра.

Более подробное описание методов и задач, а также техническая информация о БАИКАЛ-GVD содержится в нейтринной программе ЛЯП ОИЯИ [2], а также в [3]. Ниже мы остановимся на основных составляющих эксперимента. Первостепенной задачей телескопа БАИКАЛ-GVD является регистрация астрофизических нейтрино сверхвысоких энергий и идентификация космических источников этих нейтрино. Возможными источниками галактических астрофизических нейтрино выступают остатки сверхновых, пульсары, двойные системы, содержащие

---

<sup>1</sup>Количество кластеров было указано на момент написания главы. К настоящему времени, как было замечено в отзыве рецензента Л.Д. Колупаевой, детекторная система пополнилась ещё двумя кластерами.

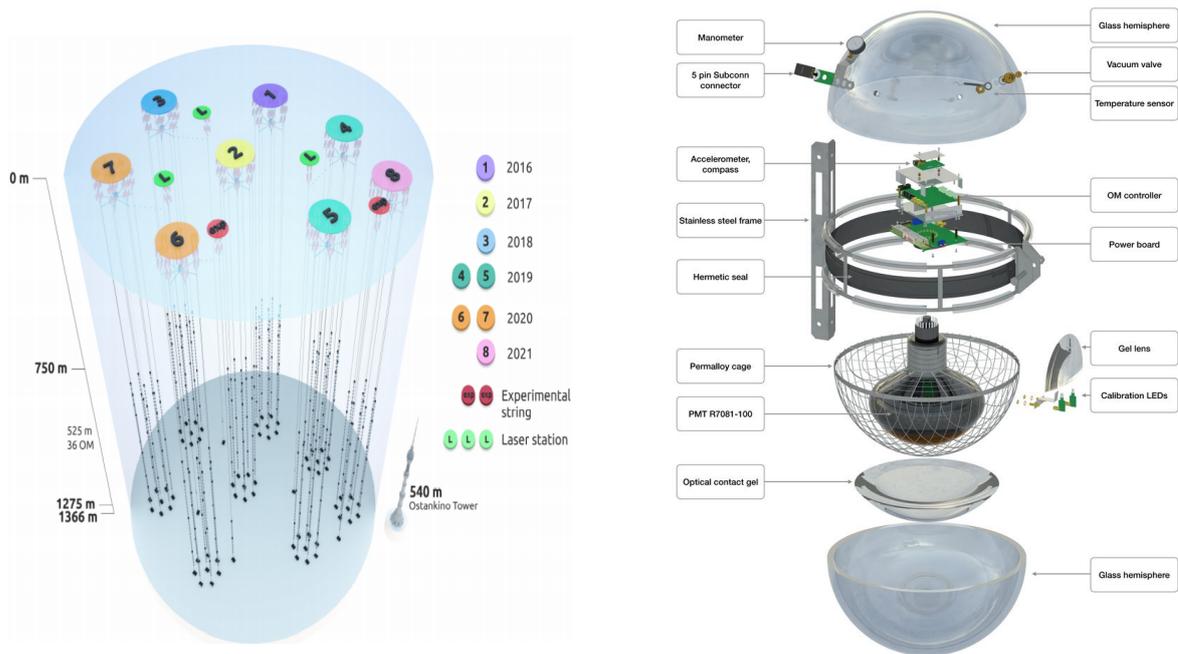


Рис. 2.1: Слева: схематичный вид детектора VAIKAL-GVD. Справа: строение оптического модуля в развёртке.

черную дыру или нейтронную звезду и скопления молекулярных облаков, которые являются мишенями для космических лучей. Благодаря своему географическому положению, в поле зрения телескопа также попадает Стрелец  $A^*$  - сверхмассивная чёрная дыра, находящаяся в центре Млечного Пути. Из внегалактических источников можно отметить активные ядра галактик, гамма-всплески, звездообразующие галактики и скопления галактик. Разнообразию источников накладывает жёсткие требования на точность определения энергии и направления прилёта нейтрино. Другие области применения нейтринного телескопа включают в себя непрямой поиск тёмной материи путем обнаружения нейтрино, образующихся при аннигиляции WIMP'ов на Солнце или в толще Земли. VAIKAL-GVD также имеет возможность для обнаружения экзотических частиц, в частности, магнитных монополей.

Метод определения энергии и направления прилёта нейтрино основан на регистрации черенковского излучения от заряженных лептонов, рождающихся при взаимодействии нейтрино со средой. Черенковское свечение является когерентным излучением диполей, образующихся в результате поляризации среды пролетающей заряженной

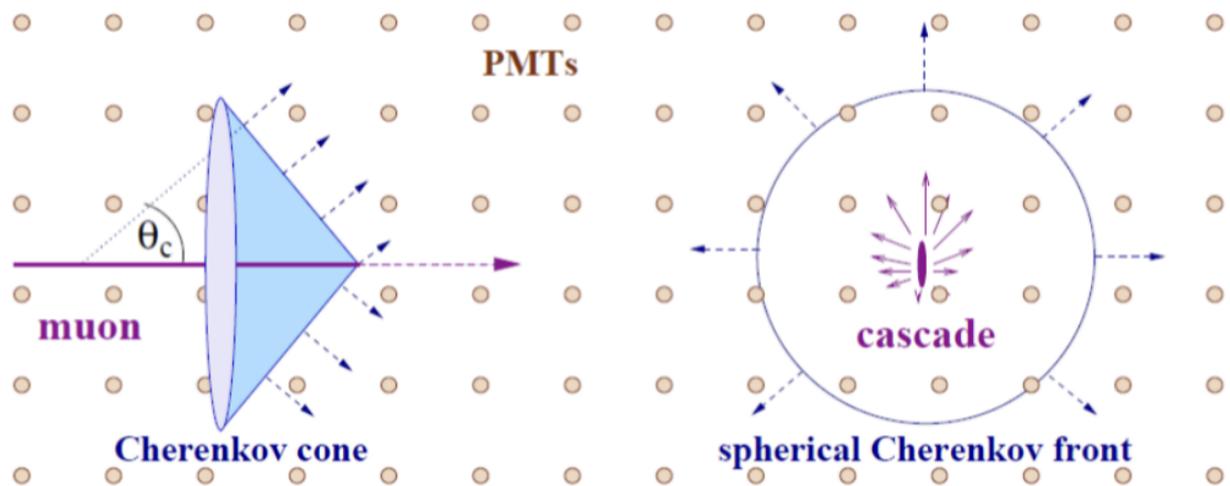


Рис. 2.2: Схематичное изображение распространения черенковского излучения. Слева: образуется световой конус с вершиной, движущейся сонаправлено вместе с заряженной частицей (мюоном). Справа: сферический черенковский фронт, образующийся из-за каскада. Необходимо отметить, что черенковское излучение каскадов имеет максимум при черенковском угле  $\theta_c$  относительно оси каскада, но имеет широкое распределение, охватывающее весь телесный угол.

частицей со скоростью, превышающей скорость света в среде, и возникает при возвращении этих диполей (поляризованных атомов) в исходное неполяризованное состояние. Так, взаимодействие мюонных нейтрино через заряженный ток порождает мюон, образующий фронт черенковского излучения в виде конуса, тогда как другие типы нейтринных реакций вызывают адронные и/или электромагнитные каскады, создающие сферический черенковский фронт (Рисунок 2.2). Таким образом, сигнальными событиями являются восходящие мюоны, возникающие при взаимодействии нейтрино в толще Земли или воде, а также электромагнитные и адронные каскады от  $CC$ -взаимодействий электронных и тау-нейтрино или  $NC$ -взаимодействий всех ароматов внутри объема детектирования. Фоновые события в основном представляют собой нисходящие мюоны, образующиеся от взаимодействий космических лучей в атмосфере.

### 3. Атмосферные нейтрино

#### 3.1. Первичное космическое излучение

Первичное космическое излучение (космические лучи) – поток ядер, в основном протонов, зарождающихся и ускоряющихся в космическом пространстве с энергией  $E > 10^8$  эВ, а также, электроны, рентгеновское, гамма-излучение и нейтрино. На данный момент ещё не существует окончательной общей теории происхождения космических лучей. Однако часто употребляемой является модель В.Л. Гинзбурга, в которой он в качестве источников космических лучей предлагает вспышки сверхновых звёзд. Сравнение химического состава космических лучей и распространённости элементов в наблюдаемой Вселенной (Метагалактике) демонстрирует превышение тяжёлых ядер, а также существенный (более чем в  $10^5$  раз) избыток лёгких ядер в космических лучах (Рисунок 3.2). Первое наблюдение, видимо, связано с их эффективным образованием, тогда как последнее может быть объяснено как фрагментация более тяжёлых ядер в лёгкие за время жизни первичного космического излучения. На этом основан один из методов определения возраста космических лучей: сопоставляя соотношение лёгких ядер к тяжёлым с вероятностью фрагментации последних, была получена оценка возраста космических лучей, которая составила порядка  $10^8$  лет. Диапазон энергий первичного космического излучения, как было сказано ранее, составляет от  $10^8$  до  $10^{20}$  эВ, и его энергетический дифференциальный спектр носит степенной характер

$$\frac{dJ}{dE} \sim E^{-\gamma}, \quad (3.1)$$

где  $\gamma = 2.7$  до энергий  $\sim 10^{15}$  эВ. В области энергий  $10^{15} \div 10^{16}$  эВ происходит излом спектра, в котором  $\gamma$  принимает значение  $\gamma =$

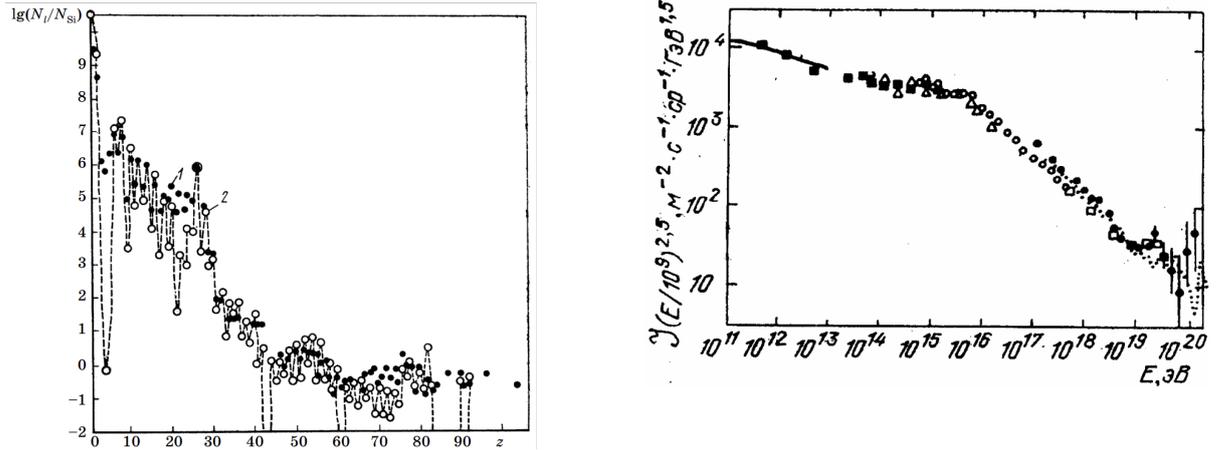


Рис. 3.2: Слева: химический состав первичного космического излучения по сравнению с химическим составом вещества в Метагалактике. 1 - космические лучи. 2 - Метагалактика. Справа: энергетический спектр первичного космического излучения  $E^{2.5}J$  в дифференциальной форме.

3.2 до энергий  $\sim 10^{18}$  эВ, так называемое "колени", а в районе  $10^{19}$  эВ наблюдается второе изменение наклона спектра – "лодыжка" – где  $\gamma$  опять становится равным  $\gamma = 2.7$  (Рисунок 3.2). Стоит отметить, что частицы максимальной в представленном диапазоне энергии  $10^{20}$  эВ и выше вызывают повышенный интерес, так как теоретическая модель – гипотеза Грайзена, Зацепина, Кузьмина (ГЗК) – предсказывает обрезание спектра космических лучей в районе  $10^{20}$  эВ. Этот эффект связан с взаимодействием первичных протонов с реликтовым излучением Вселенной. К настоящему времени обнаружено порядка 10 таких частиц, превышающих предел ГЗК [4], [5]<sup>1</sup>.

### 3.2. Широкий атмосферный ливень

Атмосферные нейтрино высоких энергий рождаются при распадах пионов, каонов и очарованных частиц, образуемых в широком атмосферном ливне (ШАЛ), индуцированного космическими лучами, прошедшими через атмосферу Земли. Атмосфера Земли состоит в основном из азота (78.1%), кислорода (21%) и небольшой примеси углекислого газа, общее количество вещества в столбе воздуха от

<sup>1</sup>По рекомендации рецензента Л.Д. Колупаевой добавлены соответствующие ссылки на работы, где приведено количество зарегистрированных частиц с энергией выше предела ГЗК.

уровня моря до границы атмосферы составляет около  $1030 \text{ г/см}^2$ , в то время как в космосе количество вещества, проходимого космическими лучами от источника до Земли, составляет  $5 \text{ г/см}^2$  [6]. Космические лучи — это частицы высокой энергии, приходящие на Землю из Вселенной. Эти частицы, попав в атмосферу Земли, взаимодействуют с молекулами воздуха в высотной атмосфере. Адроны первичного космического излучения испытывают сильные взаимодействия с ядрами атомов воздуха, вызывая каскад вторичных частиц. В этих взаимодействиях рождаются различного рода частицы: пионы, каоны, нуклон-антинуклонные пары, гипероны и так далее. Характерной особенностью взаимодействия высокоэнергетических частиц космического излучения с ядрами атмосферы является эффект лидирования, который заключается в передаче, в среднем, 50% энергии первичной частицы одной из образующихся вторичных частиц. Такая частица в состоянии еще несколько раз провзаимодействовать в атмосфере, развивая адронный каскад. Рождённые в этих взаимодействиях пионы и другие частицы могут сами провзаимодействовать с ядрами атомов атмосферы, либо распасться, формируя мюонную, нейтринную и электрон-фотонную компоненты ливня.

### 3.3. Источники атмосферных нейтрино

Основными источниками мюонных нейтрино являются двухчастичные распады заряженных пионов  $\pi^\pm$  и каонов  $K^\pm$  по каналам

$$\pi^-(\pi^+) \rightarrow \mu^-(\mu^+) + \bar{\nu}_\mu(\nu_\mu), \quad (3.2)$$

$$K^-(K^+) \rightarrow \mu^-(\mu^+) + \bar{\nu}_\mu(\nu_\mu), \quad (3.3)$$

называемые  $\pi_{\mu 2}^\pm$  и  $K_{\mu 2}^\pm$ , с относительными ширинами распада 99.98% и 63.56% соответственно, трёхчастичные распады заряженных каонов  $K_{\mu 3}^\pm$  по каналам

$$K^-(K^+) \rightarrow \pi^0 + \mu^-(\mu^+) + \bar{\nu}_\mu(\nu_\mu), \quad (3.4)$$

и распад нейтрального каона  $K_{L\mu 3}^0$  по каналу

$$K^0 \rightarrow \pi^+(\pi^-) + \mu^-(\mu^+) + \nu_\mu(\bar{\nu}_\mu), \quad (3.5)$$

с относительными ширинами распада 3.35% и 27.04% соответственно. Образующиеся мюоны  $\mu^\pm$  также порождают нейтрино в ходе реакции распада по каналу

$$\mu^-(\mu^+) \rightarrow e^-(e^+) + \bar{\nu}_e(\nu_e) + \nu_\mu(\bar{\nu}_\mu), \quad (3.6)$$

с почти 100% относительной шириной распада. Свой вклад в расчёт вносят распад

$$K_S^0 \rightarrow \pi^+(\pi^-) + \mu^-(\mu^+) + \nu_\mu(\bar{\nu}_\mu), \quad (3.7)$$

с  $4.56 \times 10^{-4}$  и цепочки

$$K^-(K^+) \rightarrow \pi^-(\pi^+) + \pi^0, \quad (3.8)$$

$$K_S^0 \rightarrow \pi^+ + \pi^-, \quad (3.9)$$

с 20.67% и 69.20% относительными ширинами распада соответственно. Для образующихся мюонных нейтрино с энергиями выше 100 ТэВ необходимо ещё учитывать распады очарованных частиц.

### 3.4. Взаимодействие нейтрино с веществом

#### 3.4.1. Беспороговые процессы

Рассмотрим основные типы нейтринных взаимодействий в различных энергетических масштабах. При энергиях нейтрино  $E_\nu \sim 0 \div 1$  МэВ идут беспороговые процессы взаимодействия, в частности, когерентное рассеяние нейтрино на нуклоне по каналу нейтрального тока

$$\nu + \frac{Z}{N}A \rightarrow \nu + \frac{Z}{N}A^*. \quad (3.10)$$

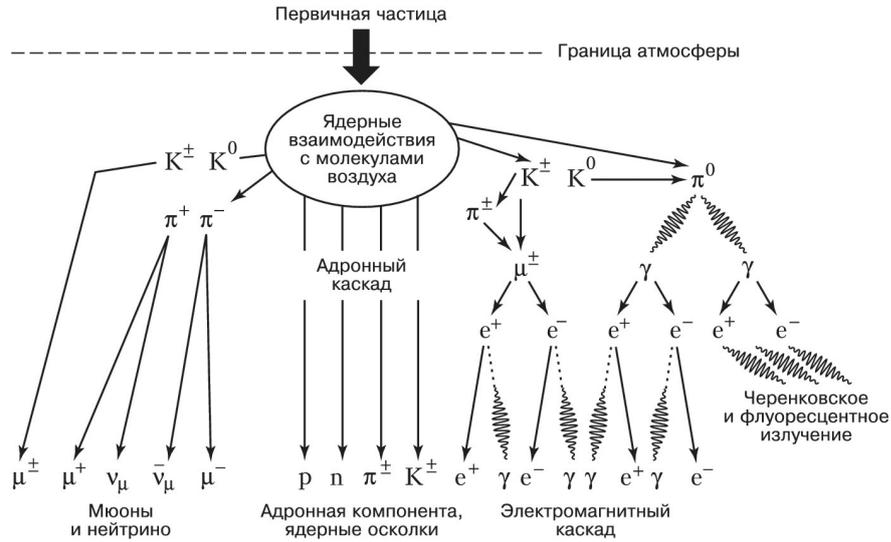


Рис. 3.3: Схематическое изображение, демонстрирующее разнообразие рождающихся вторичных частиц при взаимодействии адрона первичного космического излучения с молекулой атмосферы Земли [7].

Сечение данной реакции растёт квадратично с повышением числа нейтронов и протонов в ядре, причём зависимость от протонов сильно подавлена [8]. Ещё одним возможным процессом при таких малых энергиях является захват нейтрино радиоактивными ядрами

$$\nu_e + \frac{Z}{N}A \rightarrow \frac{Z+1}{N-1}A + e^- . \quad (3.11)$$

Данный процесс достаточно интересен с экспериментальной точки зрения, например, с помощью него было предложено детектировать космологические нейтрино [9].

### 3.4.2. Низкоэнергетические ядерные процессы

При энергиях нейтрино  $E_\nu \sim 1 \div 100$  МэВ становится возможным взаимодействие нейтрино с отдельными нуклонами ядра. Самым известным примером подобных реакций является обратный бета-распад для нейтрино

$$\bar{\nu}_e + p \rightarrow e^+ + n . \quad (3.12)$$

Наряду с процессом (3.12) можно поставить взаимодействие нейтрино с дейтроном, которое может протекать как через заряженный ток, так и через нейтральный ток соответственно

$$\nu_e + d \rightarrow e^- + p + p, \quad (3.13)$$

$$\nu_l + d \rightarrow \nu_l + n + p. \quad (3.14)$$

Обе эти реакции активно использовались в экспериментах по детектированию нейтрино. Так, обратный бета-распад использовался в эксперименте KamLAND по детектированию реакторных антинейтрино, также именно по этому каналу нейтрино были впервые зарегистрированы [1], а рассеяние нейтрино на дейтроне использовалось в эксперименте SNO, где детектор был наполнен тяжёлой водой (D<sub>2</sub>O).

### 3.4.3. Переходная область

В интервале энергий  $E_\nu \sim 0.1 \div 20$  ГэВ, часто называемым ”переходной областью”, происходит множество конкурирующих друг с другом процессов. При квазиупругом взаимодействии нейтрино рассеивается на нуклоне через заряженный ток с превращением нуклона-мишени в его пару

$$\nu_l + n \rightarrow l^- + p, \quad (3.15)$$

$$\bar{\nu}_l + p \rightarrow l^+ + n. \quad (3.16)$$

Возможно также рассеяние нейтрино на нуклоне по каналу нейтрального тока, называемое упругим

$$\nu(\bar{\nu}) + n \rightarrow \nu(\bar{\nu}) + n, \quad (3.17)$$

$$\nu(\bar{\nu}) + p \rightarrow \nu(\bar{\nu}) + p. \quad (3.18)$$

Помимо упругого и квазиупругого рассеяния следует отметить неупругое взаимодействие нейтрино с нуклоном. При достаточной энергии нейтрино могут возбудить нуклон-мишень до возбужденного состояния, создавая

тем самым барионный резонанс ( $N^*$ ), который впоследствии распадается преимущественно на пион и нуклон

$$\nu_l(\bar{\nu}_l) + N \rightarrow l^-(l^+) + N^*, \quad (3.19)$$

$$\downarrow$$

$$\pi + N', \quad (3.20)$$

где  $N, N' = n, p$ . Данный механизм взаимодействия является наиболее распространённым способом образования пионов для нейтрино промежуточных энергий. При неупругом взаимодействии нейтрино со свободным нуклоном возможно семь каналов реакции образования однопионных резонансов

$$\nu_l(\bar{\nu}_l) + p \rightarrow l^-(l^+) + p + \pi^+(\pi^-), \quad (3.21)$$

$$\nu_l(\bar{\nu}_l) + n(p) \rightarrow l^-(l^+) + p(n) + \pi^0, \quad (3.22)$$

$$\nu_l(\bar{\nu}_l) + n \rightarrow l^-(l^+) + n + \pi^+(\pi^-), \quad (3.23)$$

$$\nu_l(\bar{\nu}_l) + p \rightarrow \nu_l(\bar{\nu}_l) + p + \pi^0, \quad (3.24)$$

$$\nu_l(\bar{\nu}_l) + p \rightarrow \nu_l(\bar{\nu}_l) + n(p) + \pi^+(\pi^0), \quad (3.25)$$

$$\nu_l(\bar{\nu}_l) + n \rightarrow \nu_l(\bar{\nu}_l) + n + \pi^0, \quad (3.26)$$

$$\nu_l(\bar{\nu}_l) + n \rightarrow \nu_l(\bar{\nu}_l) + p + \pi^-. \quad (3.27)$$

Стоит отметить, что также возможен процесс образования однопионного состояния через когерентное рассеяние нейтрино на всём ядре, в котором ядро получает крайне малую энергию отдачи. Процесс может идти как через заряженный, так и через нейтральный ток соответственно

$$\nu_l(\bar{\nu}_l) + {}^Z_N A \rightarrow l^-(l^+) + {}^Z_N A + \pi^+(\pi^-), \quad (3.28)$$

$$\nu_l(\bar{\nu}_l) + {}^Z_N A \rightarrow \nu_l(\bar{\nu}_l) + {}^Z_N A + \pi^0. \quad (3.29)$$

Помимо образования пионов возможно рождение частиц со странными кварками – каонов. Поперечные сечения данных процессов в силу большой массы каонов небольшие, однако эти реакции играют важную роль, так

как они являются источником потенциального фона для поиска распада протона по каналу  $p \rightarrow K^+ \bar{\nu}$ .

#### 3.4.4. Глубоко неупругое рассеяние

Перейдём теперь к области высокоэнергетических нейтрино с энергиями  $E_\nu \sim 20 \div 500$  ГэВ. При таких высоких значениях энергии нейтрино способны различать внутреннюю структуру нуклонов. Таким образом, становится возможным взаимодействие нейтрино с кварком внутри нуклона. Данный процесс носит название глубоко неупругого рассеяния (Deep inelastic scattering – DIS). Он является доминирующим процессом взаимодействия нейтрино с веществом при больших энергиях. Глубоко неупругое рассеяние нейтрино уже давно используется для проверки стандартной модели и исследования нуклонной структуры. На протяжении многих лет в экспериментах измерялись сечения, электрослабые параметры, константы связи, структурные функции нуклонов и скейлинговые переменные с использованием таких процессов. При глубоко неупругом рассеянии нейтрино рассеивается на кварке внутри нуклона посредством обмена виртуальным  $W$ - или  $Z$ -бозоном, производящим лептон и адронную систему  $X$  в конечном состоянии. Возможны процессы, идущие через заряженный и нейтральный токи соответственно

$$\nu_l(\bar{\nu}_l) + N \rightarrow l^-(l^+) + X, \quad (3.30)$$

$$\nu_l(\bar{\nu}_l) + N \rightarrow \nu_l(\bar{\nu}_l) + X. \quad (3.31)$$

При ультравысоких энергиях  $E_\nu \sim 0.5$  ТэВ  $\div$  1 ЭэВ продолжается процесс глубоко неупругого рассеяния нейтрино, его сечения являются расширением высокоэнергетической партонной модели, которая применялась в предыдущем диапазоне энергий. Однако есть несколько отличительных особенностей ультравысокого диапазона энергий, которые дают ему особый статус. Во-первых, при столь высоких энергиях сечения взаимодействия нейтрино и антинейтрино с партоном становятся практически идентичными. Во-вторых, происходит сильное

резонансное усиление сечения взаимодействия электронного антинейтрино с электроном среды  $\bar{\nu}_e e^-$  из-за образования промежуточного  $W$ -бозона [10], [11]. Обычно, процесс рассеяния нейтрино на электронах является сильно подавленным относительно рассеяния на нуклонах, что делает данный резонанс очень примечательным. Такие высокие сечения могут привести к непрозрачности Земли для нейтрино определённого диапазона энергий, где находится данный резонанс, что – помимо прочего – может служить инструментом для поиска отклонений от предсказаний Стандартной модели в случае присутствия ”Новой физики” [12].

## 4. Теоретический подход

### 4.1. Формализм глубоко неупругого рассеяния

Большая часть энергетического спектра атмосферных нейтрино попадает в диапазон энергий, соответствующих глубоко неупругому рассеянию. Поэтому в дальнейшем изложении будет использован формализм DIS, в частности, введены бёркеновские переменные

$$y = \frac{E' - E}{E'} = 1 - \frac{E}{E'}, \quad (4.1)$$

$$x = \frac{Q^2}{2M\nu}, \quad (4.2)$$

где  $\nu = E' - E \geq 0$  - потеря энергии лептоном в системе покоя нуклона,  $E'$ ,  $E$  - начальная и конечная энергии нуклона соответственно,

$$Q^2 = -\mathcal{Q}^2 = 2(EE' - \mathbf{k}\mathbf{k}') - m_l^2 - m_{l'}^2 \approx \quad (4.3)$$

$$\approx 4EE' \sin^2(\theta/2) \quad (4.4)$$

- квадрат передачи 4-импульса. Последнее выражение получено в предположении малости масс лептонов  $l, l'$ , чему удовлетворяют нейтрино. Величина  $x$  имеет смысл доли импульса нуклона, переносимой партоном,  $y$  - доля энергии, потерянной лептоном при рассеянии. Понятно, что диапазон переменной  $0 \leq y \leq 1$ . Рассмотрим значения, которые принимает переменная  $x$ . Значение  $x = 1$  соответствует упругому рассеянию, область  $x < 1$  отвечает глубоко неупругому рассеянию. Когда лептон рассеивается на ядерной мишени, но при этом величина  $x$  по-прежнему вычисляется в соответствии с кинематикой лептон-нуклонного рассеяния, то экспериментально регистрируемые события могут иметь значения  $x > 1$ , так как это соответствует кумулятивной кинематической области. Однако

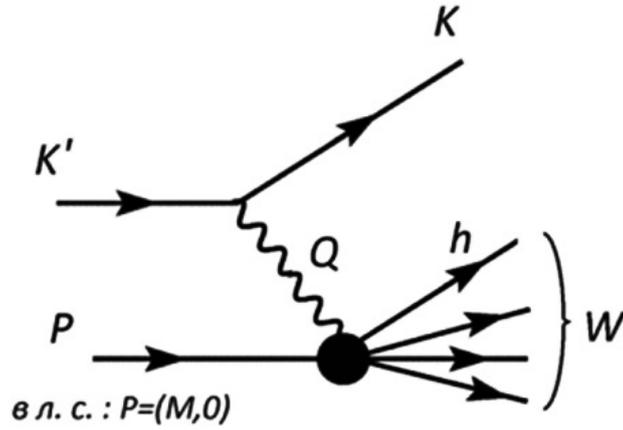


Рис. 4.1: Кинематические переменные для описания глубоко неупругого рассеяния лептона нуклоном. Величины  $K', K$  — 4-импульсы начального и конечного лептонов,  $P$  — 4-импульс нуклона с массой  $M$ ,  $W$  — масса системы  $X$ , получившей отдачу. Обмениваемая частица — промежуточный бозон ( $\gamma, W^\pm, Z^0$ ); он переносит к нуклону 4-импульс  $Q = K' - K$ .

эта область во взаимодействии нейтрино с нуклонами не рассматривается. Таким образом, диапазон переменной  $x$  аналогичен переменной  $y$ .

#### 4.2. Решение уравнения переноса для атмосферных нейтрино

Приведённый ниже подход основан на работе [13]. В этом разделе мы опишем метод ” $Z$  — фактора”, который был применён для случая распространения нейтрино в среде. Результатом прогонки этого метода является дифференциальный энергетический спектр нейтрино  $F_\nu(E, x)$  на глубине  $x$ , определяемой соотношением

$$x = \int_0^L \rho(L') dL', \tag{4.5}$$

где  $\rho(L)$  — плотность среды на пути распространения нейтрино на расстоянии  $L$  от границы. Значение плотности для Земли определяется по модели распределения вещества в толще Земли PREM — Preliminary reference earth model [14]. В функции потока  $F_\nu(E, x)$  отсутствует информация о телесных углах прилёта нейтрино, так как начальный спектр атмосферных нейтрино берётся усреднённым по углам. В

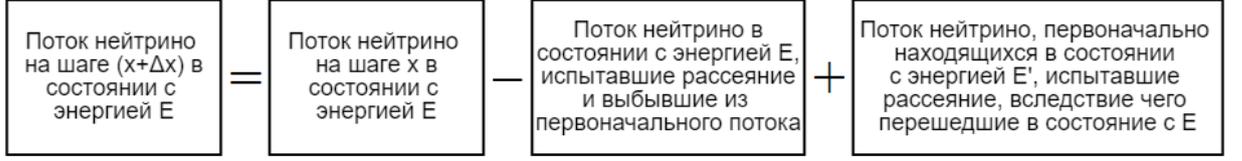


Рис. 4.2: Пояснение к построению уравнения переноса для случая усреднённого по углам начального спектра атмосферных нейтрино.

следующем разделе мы разовьём этот метод на случай зависимости потока нейтрино, в том числе, от угла прилёта.

Для начала составим одномерное уравнение переноса для нейтрино. Поток нейтрино на глубине  $x + \Delta x$  с энергией  $E$  равен потоку нейтрино на глубине  $x$  с энергией  $E$  минус нейтрино, испытавшие рассеяние, и плюс нейтрино, имеющие первоначально энергию  $E'$ , которые после рассеяния приобрели энергию  $E$  (Рисунок 4.2). Таким образом, изменение потока на шаге глубины  $\Delta x$  даётся уравнением баланса как прибыль частиц в поток минус убыль частиц из него. Преобразуя слагаемые к виду интегро-дифференциального уравнения, можно записать описанную выше схему в виде

$$\frac{\partial F_\nu(E, x)}{\partial x} = \frac{1}{\lambda_\nu(E)} \left[ \int_0^1 F_\nu(E_y, x) \Phi_\nu(y, E) \frac{dy}{1-y} - F_\nu(E, x) \right], \quad (4.6)$$

с граничным условием в виде начального спектра атмосферных нейтрино при нулевой глубине  $F_\nu(E, 0) \equiv F_\nu^0(E)$ . Здесь,  $\lambda_\nu(E)$  – длина взаимодействия нейтрино, определяемая выражением

$$\frac{1}{\lambda_\nu(E)} = \sum_T N_T \sigma_{\nu T}^{tot}(E), \quad (4.7)$$

где  $N_T$  – число рассеивателей в одном грамме среды,  $T$  – тип рассеивателя (протон, нейтрон),  $\sigma_{\nu T}^{tot}(E)$  – полное сечение  $\nu T$ -взаимодействия. Функция  $\Phi_\nu(y, E)$  называется ”функцией регенерации” и даётся выражением

$$\sum_T N_T \frac{d\sigma_{\nu T \rightarrow \nu X}(y, E_y)}{dy} = \Phi_\nu(y, E) \sum_T N_T \sigma_{\nu T}^{tot}(E), \quad (4.8)$$

где  $E_y = \frac{E}{1-y}$ . Будем искать решение уравнения 4.6 в виде

$$F_\nu(E, x) = F_\nu^0(E) \exp \left\{ -\frac{x}{\Lambda_\nu(E, x)} \right\}. \quad (4.9)$$

Подставляя вид решения 4.9 в исходное уравнение, в силу положительной знакоопределённости правой части уравнения, левая часть так же должна иметь положительное значение, откуда следует, что справедливо неравенство

$$\Lambda_\nu(E, x) > \lambda_\nu(E). \quad (4.10)$$

Тогда можно определить эффективную длину поглощения нейтрино как

$$\Lambda_\nu(E, x) = \frac{\lambda_\nu(E)}{1 - \mathcal{Z}_\nu(E, x)}, \quad (4.11)$$

где введена положительно определённая функция  $\mathcal{Z}_\nu(E, x)$ , называемая ” $\mathcal{Z}$  – фактором”, по аналогии с подобной функцией в методе решения уравнений адронных каскадов [15]. Подставляя (4.9) и (4.11) в (4.6), получаем для последующего интегрирования уравнение на ” $\mathcal{Z}$  – фактор”

$$\mathcal{Z}_\nu(E, x) = \frac{1}{x} \int_0^x \int_0^1 \eta_\nu(y, E) \Phi_\nu(y, E) e^{-x' \mathcal{D}_\nu(E, E_y, x')} dx' dy, \quad (4.12)$$

где

$$\mathcal{D}_\nu(E, E_y, x) = \frac{1 - \mathcal{Z}_\nu(E_y, x)}{\lambda_\nu(E_y)} - \frac{1 - \mathcal{Z}_\nu(E, x)}{\lambda_\nu(E)}, \quad (4.13)$$

$$\eta_\nu(y, E) = \frac{F_\nu^0(E_y)}{F_\nu^0(E)(1-y)}. \quad (4.14)$$

Найдём теперь значение ” $\mathcal{Z}$  – фактора”. Для тонкого поглотителя ( $x = 0$ )

решение получается мгновенно из (4.12) в виде квадратуры

$$\mathcal{Z}_\nu(E, 0) = \int_0^1 \eta_\nu(y, E) \Phi_\nu(y, E) dy \equiv Z_\nu^0(E). \quad (4.15)$$

Аппроксимация "Z – фактора" нулевым приближением  $Z_\nu^0(E)$  допустима при выполнении условия [13]

$$\frac{x}{\lambda_\nu(E)} \ll \frac{2Z_\nu^0(E)}{|\Delta_\nu^1(E)|}, \quad (4.16)$$

где

$$\Delta_\nu^1(E) = \int_0^1 \eta_\nu(y, E) \Phi_\nu(y, E) \left[ (1 - Z_\nu^0(E_y)) \frac{\lambda_\nu(E)}{\lambda_\nu(E_y)} - (1 - Z_\nu^0(E)) \right] dy. \quad (4.17)$$

Наконец, найдём решение "Z – фактора" для всех значений глубины и энергии. Будем решать уравнение (4.12) с помощью итерационного алгоритма. Определим

$$D_\nu^{(n)}(E, E_y, x) = \frac{1 - Z_\nu^{(n)}(E_y, x)}{\lambda_\nu(E_y)} - \frac{1 - Z_\nu^{(n)}(E, x)}{\lambda_\nu(E)}, \quad (4.18)$$

$$Z_\nu^{(n+1)}(E, x) = \frac{1}{x} \int_0^x \int_0^1 \eta_\nu(y, E) \Phi_\nu(y, E) e^{-x' D_\nu^{(n)}(E, E_y, x')} dx' dy. \quad (4.19)$$

Подразумевая, что эффективная длина поглощения  $\Lambda_\nu(E, x)$  не должна сильно превышать по своему значению длину взаимодействия нейтрино  $\lambda_\nu(E)$ , выберем нулевое приближение равным нулю  $Z_\nu^{(0)}(E, x) = 0$ . Тогда

$$D_\nu^{(0)}(E, E_y, x) = \frac{1}{\lambda_\nu(E_y)} - \frac{1}{\lambda_\nu(E)} \equiv D_\nu(E, E_y), \quad (4.20)$$

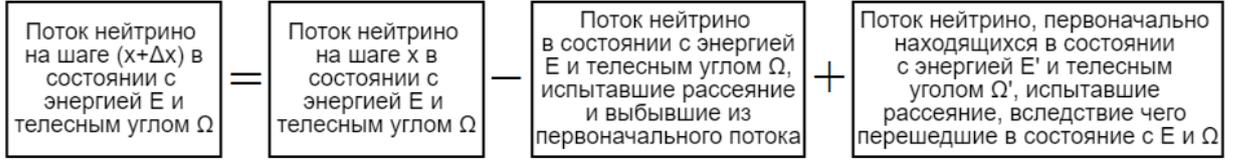


Рис. 4.3: Пояснение к построению уравнения переноса для случая зависимости потока от телесного угла прилёта нейтрино.

и первое приближение будет иметь следующий вид

$$Z_\nu^{(1)}(E, x) = \int_0^1 \eta_\nu(y, E) \Phi_\nu(y, E) \left[ \frac{1 - e^{-xD_\nu(E, E_y)}}{xD_\nu(E, E_y)} \right] dy. \quad (4.21)$$

Алгоритм достаточно быстро сходится для различных моделей начальных спектров атмосферных нейтрино, поэтому для расчёта потока часто достаточно иметь значение "Z – фактора" в первом приближении  $Z_\nu^{(1)}(E, x)$ .

#### 4.3. Уравнение переноса в случае зависимости от телесного угла

Предыдущее рассмотрение включает в себя начальный спектр атмосферных нейтрино, усреднённый по телесным углам прилёта. Разовьём вышеописанный метод для определения потоков нейтрино в случае зависимости от угла прилёта. Составим по аналогии уравнение переноса. Поток нейтрино на глубине  $x + \Delta x$  с фиксированной энергией  $E$  и телесным углом  $\Omega$  равен потоку нейтрино на глубине  $x$  с  $E$  и  $\Omega$  минус нейтрино, испытавшие рассеяние, и плюс нейтрино, имеющие первоначально энергию  $E'$  и телесный угол  $\Omega'$ , которые после рассеяния приобрели  $E$  и  $\Omega$  (Рисунок 4.3). Тогда уравнение переноса будет иметь вид

$$\frac{\partial F_\nu(E, \Omega, x)}{\partial x} = \int_E^\infty \int_{4\pi} F_\nu(E', \Omega', x) \sum_T N_T \frac{d^2 \sigma_{\nu T \rightarrow \nu X}(E', \Omega')}{dE d\Omega} ddE' \Omega' - \frac{F_\nu(E, \Omega, x)}{\lambda_\nu(E)}. \quad (4.22)$$

Замечая, что процесс рассеяния зависит только от относительного

телесного угла рассеяния, и преобразуя конечную энергию нейтрино  $E$  через коэффициент Бьёркена  $y$  по формуле (4.1), можно переписать выражение для дифференциального сечения

$$\frac{d^2\sigma_{\nu T \rightarrow \nu X}(E', \Omega')}{dE d\Omega} = \frac{1}{1-y} \frac{d^2\sigma_{\nu T \rightarrow \nu X}(E', \Theta)}{dE' d\Omega'}, \quad (4.23)$$

где  $\Theta$  – это относительный угол рассеяния, который определяется выражением

$$\cos \Theta = \cos \theta \cos \theta' - \sin \theta \sin \theta' \cos(\phi - \phi'), \quad (4.24)$$

где  $\theta, \phi$  есть зенитный и азимутальный угол соответственно телесного угла  $\Omega$  потока нейтрино, их штрихованные значения - углы, относящиеся к нейтрино, имеющие первоначально телесный угол  $\Omega'$ . Учитывая инвариантное равенство

$$\frac{d^2\sigma_{\nu T \rightarrow \nu X}(E', \Theta)}{dE' d\Omega'} = \frac{d^2\sigma_{\nu T \rightarrow \nu X}(y, E_y, \Theta)}{dy d\Omega'}, \quad (4.25)$$

запишем преобразованное уравнение переноса

$$\frac{\partial F_\nu(E, \Omega, x)}{\partial x} = \frac{1}{\lambda_\nu(E)} \left[ \int_0^1 \int_{4\pi} F_\nu(E_y, \Omega', x) \Psi_\nu(y, E, \Theta) \frac{dy d\Omega'}{1-y} - F_\nu(E, \Omega, x) \right], \quad (4.26)$$

где

$$\sum_T N_T \frac{d\sigma_{\nu T \rightarrow \nu X}(y, E_y, \Theta)}{dy d\Omega'} = \Psi_\nu(y, E, \Theta) \sum_T N_T \sigma_{\nu T}^{tot}(E). \quad (4.27)$$

Здесь введено аналогичное обозначение ”функции регенерации”  $\Psi_\nu(y, E, \Theta)$  для случая зависимости от углов прилёта, как и в формуле (4.8). Разложим функцию потока  $F_\nu(E, \Omega, x)$  по сферическим функциям и  $\Psi_\nu(y, E, \Theta)$  по

полиномам Лежандра

$$F_\nu(E, \Omega, x) = \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=-l}^l F_l^m(E, x) Y_l^m(\Omega), \quad (4.28)$$

$$\Psi_\nu(y, E, \Theta) = \sum_{l=0}^{\infty} \xi_l(y, E) P_l(\cos \Theta). \quad (4.29)$$

Далее мы предполагаем, что поток атмосферных нейтрино будет зависеть только от зенитного угла прилёта  $\theta$ , что, в целом, соответствует действительности для ШАЛ. Подставляем разложения (4.28), (4.29) в (4.26) и используем теорему разложения для полиномов Лежандра

$$P_l(\cos \Theta) = \frac{4\pi}{2l+1} \sum_{m=-l}^l Y_l^{*m}(\theta', \phi) Y_l^m(\theta, \phi), \quad (4.30)$$

где звёздочка сверху означает знак комплексного сопряжения. Вводя обозначение

$$\zeta_l(y, E) = \frac{4\pi}{2l+1} \xi_l(y, E) \quad (4.31)$$

и учитывая свойство ортонормированности сферических функций, получим

$$\sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=-l}^l \left\{ \frac{\partial F_l^m(E, x)}{\partial x} - \frac{1}{\lambda_\nu(E)} \left[ \int_0^1 F_l^m(E_y, x) \zeta_k(y, E) \frac{dy}{1-y} - F_l^m(E, x) \right] \right\} Y_l^m(\Omega) = 0. \quad (4.32)$$

Умножая уравнение (4.32) на  $Y_n^k(\Omega)$  и интегрируя по всему единичному объёму  $\Omega$ , получаем

$$\frac{\partial F_n^k(E, x)}{\partial x} = \frac{1}{\lambda_\nu(E)} \left[ \int_0^1 F_n^k(E_y, x) \zeta_n(y, E) \frac{dy}{1-y} - F_n^k(E, x) \right]. \quad (4.33)$$

Осталось только заметить, что все решения уравнения (4.33) с фиксированным  $n$  имеют одинаковый вид вне зависимости от  $k$ . Поэтому

этот индекс мы можем опустить. Окончательно получаем

$$\frac{\partial F_n(E, x)}{\partial x} = \frac{1}{\lambda_\nu(E)} \left[ \int_0^1 F_n(Ey, x) \zeta_n(y, E) \frac{dy}{1-y} - F_n(E, x) \right]. \quad (4.34)$$

Сравнивая получившееся уравнение (4.34) с (4.6), замечаем, что они полностью идентичны друг другу по своей форме с точностью до обозначений. Поэтому для последующего интегрирования уравнения (4.34) мы можем применить метод ” $\mathcal{Z}$  – фактора”, который был подробно разобран в предыдущем разделе.

## 5. Моделирование потоков атмосферных нейтрино

Рассмотрение произведено для начального потока мюонных нейтрино и антинейтрино ( $\nu_\mu + \bar{\nu}_\mu$ ), однако его можно применить и для нейтрино других ароматов, введя соответствующие поправки в исходные данные. В качестве начального спектра атмосферных мюонных нейтрино был взят расчёт из [16], выполненный для эксперимента ВАИКАЛ-GVD, с использованием модели адрон-ядерных взаимодействий Кимеля-Мохова (КМ) [17] и модели спектра космических лучей Хилласа [18] и Гайссера [19] (НЗа). График спектра, усреднённого по углам прилёта, приведён на рисунке 5.1. В качестве рабочей среды выбрана вода, а центрами рассеяния являются нуклоны молекулы воды. Для вычисления дифференциальных сечений взаимодействия мюонных нейтрино с нуклонами, расчёт которых был получен В.А. Наумовым и К.С. Кузьминым [20], используется пакет Deep inelastic scattering (сокращённо DIS) коллаборации ВАИКАЛ-GVD, необходимые партонные функции плотности были взяты из библиотеки CERN PDFLIB [21].

### 5.1. Поток нейтрино, усреднённый по телесным углам

Следуя разделу 4.2., для начала приведём моделирование для начального потока нейтрино  $F_\nu^0(E)$ , усреднённого по зенитным углам прилёта, чтобы можно было углядеть основные закономерности модели, которые могут потеряться за техническими сложностями трёхмерной картины. Расчёт функции потока атмосферных мюонных нейтрино  $\nu_\mu$  проведён в энергетическом диапазоне  $10 \div 10^8$  ГэВ для глубин от 0 до  $10^{11}$  г/см<sup>2</sup>. Максимальная глубина в своём порядке соответствует глубине Земли в её диаметре. Программа состоит из двух классов, в одном из которых происходит расчёт ”функции регенерации”  $\Phi_\nu(y, E)$

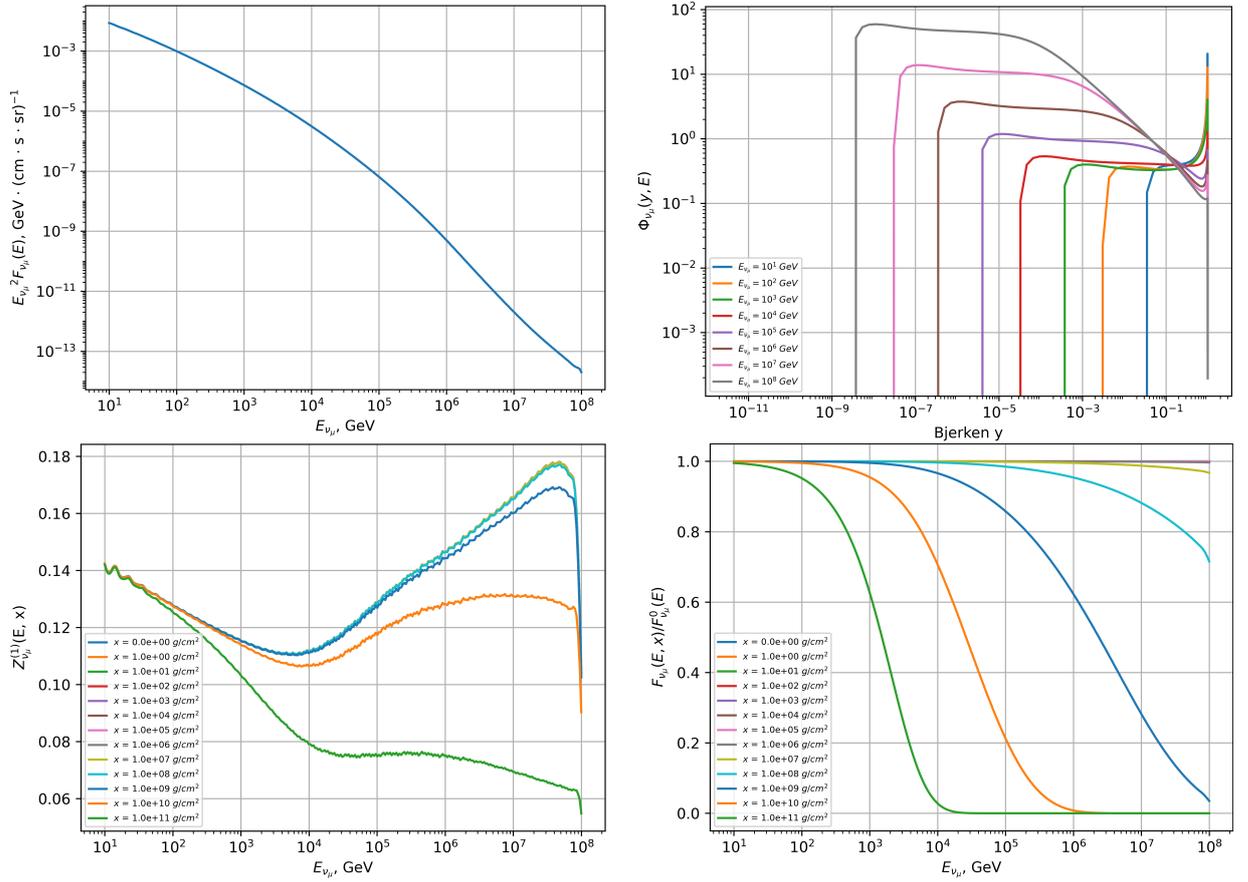


Рис. 5.1: Слева сверху: начальный спектр атмосферных мюонных нейтрино  $E_{\nu_\mu}^2 F_{\nu_\mu}^0(E)$ . Справа сверху: график зависимости "функции регенерации"  $\Phi_{\nu_\mu}(y, E)$  от бьёркеновской переменной  $y$  для разных значений энергии нейтрино. Слева снизу: зависимость функции "Z – фактора" от энергии нейтрино, значения глубины растут сверху вниз. Начальная глубина, равная  $0 \text{ г/см}^2$ , соответствует нулевому приближению  $Z_{\nu_\mu}^0(E)$ . Справа снизу: отношение потока атмосферных мюонных нейтрино на глубине  $x$  к начальному спектру нейтрино  $F_{\nu_\mu}(E, x)/F_{\nu_\mu}^0(E)$

и запись таблицы данных в файл, а во втором выполняется расчёт функции "Z – фактора" нулевого и первого порядка. По полученным значениям вычисляется зависимость потока атмосферных нейтрино от глубины и энергии. В программе также реализовано построение соответствующих графиков. Так, для нашей модели приведём графики зависимости "функции регенерации" от бьёркеновской переменной  $y$ , зависимость функции "Z – фактора" от энергии нейтрино  $E_{\nu_\mu}$ , а также отношение потока атмосферных мюонных нейтрино  $F_{\nu_\mu}(E, x)$  на глубине  $x$  к начальному спектру нейтрино  $F_{\nu_\mu}^0(E)$  (Рисунок 5.1). Из графика зависимости "Z – фактора" от энергии видно, что его первое приближение

$Z_\nu^{(1)}(E_\nu, x)$  является монотонно убывающей функцией с глубиной для любого фиксированного значения энергии. Как видно из нижних графиков рисунка 5.1, для низких энергий и небольших глубин в приведённом диапазоне нулевое приближение  $Z_\nu^0(E)$  с достаточной точностью совпадает с  $Z_\nu^{(1)}(E, x)$ . Так, например, для энергии  $E_{\nu_\mu} = 10^4$  ГэВ и глубины  $x = 10^6$  г/см<sup>2</sup> получаем

$$1 - \frac{Z_\nu^{(1)}}{Z_\nu^0} \simeq 0.7 \times 10^{-6}. \quad (5.1)$$

Для глубин  $10^7 \div 10^{11}$  г/см<sup>2</sup> уже видно заметное уменьшение потоков нейтрино с ростом энергии, что влечёт необходимость использовать в расчётах  $Z_\nu^{(1)}(E, x)$ .

## 5.2. Поток нейтрино в зависимости от телесного угла

Рассмотрим теперь случай вклада в поток нейтрино с фиксированной энергией  $E$  и телесным углом прилёта  $\Omega$ . Диапазоны энергий нейтрино и глубин остаются прежними. В результате прогонки схемы, предложенной в разделе 4.3., для порядков разложения функции  $\Psi_\nu(y, E, \Theta)$  по формуле (4.29) до 110 включительно, был оценён максимальный порядок этого разложения. Его значение оказалось равным 60 в узкой области энергий, в остальной области чувствуется доминирование порядков 30 и ниже (Рисунок 5.2). Нетрудно заметить преобладание чётных порядков над нечётными, что можно легко уследить в поведении функции  $\eta_\nu(y, E)$  (4.14). Всё дело в небольшой разнице угла наклона функций коэффициентов разложения потока  $F_n^0(E)$  для чётных и нечётных порядков, наклон нечётных коэффициентов оказывается чуть большим, чем у чётных, что ведёт к заметному уменьшению функции  $\eta_\nu(y, E)$ . Вследствие чего наблюдается просадка для нечётных порядков на графике для ” $\mathcal{Z}$  – фактора”, в частности, при энергиях  $10^4 \div 10^5$  ГэВ это особенно заметно. Появление доминирующих нечётных порядков, да и в целом непостоянность порядка при высоких энергиях в рассматриваемом диапазоне, можно связать с бóльшей погрешностью вычислений в этой

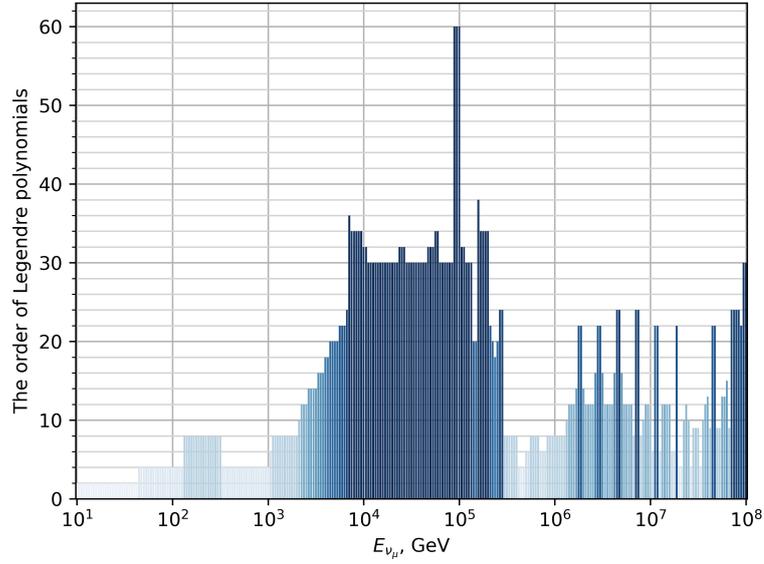


Рис. 5.2: Доминирующие порядки полиномов Лежандра в разложении дифференциального сечения взаимодействия нейтрино с нуклонами (4.29) в зависимости от энергии нейтрино.

области, вызванной быстро осциллирующим поведением подынтегральных функций в формулах вычисления коэффициентов разложения (4.28), (4.29), а также с обрезанием функции потока при  $E = 10^8$  ГэВ. На следующих двух страницах приведены графики потока атмосферных мюонных нейтрино  $F_{\nu_\mu}(E, \Omega, x)$  в зависимости от косинуса зенитного угла прилёта  $\cos(\theta)$  для различных диапазонов энергии при фиксированной глубине  $x$  (Рисунок 5.3), а также в зависимости от косинуса зенитного угла и глубины при фиксированных энергиях (Рисунок 5.4). Характерный вид графиков по оси косинуса зенитного угла связан с особенностью разложения функции потока по сферическим функциям  $Y_l^m(\Omega)$ .

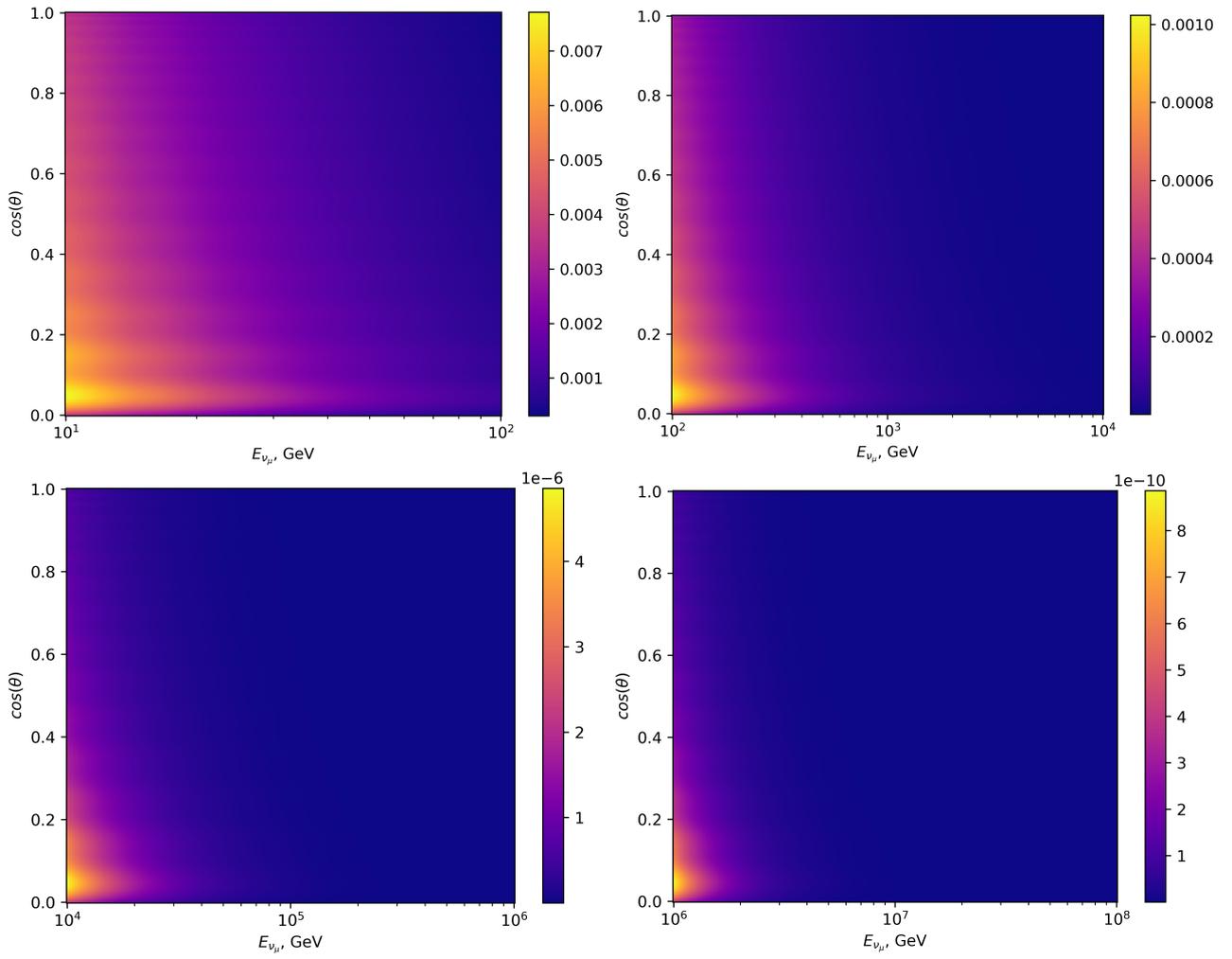


Рис. 5.3: Графики зависимости функции потока  $E_{\nu_\mu}^2 F_{\nu_\mu}^0(E)$  от косинуса зенитного угла для различных диапазонов энергии при нулевой глубине  $x = 0$  Г/см<sup>2</sup>.

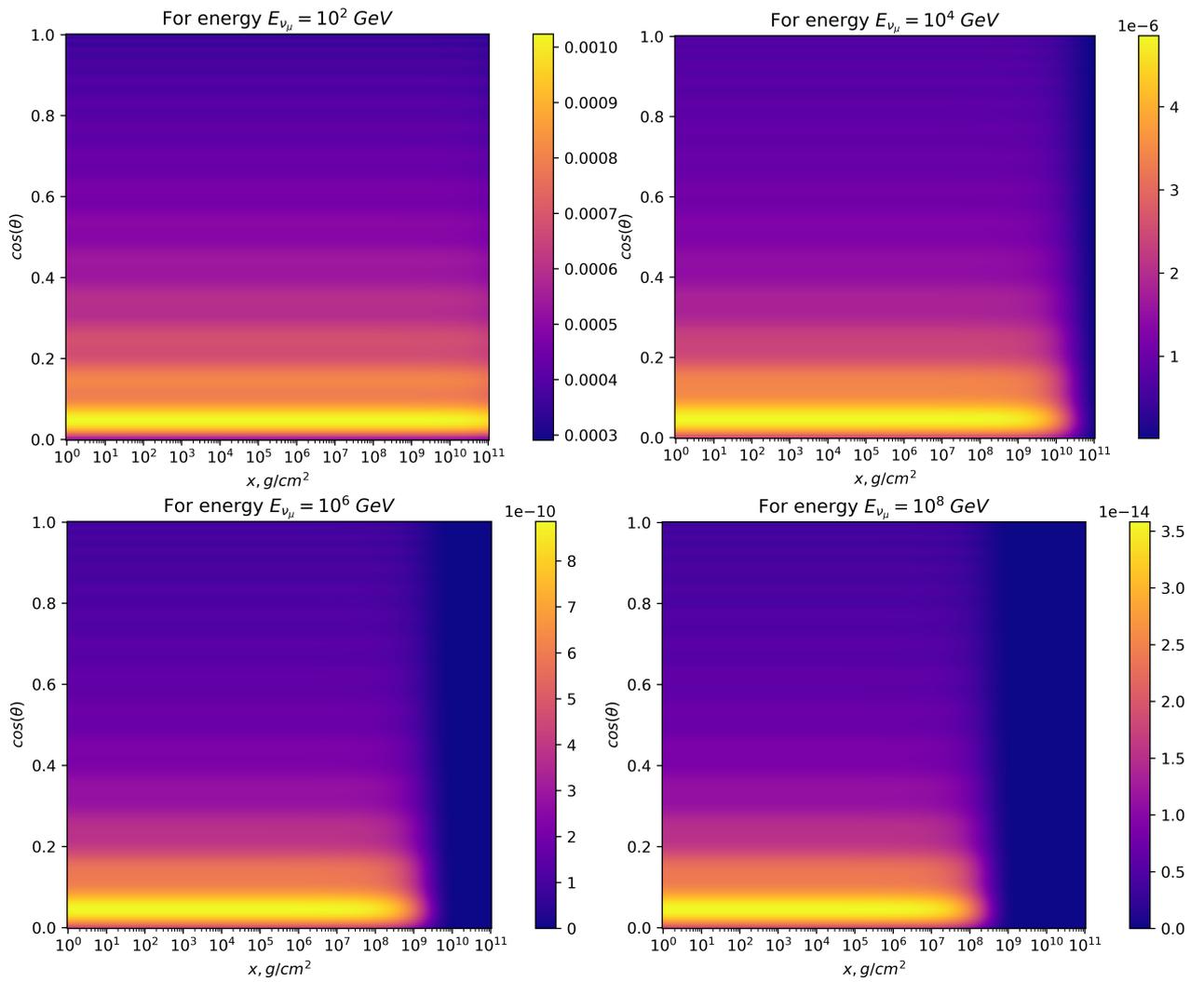


Рис. 5.4: Графики зависимости функции потока  $E_{\nu_\mu}^2 F_{\nu_\mu}^0(E)$  от косинуса зенитного угла и глубины при различных энергиях.

## ВЫВОДЫ

В ходе данной работы был развит метод "Z – фактора" на общий случай зависимости потока атмосферных нейтрино от телесного угла прилёта. Предпосылкой к данному обобщению является зависимость начального спектра атмосферных нейтрино от зенитного угла, в то время как от азимутального угла проявляется его независимость. Основопологающей идеей предложенного способа является сведение исходного уравнения переноса в случае зависимости от угла прилёта к совокупности уравнений переноса для одномерного случая. Такая преимущество происходит через разложение функции потока и дифференциального сечения взаимодействия нейтрино в ряд по сферическим функциям и полиномам Лежандра соответственно. Коэффициенты этих разложений как раз и будут удовлетворять одномерным уравнениям переноса. Следуя этому методу, был оценён максимальный порядок разложения дифференциального сечения взаимодействия нейтрино с нуклонами среды, который оказался достаточно велик, что может быть связано с невысокой точностью интегрирования быстро осциллирующих функций. Этот же порядок обрезает ряд в разложении потока атмосферных нейтрино по сферическим функциям. Произведя прогонку метода, изложенного в разделе 4.2., для каждого порядка, были получены функции "Z – фактора" в первом приближении и соответствующие им коэффициенты разложения потока нейтрино. В результате были построены тепловые карты зависимости потока атмосферных мюонных нейтрино от косинуса зенитного угла прилёта, энергии и глубины. Для сравнения также произведён расчёт тех же величин в случае усреднённого по телесным углам прилёта потока атмосферных мюонных нейтрино.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

С точки зрения экспериментов на нейтринных телескопах, атмосферные нейтрино являются источником естественного неснижаемого фона, что существенно усложняет регистрацию астрофизических нейтрино. Для того чтобы была возможность отсеивать события, связанные с атмосферными нейтрино, необходимо знать поток атмосферных нейтрино, который детектируется в эксперименте. С другой стороны, поток атмосферных нейтрино является одной из компонент широкого атмосферного ливня, теоретическое описание которого в достаточной степени развито, благодаря чему этот поток может быть эффективно использован в качестве калибровочного потока нейтрино. Кроме того, поиск мгновенных нейтрино также является важной научной задачей.

Данная работа может быть использована в эксперименте ВАИКАЛ-GVD для моделирования потоков атмосферных нейтрино, играющих роль фона, в то время как основной задачей нейтринного телескопа является определение энергии и телесного угла прилёта астрофизических нейтрино. В качестве исходных данных были взяты расчёты начального спектра атмосферных мюонных нейтрино и дифференциального сечения взаимодействия нейтрино с нуклонами, произведённые в рамках коллаборации ВАИКАЛ-GVD и учитывающие особенности эксперимента. Также стоит отметить одно из преимуществ описанного метода "Z – фактора", а именно его полуаналитическую форму, что позволяет ему, при изменении соответствующих начальных данных, быть применённым в других подобных экспериментах, в которых важен явный вид потоков атмосферных нейтрино.

В результате проведённой работы были получены следующие результаты:

- развит метод "Z – фактора" на случай зависимости исходного потока от телесного угла;
- построено уравнение переноса нейтрино с фиксированной энергией и телесным углом прилёта, получено его решение методом "Z – фактора";
- написан пакет, производящий вычисление потоков атмосферных нейтрино и легко масштабирующийся в зависимости от начальных данных;
- оценён максимальный порядок разложения дифференциального сечения взаимодействия нейтрино с нуклонами по полиномам Лежандра, произведён численный расчёт "Z – фактора" в нулевом и первом приближениях;
- получен явный вид потока атмосферных нейтрино в зависимости от глубины, энергии и зенитного угла прилёта. Построены соответствующие графики.

Студент \_\_\_\_\_ Завьялов С.И.  
подпись студента

Научный руководитель \_\_\_\_\_ Наумов Д.В.  
подпись научного руководителя

Зав. кафедрой  
академик РАН \_\_\_\_\_ Матвеев В.А.  
подпись зав. кафедрой

« \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 2022 г.

## СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. C.L. Cowan, JR., F. Reines, F.B. Harrison, H.W. Kruse and A.D. McGuire. Detection of the Free Neutrino: a Confirmation // SCIENCE, 20 Jul 1956, Vol 124, Issue 3212, pp. 103-104, DOI: 10.1126/science.124.3212.103
2. V.A. Bednyakov, D.V. Naumov. The White Book. JINR Neutrino program // <https://dlnp.jinr.ru/en/component/edocman/topical-plan/the-white-book>
3. I. Belolaptikov Zh.-A. Dzhilkibaev. Neutrino Telescope in Lake Baikal: Present and Nearest Future // 37th International Cosmic Ray Conference (ICRC 2021), July 12th – 23rd, 2021, DOI: <https://doi.org/10.22323/1.395.002>
4. R.U. Abbasi et al. First Observation of the Greisen-Zatsepin-Kuzmin Suppression // Phys. Rev. Lett. 100, 101101 – Published 10 March 2008, DOI: <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.100.101101>
5. E.Parizot (for the Auger Collaboration). The Pierre Auger Observatory: status, results and perspective // Invited talk at the International Symposium on Astronomy and Astrophysics of the Extreme Universe, March 22-23, 2007, RIKEN, Tokyo (Japan), DOI: <https://doi.org/10.48550/arXiv.0709.2500>
6. В.С. Мурзин. Астрофизика космических лучей. Учебное пособие для вузов. - М.: Университетская книга; Логос, 2007. - 488 с. ISBN 978-5-98704-171-6
7. Л.И. Мирошниченко. Большая российская энциклопедия // <http://bre.mkrf.ru/physics/text/4943292>.

8. J.A. Formaggio, G.P. Zeller. From eV to EeV: Neutrino cross sections across energy scales // *Reviews of modern physics*, volume 84, july–september 2012, DOI: [10.1103/RevModPhys.84.1307](https://doi.org/10.1103/RevModPhys.84.1307)
9. A.G. Cocco, G. Mangano, M. Messina. Probing Low Energy Neutrino Backgrounds with Neutrino Capture on Beta Decaying Nuclei // *JCAP* 0706:015, 2007, *J.Phys.Conf.Ser.*110:082014, 2008, arXiv:hep-ph/0703075
10. S.L. Glashow. Resonant Scattering of Antineutrinos // *Phys. Rev.* 118, 316, 1 April 1960, DOI: <https://doi.org/10.1103/PhysRev.118.316>
11. Berezhinsky, V. S., and A. Z. Gazizov, *JETP Lett.* 25, 254, 1977
12. R. Gandhi, C. Quigg, M.H. Reno, I. Sarcevic. Ultrahigh-energy neutrino interactions // *Astroparticle Physics* Volume 5, Issue 2, Pages 81-110, August 1996
13. V.A. Naumov, L. Perrone. Neutrino Propagation Through Matter // *Astropart.Phys.*10:239-252, 1999, DOI: <https://doi.org/10.1016/S0927-6505%2898%2900046-2>
14. A.M. Dziewonski, D.L. Anderson. Preliminary reference earth model // *Phys. Earth Planet. Interiors*, 1981, T. 25, C. 297–356, DOI: [10.1016/0031-9201\(81\)90046-7](https://doi.org/10.1016/0031-9201(81)90046-7).
15. V.A. Naumov and T.S. Sinegovskaya. Simple method for solving transport equations describing the propagation of cosmic-ray nucleons in the atmosphere // *Phys. At. Nucl.* 63, 1927 (2000), DOI: <https://doi.org/10.1134/1.1335089>
16. T.S. Sinegovskaya, A.D. Morozova, S.I. Sinegovsky. High-energy neutrino fluxes and flavor ratio in the Earth’s atmosphere // *Physical review D* 91, 063011, 2015, DOI: [10.1103/PhysRevD.91.063011](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.91.063011)
17. A.N. Kalinovsky, N.V. Mokhov, Yu.P. Nikitin. *Passage of High-Energy Particles through Matter* // American Institute of Physics, New York, 1989
18. A.M. Hillas. *Cosmic Rays: Recent Progress and some Current Questions* // arXiv:astro-ph/0607109v2.

19. T.K. Gaisser. Spectrum of cosmic-ray nucleons, kaon production, and the atmospheric muon charge ratio // *Astroparticle Physics*, volume 35, Issue 12, July 2012, Pages 801-806, DOI: <https://doi.org/10.1016/j.astropartphys.2012.02.010>
20. K.S. Kuzmin. Neutrino scattering off nucleons and polarization of charged leptons in quasielastic reactions // Ph.D. Thesis, JINR, Dubna, 2009/04/01 (Ph.D. Thesis advisor V.A. Naumov, BLTP JINR).
21. H. Plathow-Besch. PDFLIB: A Library of all available parton density functions of the nucleon, the pion and the photon and the corresponding alpha-s calculations // *Comput.Phys.Commun.* 75, 1993, 396-416, DOI: [10.1016/0010-4655\(93\)90051-D](https://doi.org/10.1016/0010-4655(93)90051-D)