

# ВКЛАД ТОРМОЗНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ ДЛЯ ПРОЦЕССОВ РОЖДЕНИЯ ФОТОННОЙ ПАРЫ И ОДИНОЧНОГО W-БОЗОНА В СПИНОРНОМ ФОРМАЛИЗМЕ

Студент магистрант: Кампф А. А.

Научный руководитель: д.ф.-м.н. Калиновская Л. В.

Научный консультант: к.ф.-м.н. Дыдышко Е. В.

Кафедра физики элементарных частиц  
физического факультета МГУ

Лаборатория ядерных проблем ОИЯИ



26 мая 2023



## Цель и положения выносимые на защиту

Вычисление спиральных амплитуд жесткого тормозного излучения для процессов рождения фотонной пары и одиночного  $W$ -бозона с помощью спинорного исчисления.

- В среду **SANC** внедрено аналитическое вычисление спиральных амплитуд жесткого тормозного излучения для процессов  $l^+l^- \gamma\gamma(\gamma) \rightarrow 0$  и  $pp[p\bar{p}]W^\pm \rightarrow 0$ , где  $W^+ \rightarrow l^+\bar{\nu}_l$  и  $W^- \rightarrow l^-\nu_l$ .
- Создан и внедрен в **ReneSANCe** и **MCSANCee** модуль для численного расчета жесткого тормозного излучения для канала  $l^+l^- \rightarrow \gamma\gamma(\gamma)$ .
- Проведенное согласованное сравнение **MCSANCee**, **ReneSANCe** с другими программными продуктами **CalcHEP**, **WHIZARD** показало достоверность вычислений, полученных с помощью этого модуля.
- Численные результаты, полученные Монте-Карло инструментами **SANC**, использованы для улучшения предсказательной способности оценки светимости будущих ускорителей.
- Изучено влияние степени поляризации начального состояния и получены теоретические предсказания для сечений и асимметрий для кинематических ограничений и условий ускорителя ILC.

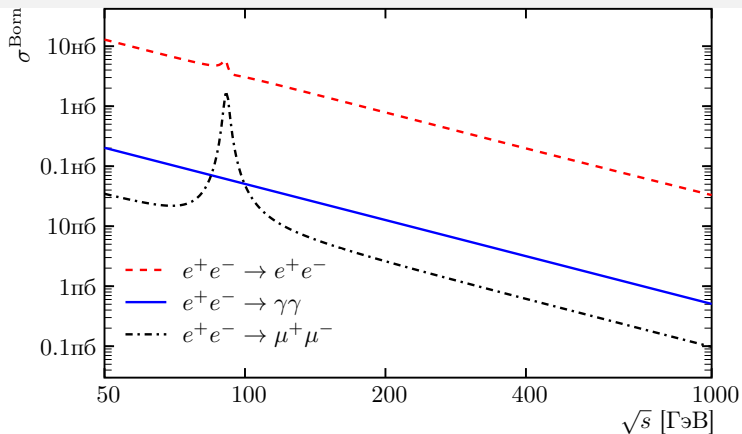
## Актуальность рассматриваемых процессов

- Рождение фотонной пары:  $e^+e^- \rightarrow \gamma\gamma(\gamma)$  [1–3]

Оценка светимости ускорителей [Physics Performance meeting – (20 Марта 2023)] (FCC , CEPC , ILC , CLIC ); фоновый процесс для поисков темной материи, экзотических распадов  $Z, H$  ...

- Заряженный ток процесса Дрелла–Яна (3Т Дрелла-Яна):  $pp[p\bar{p}] \rightarrow l^\pm \nu_{l^\mp}(\gamma)$  [4] Оценка наблюдаемых асимметрий  $A_L, A_{LL}$  для ускорителей типа RHIC, NICA; изучение спиральной структуры протонов ...

## Сечение рассеяния ( $\sigma^{\text{Born}}$ ) стандартных процессов для оценки светимости



Стандартные процессы для оценки светимости: Баба  $e^+e^- \rightarrow e^+e^-$  [5] и рождение мюонной пары  $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$  [6],  $e^+e^- \rightarrow \gamma\gamma$ .

## Актуальность рассматриваемых процессов

- Рождение фотонной пары:  $e^+e^- \rightarrow \gamma\gamma(\gamma)$  [1–3]  
Оценка светимости экспериментов [Physics Performance meeting – (20 Марта 2023)] (FCC , CEPC , ILC , CLIC ); фоновый процесс для экзотических распадов  $Z, H$ , темной материи ...
- Заряженный ток процесса Дрелла-Яна (3Т Дрелла-Яна):  $pp[p\bar{p}] \rightarrow l^-\nu_l/l^+\bar{\nu}_l$  [4]  
Оценка наблюдаемых асимметрий  $A_L, A_{LL}$  для ускорителей типа RHIC , NICA ; изучение спиральной структуры протонов ...

### Рождение фотонной пары

- Теоретическая точность однопетлевого уровня не ограничена неопределенностью адронного вклада.
- Четкая сигнатура при больших углах.

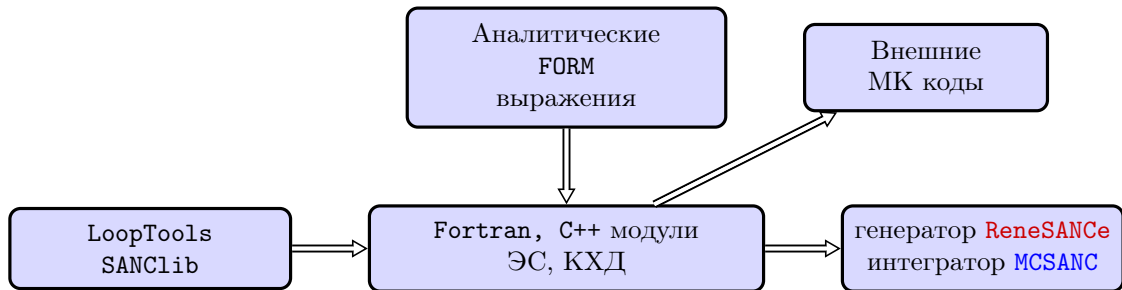
### Заряженный ток Дрелла-Яна

Является хорошим инструментом для исследования спиральной структуры нуклонов [7–13], поскольку  $W^\pm$  бозоны естественным образом выбирают левые кварковые и правые антикварковые состояния.

- **Эксперименты конца 20-го и начала 21-го века:** LEP [14–16], HERA [17], SMC [18], Tevatron [19] и др.  
**Программная поддержка:** ZFITTER [20]; DIZET [21]; TOPAZO [22–24]; KORALZ [25]; TAUOLA [26]; ALIBABA [27, 28]; KKMC [29–31], BHLUMI [32], BHWIDE [33] и BHAGENE3 [34] – МК генераторы; и др. [35]
- **Текущие и будущие эксперименты:** LHC , HL-LHC [36], FCC [37], CEPC [38, 39], ILC [40], CLIC [41],  $\mu$  Collider [42, 43].  
**Возможная программная поддержка МК генераторы и интеграторы:** WHIZARD [44, 45]; CompHEP [46, 47]; CalcHEP [48]; MCSANC [49, 50]; ReneSANCe [51]; KKMC [29–31]; BHLUMI [32]; BabaYaga [52–56]; POWHEG [57–59]; HERWIG [60]; Horace [61–66]; WINHAC [67]; WGRAD [68] и ZGRAD [69]; и др.

# Система SANC – Support of Analytical and Numerical Calculations for experiments at colliders

Система SANC предназначена для теоретической оценки наблюдаемых и псевдонаблюдаемых (сечений, асимметрий ...). Точность оценки – однопетлевой уровень и выше. Начальные состояния с которыми работают генератор **ReneSANCe** и интегратор **MCSANC** :  $e^+e^-$ ,  $pp$ ,  $p\bar{p}$ .



## Структура сечения

Полное однопетлевое сечение состоит из следующих вкладов:

$$\sigma^{\text{one-loop}} = \sigma^{\text{Born}} + \sigma^{\text{virt}}(\lambda) + \sigma^{\text{soft}}(\lambda, \bar{\omega}) + \sigma^{\text{hard}}(\bar{\omega}),$$

$\sigma^{\text{Born}}$  – борновское сечение рассеяния,  $\sigma^{\text{virt}}$  – виртуальные(петлевые) поправки,  $\sigma^{\text{soft(hard)}}$  – вклад от мягкого(жесткого) излучения фотонов ( $E_\gamma > \bar{\omega}$  для жестких фотонов).

- Для вычисления вкладов используется процедурный подход.
- Каждый вклад поляризован; вычисление сечения через спиральные амплитуды.
- Есть возможность получить отдельно КЭД и слабый вклады.
- $\bar{\omega}$  и  $\lambda$  сокращаются после суммирования.

Сечение рассеяния для пучков с продольной поляризацией может быть представлено в следующем виде:

$$\sigma(P_{f^+}, P_{f^-}) = \frac{1}{4} \sum_{\chi_1, \chi_2} (1 + \chi_1 P_{f^+})(1 + \chi_2 P_{f^-}) \sigma_{\chi_1 \chi_2},$$

где  $\chi_i = \pm 1$  («+» – правая и «-» – левая спиральности),  $f^\pm$  – лептоны, кварки.



- Для процесса рождения фотонной пары при столкновении поляризованных электрона и позитрона,  $\sigma_{\chi_1\chi_2}^{\text{hard}}$  имеет следующий вид:

$$\sigma_{\chi_1\chi_2}^{\text{hard}} = \frac{\alpha^3}{192\pi s^2 \beta_e} \int_0^{s-2\sqrt{s\bar{\omega}}} (s-s') ds' \int_{-1}^1 d\cos\theta_3 \int_0^{2\pi} d\phi_3 \times$$

$$\int_{-1}^1 d\cos\theta_5 \int_0^{2\pi} \frac{d\phi_5}{2\pi} |\mathcal{H}_{\chi_1\chi_2}^{\text{hard}}|^2 \Theta.$$

- Для ЗТ Дрелла-Яна:

$$\sigma_{\chi_1\chi_2}^{\text{hard}} = \frac{\alpha^3}{32\pi s} \frac{1}{\sqrt{\lambda_i}} \int_{m_4^2}^{s-2\sqrt{s\bar{\omega}}} \frac{\sqrt{\lambda_f}(s-s')}{s'} ds' \int_{-1}^1 d\cos\theta_3 \int_0^{2\pi} d\phi_3 \times$$

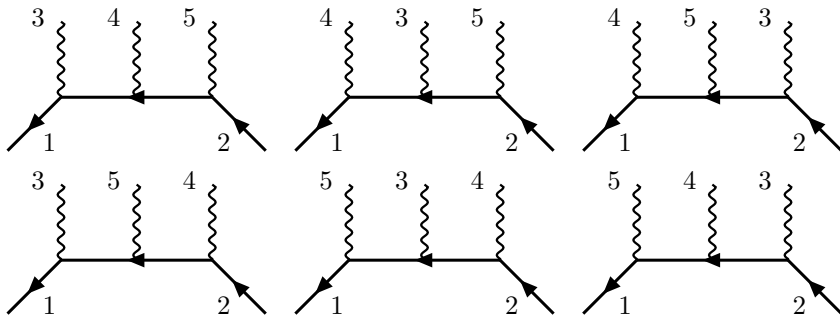
$$\int_{-1}^1 d\cos\theta_5 \int_0^{2\pi} \frac{d\phi_5}{2\pi} |\mathcal{H}_{\chi_1\chi_2}^{\text{hard}}|^2 \Theta.$$

Здесь введены следующие обозначения:  $p_1$  и  $p_2$  — импульсы начальных частиц (соответственно  $e^+$  и  $e^-$  для процесса рождения фотонной пары,  $u$  и  $d$  кваркам для ЗТ Дрелла–Яна),  $p_3$ ,  $p_4$  и  $p_5$  — импульсы конечных частиц (соответственно трем конечным фотонам в случае процесса рождения фотонной пары,  $\nu$ ,  $\ell$  и  $\gamma$  в случае ЗТ Дрелла–Яна),  $s = (p_1 + p_2)^2$ ,  $s' = (p_3 + p_4)^2$ ,  $\beta_e = \sqrt{1 - 4m_e^2/s}$ ,  $\lambda_f = \lambda(s', m_3^2, m_4^2)$  и  $\lambda_i = \lambda(s, m_1^2, m_2^2)$  — треугольные функции,  $\alpha$  — постоянная тонкой структуры,  $\vartheta_5$  — угол между  $\mathbf{p}_1$  и  $\mathbf{p}_5$  в лабораторной системе,  $\vartheta_3$  — угол между  $\mathbf{p}_3$  и  $\mathbf{p}_5$  в системе покоя пары объединенных ( $p_3p_4$ ),  $\phi_3$  — азимутальный угол  $p_3$  в системе покоя пары объединенных ( $p_3p_4$ ),  $\Theta$  — равна 0 в области, исключенной кинематическими ограничениями, и 1 в противном случае.

$$|\mathcal{H}_{\chi_1\chi_2}^{\text{hard}}|^2 = \sum_{\chi_3, \chi_4, \chi_5} |\mathcal{H}_{\chi_1\chi_2\chi_3\chi_4\chi_5}^{\text{hard}}|^2,$$

$\mathcal{H}_{\chi_1\chi_2}$  — обозначение спиральных амплитуд процесса  $l^+l^-\gamma\gamma\gamma \rightarrow 0$  или  $\bar{u}dc\bar{s}\gamma \rightarrow 0$ , развернутых в первом случае в канал  $e^+e^- \rightarrow \gamma\gamma\gamma$ , во втором в один из каналов  $u\bar{d} \rightarrow \nu_\mu\mu^+\gamma$  или  $\bar{u}d \rightarrow \bar{\nu}_\mu\mu^-\gamma$ .

## Жёсткое тормозное излучение для $e^+e^-\gamma\gamma(\gamma) \rightarrow 0$



$$e^+(p_1, \chi_1) + e^-(p_2, \chi_2) + \gamma(p_3, \chi_3) + \gamma(p_4, \chi_4) + \gamma(p_5, \chi_5) \rightarrow 0$$

$p_i$  – импульсы частиц;  $\chi_i$  – спиральности частиц.

$$\begin{aligned} \mathcal{A} = & \bar{v}_1 \varepsilon_3 \frac{1}{p_{13}} \varepsilon_4 \frac{1}{p_{25}} \varepsilon_5 u_2 + \bar{v}_1 \varepsilon_4 \frac{1}{p_{14}} \varepsilon_3 \frac{1}{p_{25}} \varepsilon_5 u_2 + \bar{v}_1 \varepsilon_4 \frac{1}{p_{14}} \varepsilon_5 \frac{1}{p_{23}} \varepsilon_3 u_2 \\ & + \bar{v}_1 \varepsilon_3 \frac{1}{p_{13}} \varepsilon_5 \frac{1}{p_{24}} \varepsilon_4 u_2 + \bar{v}_1 \varepsilon_5 \frac{1}{p_{15}} \varepsilon_3 \frac{1}{p_{24}} \varepsilon_4 u_2 + \bar{v}_1 \varepsilon_5 \frac{1}{p_{15}} \varepsilon_4 \frac{1}{p_{23}} \varepsilon_3 u_2 \end{aligned}$$

$\bar{v}_1, u_2$  – спиноры  $e^+$  и  $e^-$ ;  $\varepsilon_i = \not{\epsilon}_i$ ;  $\dot{p}_{ij} = \not{p}_{ij} - m_{ij} = \not{p}_i + \not{p}_j - (m_i + m_j)$

# Основные моменты аналитического вычисления амплитуды $\mathcal{A}$

Уравнение Дирака и используемые обозначения

$$\begin{aligned}\dot{p}_i u_i &= 0, & \dot{p}_i v_i &= 0, \\ \dot{p}_i &= \not{p}_i + m_i, & \dot{p}_i &= \not{p}_i - m_i, \\ \{\gamma^\mu, \gamma^\nu\} &= 2g^{\mu\nu} \rightarrow \dot{p}_i \dot{p}_j + \dot{p}_j \dot{p}_i = 2\dot{p}_i \cdot \dot{p}_j, \\ \dot{p}_i \cdot \dot{p}_j &= p_i \cdot p_j - m_i m_j, \\ p_{i\dots j} &= p_i + \dots + p_j, & z_{i\dots j} &= \dot{p}_{i\dots j} \cdot \dot{p}_{i\dots j} = p_{i\dots j}^2 - (m_i + \dots + m_j)^2.\end{aligned}$$

Тензор Максвелла

$$\begin{aligned}\sigma^{\mu\nu} &= \frac{1}{2}(\gamma^\mu \gamma^\nu - \gamma^\nu \gamma^\mu) = -\sigma^{\nu\mu}, \\ \gamma^\mu \gamma^\nu &= \sigma^{\mu\nu} + g^{\mu\nu} = \gamma^\mu \wedge \gamma^\nu + g^{\mu\nu}, \\ \gamma^\nu \gamma^\mu &= -\sigma^{\mu\nu} + g^{\mu\nu} = \gamma^\nu \wedge \gamma^\mu + g^{\mu\nu},\end{aligned}$$

Для безмассовых частиц  $k \cdot \varepsilon = 0$  :

$$F_{\mu\nu} \sigma^{\mu\nu} \rightarrow F(k, \chi_k) = k \wedge \varepsilon(k, \chi_k) = k \varepsilon(k, \chi_k).$$

## Пример модификации слагаемого амплитуды

$$\begin{aligned} \dot{p}_1 \dot{q} + \dot{q} \dot{p}_1 &= 2(q \cdot p_1 + m_1 m_q) \\ \mathcal{A} &\sim \bar{v}_1 \varepsilon_3 \frac{1}{\dot{p}_{13}} \varepsilon_4 \frac{1}{\dot{p}_{25}} \varepsilon_5 u_2 = \bar{v}_1 \frac{(\dot{p}_1 \dot{q} + \dot{q} \dot{p}_1)}{2(p_1 \cdot q + m_1 m_q)} \varepsilon_3 \frac{1}{\dot{p}_{13}} \varepsilon_4 \frac{1}{\dot{p}_{25}} \varepsilon_5 u_2 \\ &= \bar{v}_1 \frac{\dot{q}}{2(p_1 \cdot q + m_1 m_q)} \frac{\dot{p}_1 \varepsilon_3}{4 p_1 \cdot p_3} \frac{\dot{p}_{13} \varepsilon_4 \dot{p}_{25} \varepsilon_5}{p_2 \cdot p_5} u_2, \quad q^\mu - \text{произвольный импульс.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (p_{245} + m) \varepsilon_4 (p_{25} + m) \varepsilon_5 u_2 &= (p_4 \varepsilon_4 + 2p_{25} \cdot \varepsilon_4 + \varepsilon_4 (-p_{25} + m)) (p_{25} + m) \varepsilon_5 u_2 \\ &= (2p_{25} \cdot \varepsilon_4 + F_4) (2p_2 \cdot \varepsilon_5 + F_5) u_2 - z_{25} \varepsilon_4 \varepsilon_5 u_2, \end{aligned}$$

$$\dot{p}_1 \varepsilon_3 (p_{245} + m) \varepsilon_4 (p_{25} + m) \varepsilon_5 u_2 = (2(p_{245} \cdot \varepsilon_3) + F_3) (2(p_{25} \cdot \varepsilon_4) + F_4) (2(p_2 \cdot \varepsilon_5) + F_5) u_2.$$

Скалярная часть  $\mathcal{A}_S$  амплитуды  $\mathcal{A}$  и вектор импульса  $q$

$\mathcal{A}_S \sim \bar{v}_1 \dot{q} u_2$ , тогда если  $\dot{q} = \dot{p}_2$ , то согласно уравнению Дирака  $\mathcal{A}_S = 0$

$\mathcal{A}$  без  $\mathcal{A}_S$

$$\begin{aligned} \mathcal{A} = & \mathcal{A}_3^I + \mathcal{A}_4^I + \mathcal{A}_5^I \\ & + \mathcal{A}_{34}^{II} + \mathcal{A}_{45}^{II} + \mathcal{A}_{53}^{II} + \mathcal{A}_{43}^{II} + \mathcal{A}_{54}^{II} + \mathcal{A}_{35}^{II} \\ & + \mathcal{A}_{345}^{III} + \mathcal{A}_{453}^{III} + \mathcal{A}_{534}^{III} + \mathcal{A}_{543}^{III} + \mathcal{A}_{354}^{III} + \mathcal{A}_{435}^{III} \end{aligned}$$

Пример явного вида нескольких слагаемых  $\mathcal{A}$

$$\begin{aligned} \mathcal{A}_3^I &= \langle 1 | \dot{q} F_3 | 2 \rangle \left[ \frac{\text{Tr}[p_1 p_2 F_4] \text{Tr}[p_1 p_2 F_5]}{z_{14} z_{24}} - \frac{\text{Tr}[\dot{p}'_1 F_4 \dot{p}'_1 F_5]}{z_{14} z_{15} z_{145}} - \frac{\text{Tr}[\dot{p}'_2 F_4 \dot{p}'_2 F_5]}{z_{24} z_{25} z_{245}} \right], \\ \mathcal{A}_{34}^{II} &= \frac{\langle 1 | \dot{q} F_3 F_4 | 2 \rangle}{z_{25} z_{24}} \left[ - \frac{\text{Tr}[p_1 p_2 F_5]}{z_{15}} + \frac{\text{Tr}[p_4 p_2 F_5]}{z_{13}} \right], \\ \mathcal{A}_{345}^{III} &= \frac{\langle 1 | \dot{q} F_3 F_4 F_5 | 2 \rangle}{z_{13} z_{25}}, \\ & \langle 1 | = \frac{\bar{v}_1}{2(p_1 \cdot p_2 + m_1 m_2)}, \quad |2\rangle = u_2. \end{aligned}$$

## Вектор Лоренца в спинорном представлении

$$p_{A\dot{A}} = \begin{pmatrix} p_0 + p_z & p_x - ip_y \\ p_x + ip_y & p_0 - p_z \end{pmatrix}, p^{\dot{A}A} = \begin{pmatrix} p_0 - p_z & -p_x + ip_y \\ -p_x - ip_y & p_0 + p_z \end{pmatrix}$$

В случае  $\frac{1}{2!} \epsilon^{AB} \epsilon^{\dot{A}\dot{B}} p_{A\dot{A}} p_{B\dot{B}} = \det(p_{A\dot{A}}) = p_i^2 = 0$ ,  $p_{A\dot{A}}$  раскладывается на прямое произведение двух спиноров  $\lambda_A$ :  $p_{A\dot{A}} = \lambda_A(p) \tilde{\lambda}_{\dot{A}}(p)$ . В явном виде:

$$p_{A\dot{A}} = \begin{pmatrix} \sqrt{p_0 + p_z} \\ \frac{p_x + ip_y}{\sqrt{p_0 + p_z}} \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} \sqrt{p_0 + p_z} & \frac{p_x - ip_y}{\sqrt{p_0 + p_z}} \end{pmatrix}$$

## Обозначения в бра-кетях и спинорное произведение

$$\begin{aligned} \epsilon^{AB} &= -\epsilon^{BA}, \quad \epsilon^{\dot{A}\dot{B}} = -\epsilon^{\dot{B}\dot{A}}, \quad \epsilon_{AB} = -\epsilon_{BA}, \quad \epsilon_{\dot{A}\dot{B}} = -\epsilon_{\dot{B}\dot{A}}, \\ \epsilon^{01} &= \epsilon^{\dot{0}\dot{1}} = \epsilon_{10} = \epsilon_{\dot{1}\dot{0}} = 1, \quad \epsilon^{10} = \epsilon^{\dot{1}\dot{0}} = \epsilon_{01} = \epsilon_{\dot{0}\dot{1}} = -1, \\ \lambda_A(p) &= |p\rangle, \quad \lambda^A(p) = \epsilon^{AB} \lambda_B(p) = \langle p|, \quad \lambda^A(q) \lambda_A(p) = \langle q|p\rangle, \\ \tilde{\lambda}^{\dot{A}}(p) &= |p], \quad \tilde{\lambda}_{\dot{A}}(p) = \epsilon_{\dot{A}\dot{B}} \tilde{\lambda}^{\dot{B}}(p) = [p|, \quad \tilde{\lambda}_{\dot{A}}(q) \tilde{\lambda}^{\dot{A}}(p) = [q|p], \\ \langle p|q\rangle &= -\langle q|p\rangle, \quad [p|q] = -[q|p], \quad \langle p|p\rangle = 0, \quad [p|p] = 0, \\ [p|q]^* &= \langle q|p\rangle, \quad \langle p|q\rangle [q|p] = 2p \cdot q. \end{aligned}$$

## Проекция импульса на световой конус

Разложение импульса частицы с  $p_i^2 = m_i^2$  на два безмассовых импульса  $l_i$  и  $k_i$  позволяет нам перейти к уравнению Дирака в терминах спиноров, приведенных на предыдущем слайде:

$$\sum_i p_i = 0, \quad p_i = k_i + \frac{m_i^2}{2p_i \cdot l_i} l_i, \quad k_i^2 = l_i^2 = 0, \quad l_i^2 = k_i^2 = 0, \quad i = 1..4$$

## Уравнение Дирака и его решения

$l_i = p_5$  – импульс тормозного фотона.  $p_5 \rightarrow |5\rangle, [5]$ ;  $k_i \rightarrow |i\rangle, [i]$ .

$$\not{p}_i = \sum_x u_i^x \bar{u}_i^x = \begin{pmatrix} \frac{m_i}{\langle i|5\rangle} \left( |5\rangle \langle i| - |i\rangle \langle 5| \right) & |i\rangle [i] - \frac{m_i^2}{\langle i|5\rangle [i]5} |5\rangle [5] \\ |i\rangle \langle i| - \frac{m_i^2}{[i]5 \langle i|5} |5\rangle \langle 5| & \frac{m_i}{[i]5} \left( |5\rangle [i] - |i\rangle [5] \right) \end{pmatrix}$$

$$u_i^+ = \begin{bmatrix} |i\rangle \\ \frac{m_i}{[i]5} |5\rangle \end{bmatrix}, \quad u_i^- = \begin{bmatrix} \frac{m_i}{\langle i|5} |5\rangle \\ |i\rangle \end{bmatrix}, \quad \bar{u}_i^+ = \left[ -\frac{m_i}{\langle i|5} \langle 5|, \quad [i] \right], \quad \bar{u}_i^- = \left[ \langle i|, \quad -\frac{m_i}{[i]5} [5] \right],$$

$$v_i^+ = \begin{bmatrix} -\frac{m_i}{\langle i|5} |5\rangle \\ |i\rangle \end{bmatrix}, \quad v_i^- = \begin{bmatrix} |i\rangle \\ -\frac{m_i}{[i]5} |5\rangle \end{bmatrix}, \quad \bar{v}_i^+ = \left[ \langle i|, \quad \frac{m_i}{[i]5} [5] \right], \quad \bar{v}_i^- = \left[ \frac{m_i}{\langle i|5} \langle 5|, \quad [i] \right].$$



## Тензор Максвелла и вектор поляризации фотона в спинорном представлении

$$F(k, \chi_k) = F_k^{\chi_k} = k \wedge \varepsilon^{\chi_k} = \sqrt{2} \chi_k u_k^{\chi_k} \bar{v}_k^{\chi_k}$$

$$k = \begin{pmatrix} & |k\rangle [k| \\ |k\rangle \langle k| & \end{pmatrix}$$

$$(\varepsilon^+)^* = \varepsilon^-, \quad \varepsilon^+ \cdot \varepsilon^- = -1, \quad (\varepsilon^\pm)^2 = k \cdot \varepsilon^\pm = 0$$

$$\varepsilon_\mu^{-k} = \frac{[k|\gamma_\mu|g\rangle}{\sqrt{2}\langle g|k\rangle}$$

$$\varepsilon_\mu^{+k} = \frac{\langle k|\gamma_\mu|g\rangle}{\sqrt{2}[k|g]}$$

$$\varepsilon^{-k} = \frac{\sqrt{2}}{\langle g|k\rangle} \begin{pmatrix} & |g\rangle [k| \\ |k\rangle \langle g| & \end{pmatrix}$$

$$\varepsilon^{+k} = \frac{\sqrt{2}}{[k|g]} \begin{pmatrix} |k\rangle \langle g| & \\ |g\rangle \langle k| & \end{pmatrix}$$

$$F^{-k} = \sqrt{2} \begin{pmatrix} & \\ -|k\rangle [k| & \end{pmatrix}$$

$$F^{+k} = \sqrt{2} \begin{pmatrix} |k\rangle \langle k| & \\ & \end{pmatrix}$$

Пример нескольких элементов слагаемых  $\mathcal{A}_{\chi_1\chi_2\chi_3\chi_4\chi_5}$ , выраженных через спиноры

$$\langle i^{\chi_i} | \hat{p}_j F_m^{\chi_m} F_n^{\chi_n} | j^{\chi_j} \rangle = (\sqrt{2})^2 \chi_m \chi_n \underbrace{\bar{v}_i^{\chi_i} \hat{p}_j u_m^{\chi_m}}_{f-p_j-\gamma} \underbrace{\bar{v}_m^{\chi_m} u_n^{\chi_n}}_{\gamma-\gamma} \underbrace{\bar{v}_n^{\chi_n} u_j^{\chi_j}}_{\gamma-f}$$

$$\text{Tr}[\hat{p}_i \hat{p}_j F_k^{\chi_k}] = \left[ \begin{array}{c} \sqrt{2} \left( - \langle i|k \rangle [i|j] \langle j|k \rangle - \frac{m_j^2 \langle i|k \rangle [i|5] \langle k|5 \rangle}{\langle j|5 \rangle [j|5]} + \frac{m_i^2 \langle k|5 \rangle [j|5] \langle j|k \rangle}{\langle i|5 \rangle [i|5]} \right) \\ \chi_k = +k \\ -\sqrt{2} \left( - [i|k] \langle i|j \rangle [j|k] - \frac{m_j^2 [i|k] \langle i|5 \rangle [k|5]}{\langle j|5 \rangle [j|5]} + \frac{m_i^2 [k|5] \langle j|5 \rangle [j|k]}{\langle i|5 \rangle [i|5]} \right) \\ \chi_k = -k \end{array} \right]$$

Матрица поворота к спиральному базису

$$\mathcal{H}_{\xi_1 \xi_2 \chi_3 \chi_4 \chi_5} = \mathcal{R}_{\xi_1}^{\chi_1} \mathcal{R}_{\xi_2}^{\chi_2} \mathcal{A}_{\chi_1 \chi_2 \chi_3 \chi_4 \chi_5}$$

$$\mathcal{R}_{\xi_i}^{\chi_i} = \left[ \begin{array}{cc} \frac{[i^b|5]}{[i|5]} & \frac{m_i \langle i^*|5 \rangle}{\langle i^*|i^b \rangle \langle i|5 \rangle} \\ \frac{m_i [i^*|5]}{[i^*|i^b] [i|5]} & \frac{\langle i^b|5 \rangle}{\langle i|5 \rangle} \end{array} \right]$$

$$p_i = \{E_i, p_i^x, p_i^y, p_i^z\}$$

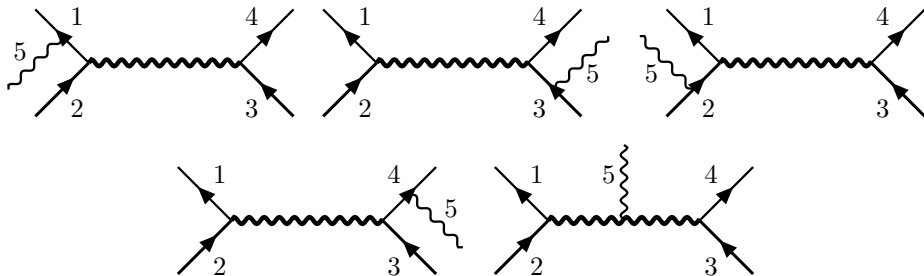
$$p_i^2 = m_i^2$$

$$k_{i^*} = \{|\vec{p}_i|, -p_i^x, -p_i^y, -p_i^z\}$$

$$k_{i^b} = p_i - \frac{m_i^2}{2p_i \cdot k_{i^*}} k_{i^*}$$

$$k_{i^*}^2 = k_{i^b}^2 = 0$$

# Жесткое тормозное излучение для ЗТ Дрелла–Яна



$$\bar{u}(p_1, \chi_1) + d(p_2, \chi_2) + c(p_3, \chi_3) + \bar{s}(p_4, \chi_4) + \gamma(p_5, \chi_5) \rightarrow 0$$

Амплитуда для процесса  $\bar{u}dc\bar{s}\gamma \rightarrow 0$  имеет следующий вид:

$$\mathcal{A} = g_W^2 V_{ud} A,$$

$$A =$$

$$\begin{aligned} & Q_{\bar{u}} \left( \bar{v}_1 \varepsilon_5 \frac{1}{p_{15} + m_u} \gamma_\mu \omega_- u_2 \right) \bar{v}_4 (D_{34} \cdot \gamma)^\mu \omega_- u_3 + Q_d \left( \bar{v}_1 \gamma_\mu \omega_- \frac{1}{p_{25} - m_d} \varepsilon_5 u_2 \right) \bar{v}_4 (D_{34} \cdot \gamma)^\mu \omega_- u_3 \\ & + Q_c \bar{v}_1 (D_{12} \cdot \gamma)^\mu \omega_- u_2 \left( \bar{v}_4 \gamma_\mu \omega_- \frac{1}{p_{35} - m_c} \varepsilon_5 u_3 \right) + Q_{\bar{s}} \bar{v}_1 (D_{12} \cdot \gamma)^\mu \omega_- u_2 \left( \bar{v}_4 \varepsilon_5 \frac{1}{p_{45} + m_s} \gamma_\mu \omega_- u_3 \right) \\ & + A_W, \end{aligned}$$

$$A_W = \frac{(\bar{v}_1 (D_{12} \cdot \gamma)^\mu \omega_- u_2)}{p_{12}^2 - M_W^2} \frac{(\bar{v}_4 (D_{34} \cdot \gamma)^\nu \omega_- u_3)}{p_{34}^2 - M_W^2} \left( -p_{345}^\nu \varepsilon_5^\mu + p_{1255}^\mu \varepsilon_5^\nu + (p_{33445} \cdot \varepsilon_5) g^{\mu\nu} \right),$$

$$D_{ij}^{\mu\nu} = \frac{g^{\mu\nu} - \frac{p_{ij}^\mu p_{ij}^\nu}{M_W^2}}{p_{ij}^2 - M_W^2}, \quad D_{ij} \cdot n = \frac{n - \frac{p_{ij}(p_{ij} \cdot n)}{M_W^2}}{p_{ij}^2 - M_W^2}, \quad D_{ij} \cdot p_{ij} = -\frac{p_{ij}}{M_W^2}, \quad (D_{ij} \cdot \gamma)^\mu = \frac{\gamma^\mu - \frac{p_{ij} p_{ij}^\mu}{M_W^2}}{p_{ij}^2 - M_W^2},$$

$\bar{v}_i, u_i$  — спиноры,  $\omega_\pm = \frac{1}{2}(1 \pm \gamma_5)$ ,  $Q$  — заряды.

Калибровочно-инвариантный вид амплитуды:

$$\begin{aligned}
 A = & \frac{1}{2} \text{Tr} \left[ \not{D}_{34}[j_{34}] \not{D}_{12}[j_{21}] \mathbf{F}_5 \right] + \frac{Q_u}{z_{15}} \bar{v}_1 \mathbf{F}_5 \not{D}_{34}[j_{34}] \omega_{-u_2} + \frac{Q_d}{z_{25}} \bar{v}_1 \not{D}_{34}[j_{34}] \mathbf{F}_5 \omega_{-u_2} \\
 & + \frac{Q_c}{z_{35}} \bar{v}_4 \not{D}_{12}[j_{21}] \mathbf{F}_5 \omega_{-u_3} + \frac{Q_s}{z_{45}} \bar{v}_4 \mathbf{F}_5 \not{D}_{12}[j_{21}] \omega_{-u_3} - \frac{1}{2} \text{Tr} \left[ p_{12} \not{D}_{12}[j_{21}] \mathbf{F}_5 \right] \frac{D_{34}[j_{34}, p_{34}]}{2p_{34} \cdot p_5} \\
 & + \frac{1}{2} \text{Tr} \left[ p_{34} \not{D}_{34}[j_{34}] \mathbf{F}_5 \right] \frac{D_{12}[j_{21}, p_{12}]}{2p_{12} \cdot p_5} - \left( \frac{Q_u}{z_{15}} + \frac{Q_d}{z_{25}} \right) \frac{\text{Tr}[p_1 p_2 \mathbf{F}_5]}{z_{15} + z_{25}} D_{34}[j_{21}, j_{34}] \\
 & + \left( \frac{Q_c}{z_{35}} + \frac{Q_s}{z_{45}} \right) \frac{\text{Tr}[p_3 p_4 \mathbf{F}_5]}{z_{35} + z_{45}} D_{12}[j_{21}, j_{34}],
 \end{aligned}$$

$$j_{21} \equiv \langle \omega_{-u_2} \bar{v}_1 \rangle_1, \quad j_{34} \equiv \langle \omega_{-u_3} \bar{v}_4 \rangle_1, \quad D_{ij}[n, p_{ij}] = n \cdot D_{ij} \cdot p_{ij} = \frac{n \cdot p_{ij} - \frac{(p_{ij} \cdot n) p_{ij}^2}{M_w^2}}{p_{ij}^2 - M_w^2},$$

$$D_{ij}[n_1, n_2] = n_1 \cdot D_{ij} \cdot n_2 = \frac{n_1 \cdot n_2 - \frac{(p_{ij} \cdot n_1)(p_{ij} \cdot n_2)}{M_w^2}}{p_{ij}^2 - M_w^2}, \quad \not{D}_{ij}[n] = D_{ij} \cdot n.$$

Пример слагаемого спиральной амплитуды  $A_{\chi_1\chi_2\chi_3\chi_4\chi_5}$

$$\frac{Q_u}{z_{in}} \bar{v}_i \mathbf{F}_n \not{D}_{kl} [j_{kl}] \omega_- u_j = -\frac{Q_u}{z_{in}} \frac{1}{(p_{kl}^2 - M_W^2)} \left( \frac{1}{2} \text{Tr}[\bar{v}_i^{\chi_i} F_n^{+n} u_k^{\chi_k}] \text{Tr}[\bar{v}_l^{\chi_l} \omega_- u_j^{\chi_j}] + \beta \text{Tr}[\bar{v}_i^{\chi_i} F_n^{+n} \not{p}_{kl} u_j^{\chi_j}] \right)$$

Пример выражений для Tr

$$\begin{aligned} \text{Tr}[\bar{v}_i^{\chi_i} \omega_- u_j^{\chi_j}] &= \bar{v}_{i,2}^{\chi_i} u_{j,2}^{\chi_j}, \\ \text{Tr}[\bar{v}_i^{\chi_i} F_j^{+j} u_k^{\chi_k}] &= \sqrt{2} \bar{v}_{i,1}^{\chi_i} |j\rangle \langle j| u_{k,1}^{\chi_k}, \\ \text{Tr}[\bar{v}_i^{\chi_i} F_j^{+j} \not{p}_{kl} u_n^{\chi_n}] &= \sqrt{2} \chi_j \bar{v}_{i,1}^{\chi_i} |j\rangle \langle j| (|k\rangle [k] + |l\rangle [l]) u_{n,2}^{\chi_n}. \end{aligned}$$

Как и в случае процесса рождения фотонной пары, полученные спиральные амплитуды нужно «повернуть», умножив на соответствующие три матрицы поворота (нейтрино полагаем безмассовым):

$$\mathcal{H}_{\xi_1\xi_2\chi_3\xi_4\chi_5} = \mathcal{R}_{\xi_1}^{\chi_1} \mathcal{R}_{\xi_2}^{\chi_2} \mathcal{R}_{\xi_4}^{\chi_4} A_{\chi_1\chi_2\chi_3\chi_4\chi_5},$$

здесь выбрана следующая нумерация  $u - 1$ ,  $d - 2$ ,  $\nu - 3$ ,  $\ell - 4$ ,  $\gamma - 5$ . Система центра масс с осью квантования спина, лежащей на оси столкновения кварков, описывается теми же импульсами  $k_{i^*}$ ,  $k_{i^b}$ , что и для процесса рождения фотонной пары.

# Численные результаты. 1. Неполяризованное сечение $\sigma^{\text{hard}}$ для процесса $e^+e^- \rightarrow \gamma\gamma(\gamma)$

Набор параметров и кинематических ограничений

$$\alpha^{-1}(0) = 137.035999084$$

$$M_W = 80.379 \text{ ГэВ} \quad \Gamma_W = 2.0836 \text{ ГэВ}$$

$$M_Z = 91.1876 \text{ ГэВ} \quad \Gamma_Z = 2.4952 \text{ ГэВ}$$

$$M_H = 125.0 \text{ ГэВ} \quad m_e = 0.51099895 \text{ МэВ}$$

$$m_\mu = 0.1056583745 \text{ ГэВ} \quad m_\tau = 1.77686 \text{ ГэВ}$$

$$m_d = 0.083 \text{ ГэВ} \quad m_s = 0.215 \text{ ГэВ}$$

$$m_b = 4.7 \text{ ГэВ} \quad m_u = 0.062 \text{ ГэВ}$$

$$m_c = 1.5 \text{ ГэВ} \quad m_t = 172.76 \text{ ГэВ.}$$

$E_\gamma \geq \omega = 10^{-4} \sqrt{s}/2$ , по крайней мере два фотона лежат в  $|\cos \vartheta_\gamma| < 0.9$

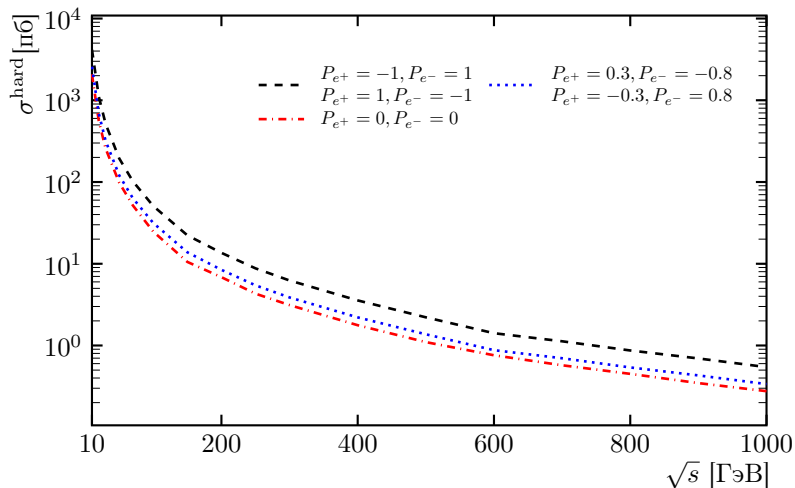
$\sqrt{s}$ , ГэВ	250	500	1000
SANC, пб	4.467(2)	1.177(1)	0.3095(1)
CalcHEP, пб	4.465(1)	1.177(1)	0.3096(1)
WHIZARD, пб	4.465(1)	1.180(1)	0.3097(1)

## 2. Поляризованное сечение $\sigma^{\text{hard}}$ для процесса $e^+e^- \rightarrow \gamma\gamma(\gamma)$ (ILC )

$P_{e^+}, P_{e^-}$	1, -1	-0.3, -0.8	-0.3, 0.8
	$\sqrt{s}=250$ ГэВ		
SANC, пб	8.92(1)	3.39(1)	5.53(1)
CalcHEP, пб	8.91(1)	3.39(1)	5.53(1)
	$\sqrt{s}=500$ ГэВ		
SANC, пб	2.35(1)	0.894(1)	1.459(1)
CalcHEP, пб	2.35(1)	0.895(1)	1.458(1)
	$\sqrt{s}=1000$ ГэВ		
SANC, пб	0.620(1)	0.236(1)	0.384(1)
CalcHEP, пб	0.620(1)	0.236(1)	0.384(1)



### 3. Графики $\sigma^{\text{hard}}$ процесса для $e^+e^- \rightarrow \gamma\gamma(\gamma)$ для различных случаев поляризации (ILC)



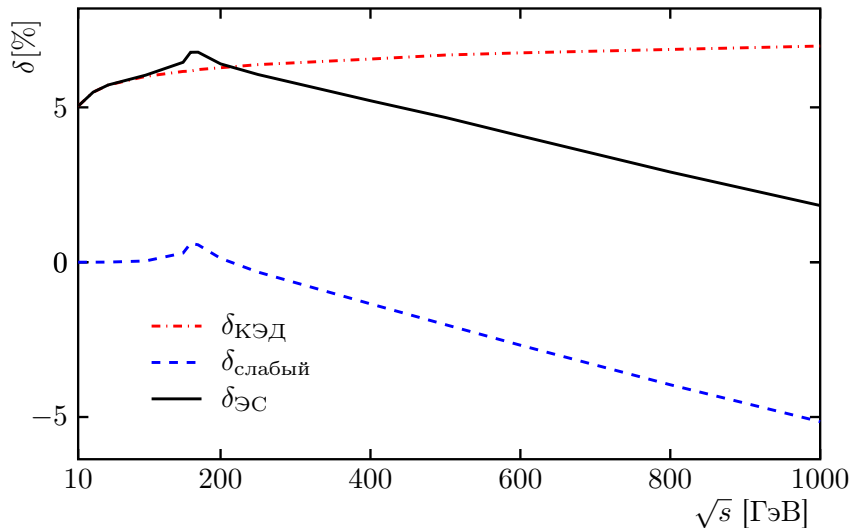
#### 4. Относительные радиационные поправки $\delta$ (%) для различных случаев поляризации

$P_{e^-}, P_{e^+}$	0, 0	0.8, 0.3	-0.8, 0.3
$\sqrt{s}=250$ ГэВ			
$\sigma_{\text{Борн}}, \text{пб}$	4.2617(1)	3.2388(1)	5.2845(1)
$\delta^{\text{КЭД}}, \%$	6.42(4)	6.48(1)	6.32(2)
$\delta^{\text{слабые}}, \%$	-0.32(1)	-0.13(1)	-0.57(1)
$\sqrt{s}=500$ ГэВ			
$\sigma_{\text{Борн}}, \text{пб}$	1.06542(1)	0.80972(1)	1.32112(1)
$\delta^{\text{КЭД}}, \%$	6.67(2)	6.72(2)	6.62(2)
$\delta^{\text{слабые}}, \%$	-2.01(1)	0.24(1)	-5.05(1)
$\sqrt{s}=1000$ ГэВ			
$\sigma_{\text{Борн}}, \text{пб}$	0.266353(1)	0.202429(1)	0.330279(1)
$\delta^{\text{КЭД}}, \%$	6.90(2)	7.00 (2)	6.90(4)
$\delta^{\text{слабые}}, \%$	-5.14(1)	-2.39(1)	-8.85(1)

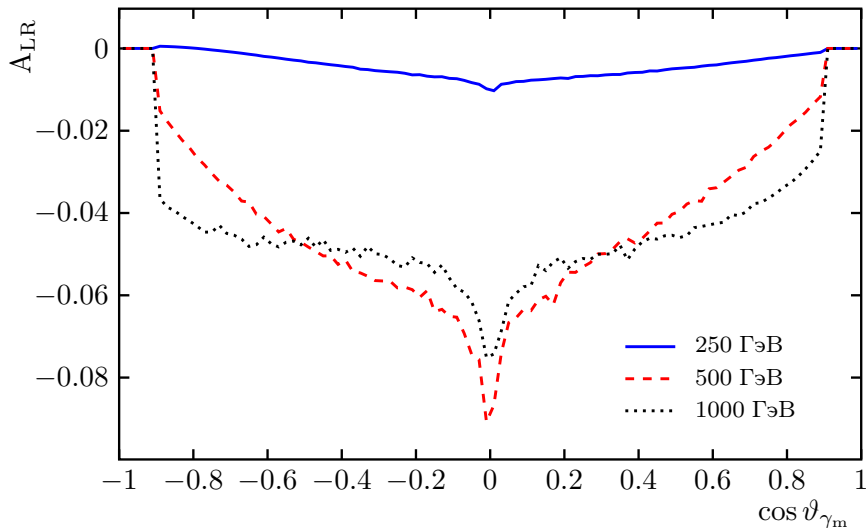
## 5. Сравнение Борновского и NLO КЭД интегральных сечений между кодами SANC и BabaYaga

$\sqrt{s}$ , ГэВ	91	160	240	365
		Борн, пб		
SANC	39.822(1)	12.884(1)	5.7252(1)	2.4758(2)
BabaYaga	39.821	12.881	5.7250	2.4752
		NLO КЭД, пб		
SANC	41.04(1)	13.289(3)	5.907(1)	2.556(1)
BabaYaga	41.043	13.291	5.9120	2.5581

## 6. Зависимость от энергии относительных поправок $\delta$ (%)



## 7. Угловые распределения для асимметрии $A_{LR}$ по углу фотона с наибольшей энергией



## Заклучение

- Работа по  $e^+e^- \rightarrow \gamma\gamma(\gamma)$  доложена на конференциях:
  - 1) Мероприятие: IV International Scientific Forum Nuclear science and Technologies, Место и время проведения: Республика Казахстан, г. Алматы, 26.09.2022 – 30.09.2022. Участник: Кампф А.А., стендовый доклад. Название доклада: «One-loop radiative corrections to polarized photon-pair production».
  - 2) Мероприятие: XXX Международная конференция студентов, аспирантов и молодых учёных «Ломоносов», Место и время проведения: Россия, г. Москва, 10.04.2023 – 21.04.2023. Участник: Кампф А.А., устный доклад. Название доклада: Расчет вклада тормозного излучения для процесса рождения фотонной пары в рамках проекта SANC.
- Работа по  $e^+e^- \rightarrow \gamma\gamma(\gamma)$  опубликована в Physical Review D[70].
- Планы на ближайшее будущее: получение аналитических выражений спиральных амплитуд жесткого тормозного излучения для  $qq \rightarrow g\gamma$ ,  $qg \rightarrow q\gamma$ ,  $\gamma\gamma \rightarrow \ell^+\ell^- \rightarrow$  получение продольно и поперечно поляризованных структурных функций  $\rightarrow$  RHIC , NICA .

Выражаю благодарность своему научному руководителю Калиновской Л.В., научному консультанту Дыдышко Е.В., рецензенту Беднякову А.В., Теряеву О.В. и группе SANC (Арбузов А.Б., Бондаренко С.Г., Ермольчик В.Л., Ермольчик Ю.В., Корниенко В.В., Румянцев Л.А, Сапронов А.А., Садыков Р.Р.) за ценные советы и рекомендации.

Также выражаю отдельную благодарность сотрудникам и преподавателям кафедры физики элементарных частиц.

Спасибо за внимание.



## Линейные ускорители ( $e^+e^-$ )

- CLIC (планируемые даты начала работы – 2040-2045 годы)
- ILC (готов к реализации, однако отложен до 2035-2040 годов)

$E_{cm}$  :

- 250 ГэВ – 1 ТэВ, 91 ГэВ (ILC )
- 500 ГэВ – 3 ТэВ (CLIC )

- Высокие энергии.(LEP : 45.6 – 104.5 ГэВ; LHC : 6.5 ТэВ)
- $L \approx 10^{34} - 10^{36} \text{ см}^{-2} \text{ сек}^{-1}$  ; больше светимости LEP , LHC на 2 – 4 порядка.
- Поляризованные пучки( $P_{e^-} = 80 - 90\%$ ,  $P_{e^+} = 30\%$ ,  $60\%$ ).

## Циклические ускорители

- HL-LHC , CEPC (планируемые даты начала работы – 2029 и 2030 годы, соответственно)
- $\mu$  Collider , FCC (FCC-ee , FCC-hh ; вероятное начало работы > 2040 год)

$E_{cm}$  :

- 91 ГэВ, 160 ГэВ, 240 ГэВ, 350 ГэВ(FCC-ee , CEPC )
- 100 ТэВ(FCC-hh )
- несколько ТэВ( $\mu$  Collider )

European Strategy for Particle Physics – Accelerator R&D Roadmap [71].

# Пример теоретических и экспериментальной ошибок для $M_W$ и $\sin^2 \theta_{\text{eff}}^l$ [72]

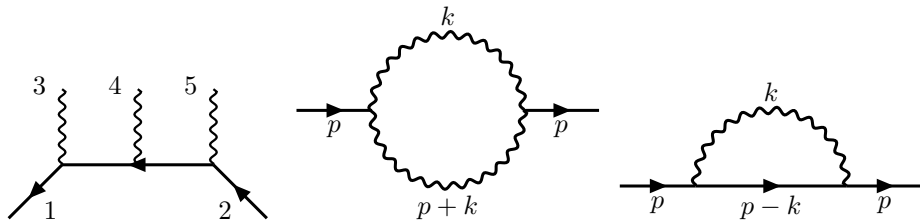
## Настоящее время

$$\begin{aligned}M_W [\text{ГэВ}] &= 80.3593 \pm 0.0056 m_t \pm 0.0026 M_Z \pm 0.0018 \Delta\alpha_{\text{had}} \pm 0.0017 \alpha_s \pm 0.0002 M_H \pm 0.0040_{\text{theory}} \\ &= 80.359 \pm 0.011_{\text{total}} \quad \text{while} \quad 0.015_{\text{exp}} \\ \sin^2 \theta_{\text{eff}}^l &= 0.231496 \pm 3.0 \cdot 10^{-5} m_t \pm 1.5 \cdot 10^{-5} M_Z \pm 3.5 \cdot 10^{-5} \Delta\alpha_{\text{had}} \pm 1.0 \cdot 10^{-5} \alpha_s \pm 0.2 \cdot 10^{-5} M_H \\ &\pm 4.7 \cdot 10^{-5}_{\text{theory}} = 0.23150 \pm 0.00010_{\text{total}} \quad \text{while} \quad 0.00014_{\text{exp}}\end{aligned}$$

## Ожидание от FCC

$$\begin{aligned}M_W [\text{ГэВ}] &= 80.3593 \pm 0.0001 m_t \pm 0.0001 M_Z \pm 0.0003 \Delta\alpha_{\text{had}} \pm 0.0002 \alpha_s \pm 0.0000 M_H \pm 0.0040_{\text{theory}} \\ &= 80.359 \pm 0.005_{\text{total}} \quad \text{while} \quad 0.0005_{\text{exp}} \\ \sin^2 \theta_{\text{eff}}^l &= 0.231496 \pm 0.15 \cdot 10^{-5} m_t \pm 0.1 \cdot 10^{-5} M_Z \pm 0.6 \cdot 10^{-5} \Delta\alpha_{\text{had}} \pm 0.14 \cdot 10^{-5} \alpha_s \pm 0.0 \cdot 10^{-5} M_H \\ &\pm 4.7 \cdot 10^{-5}_{\text{theory}} = 0.23150 \pm 0.00006_{\text{total}} \quad \text{while} \quad 0.000006_{\text{exp}}\end{aligned}$$

## Пример диаграмм мягкого излучения и виртуальных поправок



Примеры диаграмм для мягкого излучения ( $E_\gamma < \bar{\omega}$ ) для процесса  $e^+e^- \gamma\gamma(\gamma) \rightarrow 0$  и для виртуальных радиационных поправок – собственная энергия и поляризация вакуума. (слева направо)

$$\dot{p}_i u = 0, \quad \dot{p}_i v = 0$$

$$\dot{p}_i = \sum_{\chi} u_i^{\chi} \bar{u}_i^{\chi} = \begin{pmatrix} \frac{m_i}{\langle i|5\rangle} \left( |5\rangle\langle i| - |i\rangle\langle 5| \right) & |i\rangle[i| - \frac{m_i^2}{\langle i|5\rangle[i|5]} |5\rangle[5|] \\ |i\rangle\langle i| - \frac{m_i^2}{[i|5]\langle i|5]} |5\rangle\langle 5| & \frac{m_i}{[i|5]} \left( [5][i| - |i][5| \right) \end{pmatrix}$$

$$\dot{p}_i = \sum_{\chi} v_i^{\chi} \bar{v}_i^{\chi} = \begin{pmatrix} -\frac{m_i}{\langle i|5\rangle} \left( |5\rangle\langle i| - |i\rangle\langle 5| \right) & |i\rangle[i| - \frac{m_i^2}{\langle i|5\rangle[i|5]} |5\rangle[5|] \\ |i\rangle\langle i| - \frac{m_i^2}{[i|5]\langle i|5]} |5\rangle\langle 5| & -\frac{m_i}{[i|5]} \left( [5][i| - |i][5| \right) \end{pmatrix}$$

- [1] L. M. Brown и R. P. Feynman, «Radiative Corrections to Compton Scattering,» Phys. Rev., т. 85, с. 231–244, 2 янв. 1952. DOI: 10.1103/PhysRev.85.231. url: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRev.85.231>.
- [2] I. Harris и L. M. Brown, «Radiative Corrections to Pair Annihilation,» Phys. Rev., т. 105, с. 1656–1661, 5 март 1957. DOI: 10.1103/PhysRev.105.1656. url: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRev.105.1656>.
- [3] F. A. Berends и R. Gastmans, «Hard photon corrections for  $e + e^- \rightarrow \gamma\gamma$ ,» Nucl. Phys., т. B61, с. 414–428, 1973. DOI: 10.1016/0550-3213(73)90372-6.
- [4] S. D. Drell и T.-M. Yan, «Massive Lepton Pair Production in Hadron-Hadron Collisions at High-Energies,» Phys. Rev. Lett., т. 25, с. 316–320, 1970, [Erratum: Phys.Rev.Lett. 25, 902 (1970)]. DOI: 10.1103/PhysRevLett.25.316.
- [5] A. Arbuzov и др., «Electroweak radiative corrections to polarized Bhabha scattering,» PoS, т. LL2018, с. 010, 2018. DOI: 10.22323/1.303.0010.

- [6] S. Bondarenko, Y. Dydyshka, L. Kalinovskaya, R. Sadykov и V. Yermolchyk, «One-loop electroweak radiative corrections to lepton pair production in polarized electron-positron collisions,» [Phys. Rev. D](#), т. 102, № 3, с. 033 004, 2020. DOI: [10.1103/PhysRevD.102.033004](#). arXiv: 2005.04748 [hep-ph].
- [7] M. M. Aggarwal и др., «Measurement of the parity-violating longitudinal single-spin asymmetry for  $W^\pm$  boson production in polarized proton-proton collisions at  $\sqrt{s} = 500 - GeV$ ,» [Phys. Rev. Lett.](#), т. 106, с. 062 002, 2011. DOI: [10.1103/PhysRevLett.106.062002](#). arXiv: 1009.0326 [hep-ex].
- [8] A. Adare и др., «Cross Section and Parity Violating Spin Asymmetries of  $W^\pm$  Boson Production in Polarized  $p + p$  Collisions at  $\sqrt{s} = 500 GeV$ ,» [Phys. Rev. Lett.](#), т. 106, с. 062 001, 2011. DOI: [10.1103/PhysRevLett.106.062001](#). arXiv: 1009.0505 [hep-ex].
- [9] L. Adamczyk и др., «Measurement of longitudinal spin asymmetries for weak boson production in polarized proton-proton collisions at RHIC,» [Phys. Rev. Lett.](#), т. 113, с. 072 301, 2014. DOI: [10.1103/PhysRevLett.113.072301](#). arXiv: 1404.6880 [nucl-ex].

- [10] A. Adare и др., «Measurement of parity-violating spin asymmetries in  $W^\pm$  production at midrapidity in longitudinally polarized  $p + p$  collisions,» Phys. Rev. D, т. 93, № 5, с. 051 103, 2016. DOI: 10.1103/PhysRevD.93.051103. arXiv: 1504.07451 [hep-ex].
- [11] L. Adamczyk и др., «Measurement of the transverse single-spin asymmetry in  $p^\uparrow + p \rightarrow W^\pm/Z^0$  at RHIC,» Phys. Rev. Lett., т. 116, № 13, с. 132 301, 2016. DOI: 10.1103/PhysRevLett.116.132301. arXiv: 1511.06003 [nucl-ex].
- [12] A. Adare и др., «Cross section and longitudinal single-spin asymmetry  $A_L$  for forward  $W^\pm \rightarrow \mu^\pm \nu$  production in polarized  $p + p$  collisions at  $\sqrt{s} = 510$  GeV,» Phys. Rev. D, т. 98, № 3, с. 032 007, 2018. DOI: 10.1103/PhysRevD.98.032007. arXiv: 1804.04181 [hep-ex].
- [13] Q.-H. Xu, «Measurement of Longitudinal Single-Spin Asymmetry for  $W^\pm$  Production in Polarized Proton+Proton Collisions at STAR,» PoS, т. SPIN2018, P. Lenisa, G. Ciullo, M. Contalbrigo и L. Pappalardo, ред., с. 135, 2018. DOI: 10.22323/1.346.0135. arXiv: 1901.01734 [hep-ex].
- [14] P. Landshoff, «THE LARGE ELECTRON POSITRON COLLIDER (LEP) FOR PARTICLE PHYSICS,» Contemp. Phys., т. 22, с. 291—298, 1951. DOI: 10.1080/00107518108231532.

## Ссылки IV

- [15] K. Johnsen и др., «A Machine for  $e^+ e^-$  Physics Up to 200-GeV Center-Of-Mass Energy (LEP),», 1976.
- [16] D. Y. Bardin, «LEP-1 and LEP-2 2f review,» в [1999 International Europhysics Conference on High-Energy Physics](#), нояб. 1999, с. 672–676.
- [17] M. Klein и R. Yoshida, «Collider Physics at HERA,» [Prog. Part. Nucl. Phys.](#), т. 61, с. 343–393, 2008. DOI: 10.1016/j.pnpnp.2008.05.002. arXiv: 0805.3334 [hep-ex].
- [18] T. O. Niinikoski, «The SMC experiment and first results on the longitudinal deuteron spin asymmetry,» в [6th Workshop on Perspectives in Nuclear Physics at Intermediate Energies](#), янв. 1994, с. 52–70.
- [19] R. R. Wilson, «The Tevatron,» [Phys. Today](#), т. 30N10, с. 23–30, 1977. DOI: 10.1063/1.3037746.
- [20] D. Y. Bardin и др., «ZFITTER v.6.21: A Semianalytical program for fermion pair production in  $e^+e^-$  annihilation,» [Comput. Phys. Commun.](#), т. 133, с. 229–395, 2001. DOI: 10.1016/S0010-4655(00)00152-1. arXiv: hep-ph/9908433 [hep-ph].



- [21] D. Bardin, M. Bilenky, T. Riemann, M. Sachwitz, H. Vogt и P. Christova, «DIZET — Electroweak one-loop corrections for  $e^+ + e^- \rightarrow f^+ + f^-$  around the  $Z^0$  peak,» Computer Physics Communications, т. 59, № 2, с. 303—312, 1990, ISSN: 0010-4655. DOI: [https://doi.org/10.1016/0010-4655\(90\)90179-5](https://doi.org/10.1016/0010-4655(90)90179-5). url: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0010465590901795>.
- [22] G. Montagna, O. Nicrosini, G. Passarino и F. Piccinini, «TOPAZO 2.0: A Program for computing deconvoluted and realistic observables around the  $Z^0$  peak,» Comput. Phys. Commun., т. 93, с. 120—126, 1996. DOI: [10.1016/0010-4655\(95\)00127-1](https://doi.org/10.1016/0010-4655(95)00127-1). arXiv: [hep-ph/9506329](https://arxiv.org/abs/hep-ph/9506329).
- [23] G. Montagna, F. Piccinini, O. Nicrosini, G. Passarino и R. Pittau, «TOPAZO - a program for computing observables and for fitting cross sections and forward-backward asymmetries around the  $Z^0$  peak,» Computer Physics Communications, т. 76, № 3, с. 328—360, авг. 1993. DOI: [10.1016/0010-4655\(93\)90060-P](https://doi.org/10.1016/0010-4655(93)90060-P).
- [24] G. Montagna, O. Nicrosini, F. Piccinini и G. Passarino, «TOPAZO 4.0: A New version of a computer program for evaluation of deconvoluted and realistic observables at LEP-1 and LEP-2,» Comput. Phys. Commun., т. 117, с. 278—289, 1999. DOI: [10.1016/S0010-4655\(98\)00080-0](https://doi.org/10.1016/S0010-4655(98)00080-0). arXiv: [hep-ph/9804211](https://arxiv.org/abs/hep-ph/9804211) [hep-ph].

- [25] S. Jadach, B. F. L. Ward и Z. Was, «The Monte Carlo program KORALZ, for the lepton or quark pair production at LEP / SLC energies: From version 4.0 to version 4.04,» Comput. Phys. Commun., т. 124, с. 233–237, 2000. DOI: [10.1016/S0010-4655\(99\)00437-3](https://doi.org/10.1016/S0010-4655(99)00437-3). arXiv: [hep-ph/9905205](https://arxiv.org/abs/hep-ph/9905205).
- [26] M. Chrzaszcz, T. Przedzinski, Z. Was и J. Zaremba, «TAUOLA of  $\tau$  lepton decays—framework for hadronic currents, matrix elements and anomalous decays,» Comput. Phys. Commun., т. 232, с. 220–236, 2018. DOI: [10.1016/j.cpc.2018.05.017](https://doi.org/10.1016/j.cpc.2018.05.017). arXiv: [1609.04617](https://arxiv.org/abs/1609.04617) [hep-ph].
- [27] W. Beenakker, F. A. Berends и S. C. van der Marck, «Large angle Bhabha scattering,» Nucl. Phys., т. B349, с. 323–368, 1991. DOI: [10.1016/0550-3213\(91\)90328-U](https://doi.org/10.1016/0550-3213(91)90328-U).
- [28] W. Beenakker, F. A. Berends и S. C. van der Marck, «Higher order corrections to the forward - backward asymmetry,» Phys. Lett., т. B251, с. 299–304, 1990. DOI: [10.1016/0370-2693\(90\)90940-8](https://doi.org/10.1016/0370-2693(90)90940-8).

- [29] S. Jadach, B. F. L. Ward, Z. Was, S. A. Yost и A. Siodmok, «Multi-photon Monte Carlo event generator KKMCee for lepton and quark pair production in lepton colliders,» Comput. Phys. Commun., т. 283, с. 108556, 2023. DOI: [10.1016/j.cpc.2022.108556](https://doi.org/10.1016/j.cpc.2022.108556). arXiv: 2204.11949 [hep-ph].
- [30] S. A. Yost, M. Dittrich, S. Jadach, B. F. L. Ward и Z. Was, «KKMC-hh for Precision Electroweak Phenomenology at the LHC,» PoS, т. ICHEP2020, с. 349, 2021. DOI: [10.22323/1.390.0349](https://doi.org/10.22323/1.390.0349). arXiv: 2012.09298 [hep-ph].
- [31] A. Arbuzov, S. Jadach, Z. Was, B. F. L. Ward и S. A. Yost, «The Monte Carlo Program KKMC, for the Lepton or Quark Pair Production at LEP/SLC Energies—Updates of electroweak calculations,» Comput. Phys. Commun., т. 260, с. 107734, 2021. DOI: [10.1016/j.cpc.2020.107734](https://doi.org/10.1016/j.cpc.2020.107734). arXiv: 2007.07964 [hep-ph].
- [32] S. Jadach, W. Placzek, E. Richter-Was, B. F. L. Ward и Z. Was, «Upgrade of the Monte Carlo program BHLUMI for Bhabha scattering at low angles to version 4.04,» Comput. Phys. Commun., т. 102, с. 229–251, 1997. DOI: [10.1016/S0010-4655\(96\)00156-7](https://doi.org/10.1016/S0010-4655(96)00156-7).

- [33] S. Jadach, W. Placzek и B. F. L. Ward, «BHWIDE 1.00:  $O(\alpha)$  YFS exponentiated Monte Carlo for Bhabha scattering at wide angles for LEP-1 / SLC and LEP-2,» Phys. Lett. B, т. 390, с. 298–308, 1997. DOI: [10.1016/S0370-2693\(96\)01382-2](https://doi.org/10.1016/S0370-2693(96)01382-2). arXiv: [hep-ph/9608412](https://arxiv.org/abs/hep-ph/9608412).
- [34] J. H. Field и T. Riemann, «BHAGENE3: A Monte Carlo event generator for lepton pair production and wide angle Bhabha scattering in  $e^+ e^-$  collisions near the Z peak,» Comput. Phys. Commun., т. 94, с. 53–87, 1996. DOI: [10.1016/0010-4655\(95\)00131-X](https://doi.org/10.1016/0010-4655(95)00131-X). arXiv: [hep-ph/9507401](https://arxiv.org/abs/hep-ph/9507401).
- [35] G. Altarelli, R. Kleiss и C. Verzegnassi, ред., Z PHYSICS AT LEP-1. PROCEEDINGS, WORKSHOP, GENEVA, SWITZERLAND, SEPTEMBER 1989. CERN Yellow Reports: Conference Proceedings, сент. 1989. DOI: [10.5170/CERN-1989-008-V-3](https://doi.org/10.5170/CERN-1989-008-V-3).
- [36] O. Aberle и др., High-Luminosity Large Hadron Collider (HL-LHC): Technical design report (CERN Yellow Reports: Monographs). Geneva: CERN, 2020. DOI: [10.23731/CYRM-2020-0010](https://doi.org/10.23731/CYRM-2020-0010). url: <https://cds.cern.ch/record/2749422>.

## Ссылки IX

- [37] A. Abada и др., «FCC Physics Opportunities,» [Eur. Phys. J.](#), т. C79, № 6, с. 474, 2019. DOI: 10.1140/epjc/s10052-019-6904-3.
- [38] CEPC Study Group, «CEPC Conceptual Design Report: Volume 1 - Accelerator,», сент. 2018. arXiv: 1809.00285 [physics.acc-ph].
- [39] M. Dong и др., «CEPC Conceptual Design Report: Volume 2 - Physics & Detector,», J. B. Guimarães da Costa и др., ред., нояб. 2018. arXiv: 1811.10545 [hep-ex].
- [40] T. Behnke и др., «The International Linear Collider Technical Design Report - Volume 1: Executive Summary,», июнь 2013. arXiv: 1306.6327 [physics.acc-ph].
- [41] M. Aicheler и др.,  
[A Multi-TeV Linear Collider Based on CLIC Technology: CLIC Conceptual Design Report \(CERN Yellow Reports: Monographs\)](#). Geneva: CERN, 2012. DOI: 10.5170/CERN-2012-007. url: <https://cds.cern.ch/record/1500095>.
- [42] R. Palmer и др., «Muon collider design,» [Nucl. Phys. B Proc. Suppl.](#), т. 51, D. B. Cline, ред., с. 61–84, 1996. DOI: 10.1016/0920-5632(96)00417-3. arXiv: acc-phys/9604001.
- [43] A. Costantini и др., «Vector boson fusion at multi-TeV muon colliders,» [JHEP](#), т. 09, с. 080, 2020. DOI: 10.1007/JHEP09(2020)080. arXiv: 2005.10289 [hep-ph].

- [44] W. Kilian, T. Ohl и J. Reuter, «WHIZARD: Simulating Multi-Particle Processes at LHC and ILC,» Eur. Phys. J., т. C71, с. 1742, 2011. DOI: 10.1140/epjc/s10052-011-1742-y. arXiv: 0708.4233 [hep-ph].
- [45] M. Moretti, T. Ohl и J. Reuter, «O'Mega: An Optimizing matrix element generator,», с. 1981—2009, 2001. arXiv: hep-ph/0102195 [hep-ph].
- [46] A. Pukhov и др., «CompHEP: A Package for evaluation of Feynman diagrams and integration over multiparticle phase space,», авг. 1999. arXiv: hep-ph/9908288.
- [47] E. Boos и др., «CompHEP 4.4: Automatic computations from Lagrangians to events,» Nucl. Instrum. Meth. A, т. 534, S. Kawabata и D. Perret-Gallix, ред., с. 250—259, 2004. DOI: 10.1016/j.nima.2004.07.096. arXiv: hep-ph/0403113.
- [48] A. Belyaev, N. D. Christensen и A. Pukhov, «CalcHEP 3.4 for collider physics within and beyond the Standard Model,» Comput. Phys. Commun., т. 184, с. 1729—1769, 2013. DOI: 10.1016/j.cpc.2013.01.014. arXiv: 1207.6082 [hep-ph].
- [49] A. Arbuzov и др., «Update of the MCSANC Monte Carlo integrator, v. 1.20,» JETP Lett., т. 103, № 2, с. 131—136, 2016. DOI: 10.1134/S0021364016020041. arXiv: 1509.03052 [hep-ph].

- [50] S. G. Bondarenko и A. A. Sapronov, «NLO EW and QCD proton–proton cross section calculations with mcsanc-v1.01,» Computer Physics Communications, т. 184, № 10, с. 2343–2350, 2013, ISSN: 0010-4655. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.cpc.2013.05.010>. url: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0010465513001707>.
- [51] R. Sadykov и V. Yermolchyk, «Polarized NLO EW  $e^+e^-$  cross section calculations with ReneSANCe-v1.0.0,» Comput. Phys. Commun., т. 256, с. 107445, 2020. DOI: [10.1016/j.cpc.2020.107445](https://doi.org/10.1016/j.cpc.2020.107445). arXiv: 2001.10755 [hep-ph].
- [52] C. M. Carloni Calame, G. Montagna, O. Nicrosini и F. Piccinini, «The BABAYAGA event generator,» Nucl. Phys. Proc. Suppl., т. 131, с. 48–55, 2004, [48(2003)]. DOI: [10.1016/j.nuclphysbps.2004.02.008](https://doi.org/10.1016/j.nuclphysbps.2004.02.008). arXiv: hep-ph/0312014 [hep-ph].
- [53] G. Balossini, C. M. Carloni Calame, G. Montagna, O. Nicrosini и F. Piccinini, «Matching perturbative and parton shower corrections to Bhabha process at flavour factories,» Nuclear Physics B, т. 758, № 1, с. 227–253, 2006, ISSN: 0550-3213. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.nuclphysb.2006.09.022>. url: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0550321306007851>.

- [54] G. Balossini, C. Bignamini, C. Carloni Calame, G. Montagna, O. Nicrosini и F. Piccinini, «Photon pair production at flavour factories with per mille accuracy,» Physics Letters B, т. 663, № 3, с. 209—213, 2008, ISSN: 0370-2693. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.physletb.2008.04.007>. url: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0370269308004346>.
- [55] C. M. Carloni Calame, «An improved parton shower algorithm in QED,» Physics Letters B, т. 520, № 1, с. 16—24, 2001, ISSN: 0370-2693. DOI: [https://doi.org/10.1016/S0370-2693\(01\)01108-X](https://doi.org/10.1016/S0370-2693(01)01108-X). url: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S037026930101108X>.
- [56] C. M. Carloni Calame, C. Lunardini, G. Montagna, O. Nicrosini и F. Piccinini, «Large angle Bhabha scattering and luminosity at flavor factories,» Nucl. Phys. B, т. 584, с. 459—479, 2000. DOI: [10.1016/S0550-3213\(00\)00356-4](https://doi.org/10.1016/S0550-3213(00)00356-4). arXiv: [hep-ph/0003268](https://arxiv.org/abs/hep-ph/0003268).
- [57] P. Nason, «A New method for combining NLO QCD with shower Monte Carlo algorithms,» JHEP, т. 11, с. 040, 2004. DOI: [10.1088/1126-6708/2004/11/040](https://doi.org/10.1088/1126-6708/2004/11/040). arXiv: [hep-ph/0409146](https://arxiv.org/abs/hep-ph/0409146).



- [58] S. Frixione, P. Nason и C. Oleari, «Matching NLO QCD computations with Parton Shower simulations: the POWHEG method,» JHEP, т. 11, с. 070, 2007. DOI: 10.1088/1126-6708/2007/11/070. arXiv: 0709.2092 [hep-ph].
- [59] S. Alioli, P. Nason, C. Oleari и E. Re, «A general framework for implementing NLO calculations in shower Monte Carlo programs: the POWHEG BOX,» JHEP, т. 06, с. 043, 2010. DOI: 10.1007/JHEP06(2010)043. arXiv: 1002.2581 [hep-ph].
- [60] J. Bellm и др., «Herwig 7.0/Herwig++ 3.0 release note,» Eur. Phys. J. C, т. 76, № 4, с. 196, 2016. DOI: 10.1140/epjc/s10052-016-4018-8. arXiv: 1512.01178 [hep-ph].
- [61] C. M. Carloni Calame, G. Montagna, O. Nicrosini и A. Vicini, «Precision electroweak calculation of the production of a high transverse-momentum lepton pair at hadron colliders,» JHEP, т. 10, с. 109, 2007. DOI: 10.1088/1126-6708/2007/10/109. arXiv: 0710.1722 [hep-ph].
- [62] C. E. Gerber и др., «Tevatron-for-LHC Report: Top and Electroweak Physics,», май 2007. arXiv: 0705.3251 [hep-ph].

- [63] C. M. Carloni Calame, G. Montagna, O. Nicrosini и A. Vicini, «Precision electroweak calculation of the charged current Drell-Yan process,» JHEP, т. 12, с. 016, 2006. DOI: 10.1088/1126-6708/2006/12/016. arXiv: hep-ph/0609170.
- [64] C. Buttar и др., «Les houches physics at TeV colliders 2005, standard model and Higgs working group: Summary report,» в 4th Les Houches Workshop on Physics at TeV Colliders, апр. 2006. arXiv: hep-ph/0604120.
- [65] C. M. Carloni Calame, G. Montagna, O. Nicrosini и M. Treccani, «Higher order QED corrections to W boson mass determination at hadron colliders,» Phys. Rev. D, т. 69, с. 037301, 2004. DOI: 10.1103/PhysRevD.69.037301. arXiv: hep-ph/0303102.
- [66] C. M. Carloni Calame, G. Montagna, O. Nicrosini и M. Treccani, «Multiple photon corrections to the neutral-current Drell-Yan process,» JHEP, т. 05, с. 019, 2005. DOI: 10.1088/1126-6708/2005/05/019. arXiv: hep-ph/0502218.
- [67] W. Placzek, «WINHAC: The Monte Carlo event generator for single W-boson production in hadronic collisions,» PoS, т. EPS-HEP2009, с. 340, 2009. DOI: 10.22323/1.084.0340. arXiv: 0911.0572 [hep-ph].

- [68] U. Baur, S. Keller и D. Wackerth, «Electroweak radiative corrections to  $W$  boson production in hadronic collisions,» [Phys. Rev. D](#), т. 59, с. 013 002, 1999. DOI: 10.1103/PhysRevD.59.013002. arXiv: hep-ph/9807417.
- [69] U. Baur, O. Brein, W. Hollik, C. Schappacher и D. Wackerth, «Electroweak radiative corrections to neutral current Drell-Yan processes at hadron colliders,» [Phys. Rev. D](#), т. 65, с. 033 007, 2002. DOI: 10.1103/PhysRevD.65.033007. arXiv: hep-ph/0108274.
- [70] A. Kampf и др., «One-loop radiative corrections to photon-pair production in polarized positron-electron annihilation,» [Phys. Rev. D](#), т. 107, № 7, с. 073 003, 2023. DOI: 10.1103/PhysRevD.107.073003. arXiv: 2211.11467 [hep-ph].
- [71] C. Adolphsen и др., «European Strategy for Particle Physics – Accelerator R&D Roadmap,» [CERN Yellow Rep. Monogr.](#), т. 1, N. Mounet, ред., с. 1–270, 2022. DOI: 10.23731/CYRM-2022-001. arXiv: 2201.07895 [physics.acc-ph].
- [72] A. Blondel и др., «Standard model theory for the FCC-ee Tera-Z stage,» в [Mini Workshop on Precision EW and QCD Calculations for the FCC Studies : Methods and](#) CERN, т. 3, Geneva: CERN, 2019. DOI: 10.23731/CYRM-2019-003. arXiv: 1809.01830 [hep-ph].