



ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ имени М. В. ЛОМОНОСОВА»

ФИЗИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ

КАФЕДРА ФИЗИКИ ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ



РОЛЬ КЛАСТЕРНЫХ СТЕПЕНЕЙ СВОБОДЫ В СТРУКТУРЕ И ДЕЛЕНИИ АТОМНЫХ ЯДЕР

МОИСЕЕВ НИКИТА СЕРГЕЕВИЧ

СТУДЕНТ ГРУППЫ 209М

НАУЧНЫЙ РУКОВОДИТЕЛЬ:

НАЧАЛЬНИК СЕКТОРА ЛЯП ОИЯИ, ПРОФЕССОР КАФЕДРЫ ФЭЧ, Д.Ф.-М.Н.

КАЛИНОВСКАЯ ЛИДИЯ ВЛАДИМИРОВНА

НАУЧНЫЙ КОНСУЛЬТАНТ:

В.Н.С. ЛТФ ОИЯИ, Д.Ф.-М.Н.

АДАМЯН ГУРГЕН ГРИГОРЬЕВИЧ



ВВЕДЕНИЕ

The Mechanism of Nuclear Fission

NIELS BOHR

University of Copenhagen, Copenhagen, Denmark, and The Institute for Advanced Study, Princeton, New Jersey

AND

JOHN ARCHIBALD WHEELER

Princeton University, Princeton, New Jersey

(Received June 28, 1939)

On the basis of the liquid drop model of atomic nuclei, an account is given of the mechanism of nuclear fission. In particular, conclusions are drawn regarding the variation from nucleus to nucleus of the critical energy required for fission, and regarding the dependence of fission cross section for a given nucleus on energy of the exciting agency. A detailed discussion of the observations is presented on the basis of the theoretical considerations. Theory and experiment fit together in a reasonable way to give a satisfactory picture of nuclear fission.

INTRODUCTION

THE discovery by Fermi and his collaborators that neutrons can be captured by heavy nuclei to form new radioactive isotopes led especially in the case of uranium to the interesting finding of nuclei of higher mass and charge number than hitherto known. The pursuit of these investigations, particularly through the work of Meitner, Hahn, and Strassmann as well as Curie and Savitch, brought to light a number of unsuspected and startling results and finally led Hahn and Strassmann¹ to the discovery that from uranium elements of much smaller atomic weight and charge are also formed.

The new type of nuclear reaction thus discovered was given the name "fission" by Meitner and Frisch,² who on the basis of the liquid drop model of nuclei emphasized the analogy of the process concerned with the division of a fluid sphere into two smaller droplets as the result of a deformation caused by an external disturbance. In this connection they also drew attention to the fact that just for the heaviest nuclei the mutual repulsion of the electrical charges will to a large extent annul the effect of the short range nuclear forces, analogous to that of surface tension, in opposing a change of shape of the nucleus. To produce a critical deformation will therefore require only a comparatively small energy, and by the subsequent division of the nucleus a very large amount of energy will be set free.

¹ O. Hahn and F. Strassmann, *Naturwiss.* 27, 11 (1939); see, also, P. Abelson, *Phys. Rev.* 55, 418 (1939).

² L. Meitner and O. R. Frisch, *Nature* 143, 239 (1939).

Just the enormous energy release in the fission process has, as is well known, made it possible to observe these processes directly, partly by the great ionizing power of the nuclear fragments, first observed by Frisch³ and shortly afterwards independently by a number of others, partly by the penetrating power of these fragments which allows in the most efficient way the separation from the uranium of the new nuclei formed by the fission.⁴ These products are above all characterized by their specific beta-ray activities which allow their chemical and spectrographic identification. In addition, however, it has been found that the fission process is accompanied by an emission of gamma-rays, some of which seem to be directly associated with the fission, others associated with the beta-ray transformation.

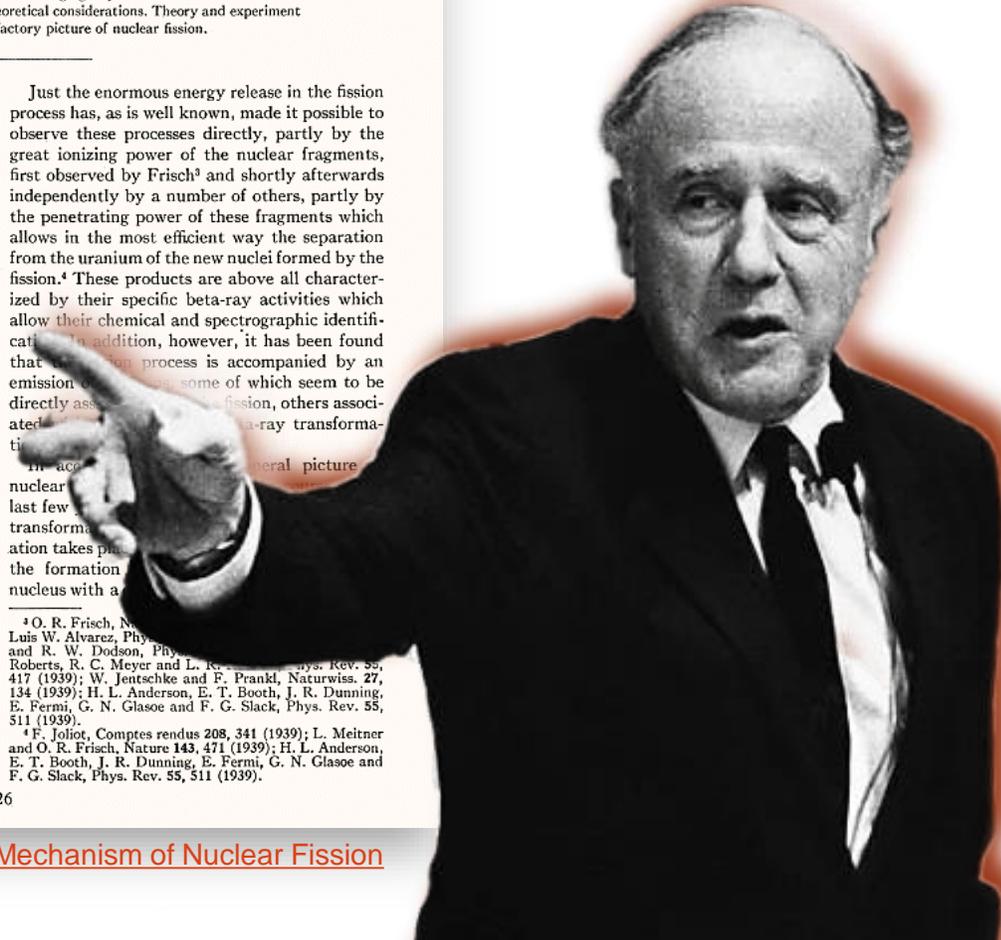
In accordance with the general picture

of nuclear fission, the last few years have seen a number of transformations which take place in the formation of a nucleus with a

³ O. R. Frisch, *Nature* 143, 226 (1939); Luis W. Alvarez, *Phys. Rev.* 55, 417 (1939); and R. W. Dodson, *Phys. Rev.* 55, 417 (1939); W. Jentschke and F. Prankl, *Naturwiss.* 27, 134 (1939); H. L. Anderson, E. T. Booth, J. R. Dunning, E. Fermi, G. N. Glasoe and F. G. Slack, *Phys. Rev.* 55, 511 (1939).

⁴ F. Joliot, *Comptes rendus* 208, 341 (1939); L. Meitner and O. R. Frisch, *Nature* 143, 471 (1939); H. L. Anderson, E. T. Booth, J. R. Dunning, E. Fermi, G. N. Glasoe and F. G. Slack, *Phys. Rev.* 55, 511 (1939).

Джон
Арчибальд
Уилер
(1911 – 2008)



Нильс
Хенрик
Давид Бор
(1885 – 1962)



ВВЕДЕНИЕ



Флёрв (стоит) и Петржак в лаборатории (1940 год).

1940 год – *Г. Н. Флёрв и К. А. Петржак обнаружили спонтанное деление* в ходе наблюдений за ураном на станции московского метро «Динамо», находящейся на глубине 60 метров (200 футов) под землей.

**Георгий
Николаевич
Флёрв**
(1913 – 1990)

**Константин
Антонович
Петржак**
(1907 – 1998)

Spontaneous Fission of Uranium

With 15 plates ionization chambers adjusted for detection of uranium fission products we observed 6 pulses per hour which we ascribe to spontaneous fission of uranium. A series of control experiments seem to exclude other possible explanations. Energy of pulses and absorption properties coincide with fission products of uranium bombarded by neutrons. No pulses were found with UX and Th. Mean lifetime of uranium follows ten to sixteen or seventeen years.

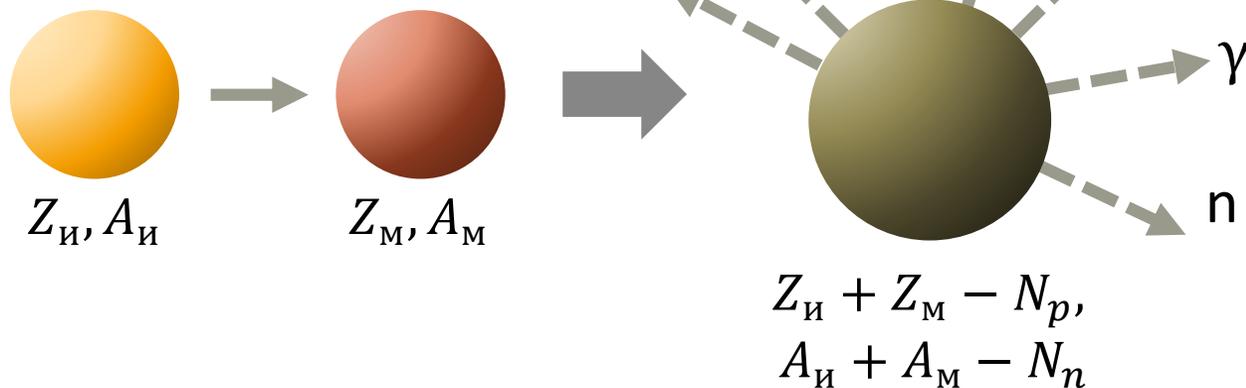
FLEROV
PETRJAK

Physico Technical Institute (F),
Radium Institute (P),
Leningrad, U. S. S. R.,
June 14, 1940 (by cable).

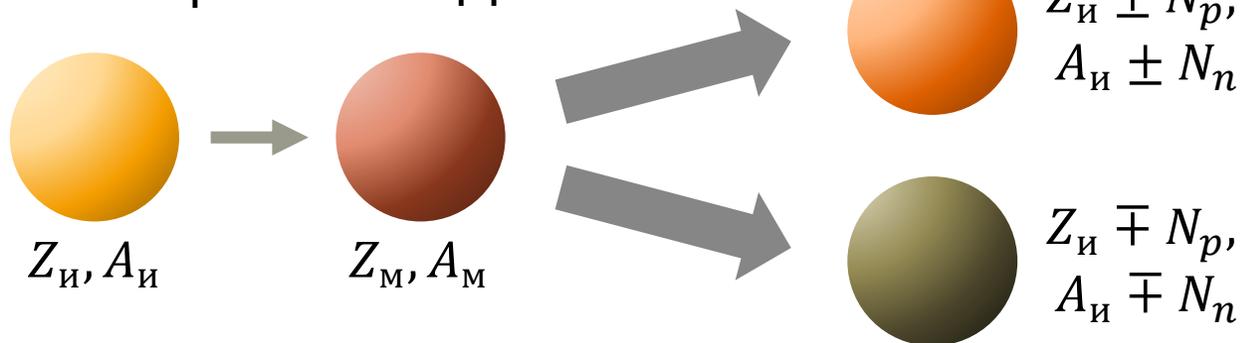
[Phys. Rev. 58, 89 \(1940\) - Spontaneous Fission of Uranium \(aps.org\)](#)

ВВЕДЕНИЕ: АКТУАЛЬНЫЕ НАПРАВЛЕНИЯ В ЯДЕРНОЙ ФИЗИКЕ

РЕАКЦИЯ СЛИЯНИЯ



РЕАКЦИЯ ПЕРЕДАЧИ



Z_I, A_I – заряд и масса тяжелого иона
 Z_M, A_M – заряд и масса ядра мишени
 N_p, N_n – числа протонов и нейтронов, испущенных ядрами

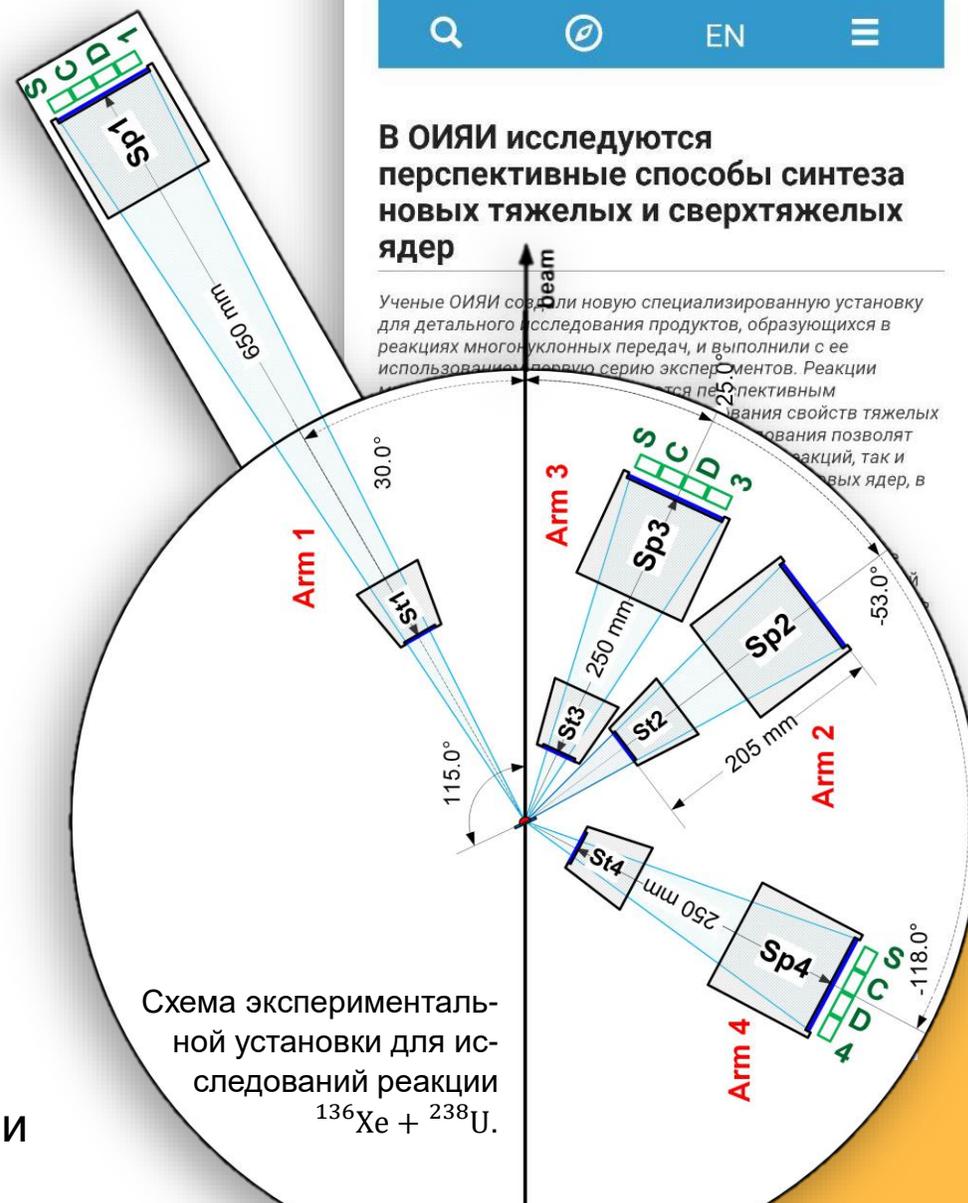


Схема экспериментальной установки для исследований реакции $^{136}\text{Xe} + ^{238}\text{U}$.



Объединенный институт ядерных исследований

НАУКА СБЛИЖАЕТ НАРОДЫ



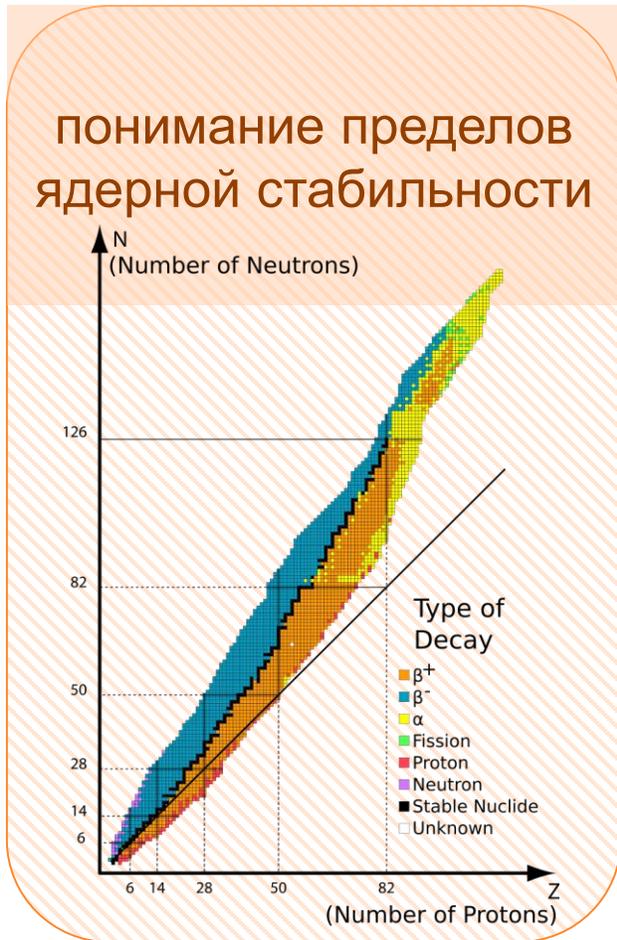
EN



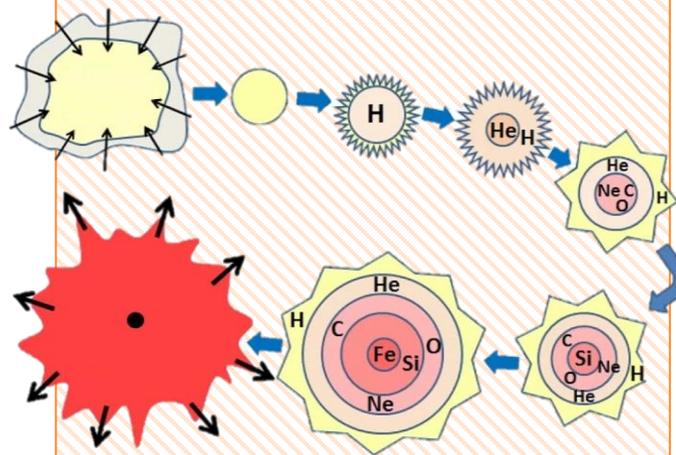
В ОИЯИ исследуются перспективные способы синтеза новых тяжелых и сверхтяжелых ядер

Ученые ОИЯИ создали новую специализированную установку для детального исследования продуктов, образующихся в реакциях многонуклонных передач, и выполнили с ее использованием первую серию экспериментов. Реакции исследуются перспективным способом определения свойств тяжелых ядер. Исследования позволят выявить новые реакции, так и синтез новых ядер, в

ВВЕДЕНИЕ: РОЛЬ СПОНТАННОГО ДЕЛЕНИЯ



прекращение цикла ядерных реакций, ответственных за образование элементов в астрофизических средах



ядерные технологии



ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ

МИКРОСКОПИЧЕСКИЕ ПОДХОДЫ

- фундаментальные подходы
- метод среднего поля (MF), метод Хартри-Фока
- релятивистский метод среднего поля (RMF)

МИКРОСКОПИЧЕСКИ-МАКРОСКОПИЧЕСКИЕ ПОДХОДЫ

- FRDM (Finite Range Droplet Model)
- FRLDM (Finite Range Liquid Droplet Model)
- WS (Weizsäcker-Skyrme)
- WS+RBF (WS + Radial Basis Functions)

ФЕНОМЕНОЛОГИЧЕСКИЕ ПОДХОДЫ

- метод локальных массовых соотношений (ЛМС)

ПРОБЛЕМЫ

сложность процесса деления

неопределенность высоты и формы барьера деления

анализ потенциалов межнуклонного взаимодействия

распределение сил в многонуклонной системе

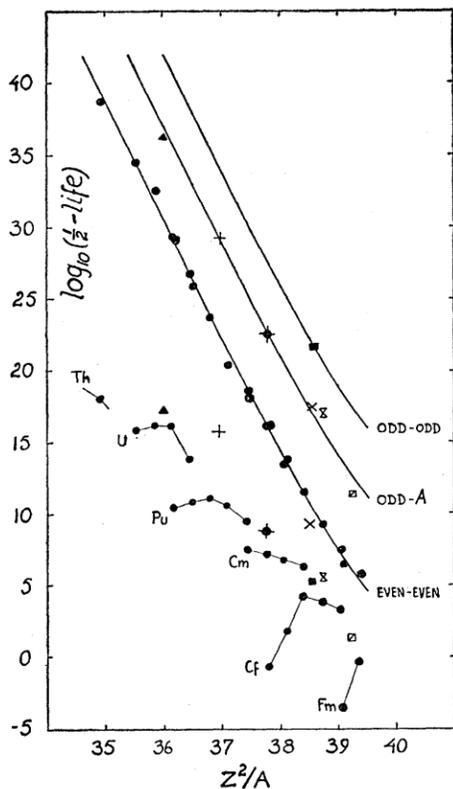
трудность вычислений

модели не всегда обладают достаточной точностью

ОБЗОР ФОРМУЛ ДЛЯ ПЕРИОДОВ ПОЛУРАСПАДА СПОНТАННОГО ДЕЛЕНИЯ

РОЛЬ КЛАСТЕРНЫХ СТЕПЕНЕЙ СВОБОДЫ В
СТРУКТУРЕ И ДЕЛЕНИИ АТОМНЫХ ЯДЕР

7



$$\log_{10} T_{1/2}^{SF} (\text{r}) = -7.8\theta + 0.35\theta^2 + 0.073\theta^3 - (5 - \theta)\delta M +$$

$$+ \begin{cases} 18.2, & \text{для четно-четных ядер,} \\ 24.8, & \text{для нечетных по } A \text{ ядер,} \\ 29.7, & \text{для нечетно-нечетных ядер,} \end{cases}$$

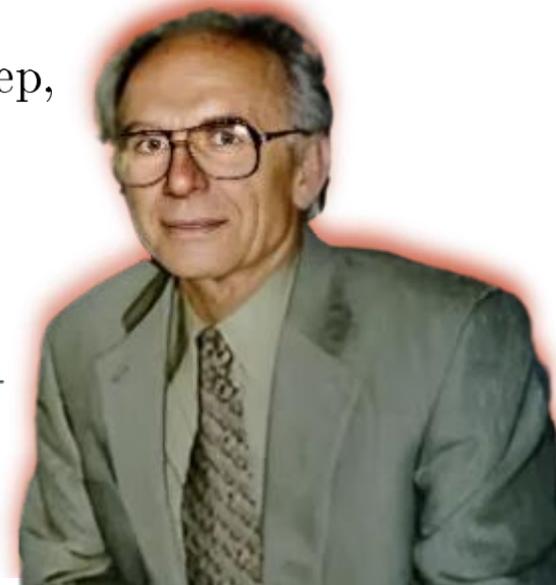
$$\theta = (Z^2/A) - 37.5,$$

$$\delta M = M_{\text{exp}} - M_{\text{ref}},$$

$$M_{\text{ref}} = 1000A - 8.3557A + 19.120A^{2/3} + 076278 \frac{Z^2}{A^{1/3}} +$$

$$+ 25.444 \frac{(N - Z)^2}{A} + 0.420(N - Z).$$

Władysław J.
Świątecki
(1926 – 2009)



ЦЕЛЬ

ПОИСК НОВОГО МЕТОДА СИСТЕМАТИК ПЕРИОДОВ ПОЛУРАСПАДА СПОНТАННОГО ДЕЛЕНИЯ, ИЗУЧЕНИЕ РОЛИ КЛАСТЕРНЫХ СТЕПЕНЕЙ СВОБОДЫ В СТРУКТУРЕ И ДЕЛЕНИИ АТОМНЫХ ЯДЕР.

ЗАДАЧИ

ОБЗОР ФОРМУЛ ДЛЯ ПЕРИОДА ПОЛУРАСПАДА СПОНТАННОГО ДЕЛЕНИЯ ТЯЖЕЛЫХ И СВЕРХТЯЖЕЛЫХ ЯДЕР;

ИЗУЧЕНИЕ СИСТЕМАТИК ПЕРИОДОВ ПОЛУРАСПАДА СПОНТАННОГО ДЕЛЕНИЯ;

ПОЛУЧЕНИЕ ЭМПИРИЧЕСКОЙ ФОРМУЛЫ ДЛЯ ПЕРИОДА ПОЛУРАСПАДА СПОНТАННОГО ДЕЛЕНИЯ ТЯЖЕЛЫХ И СВЕРХТЯЖЕЛЫХ ЯДЕР;

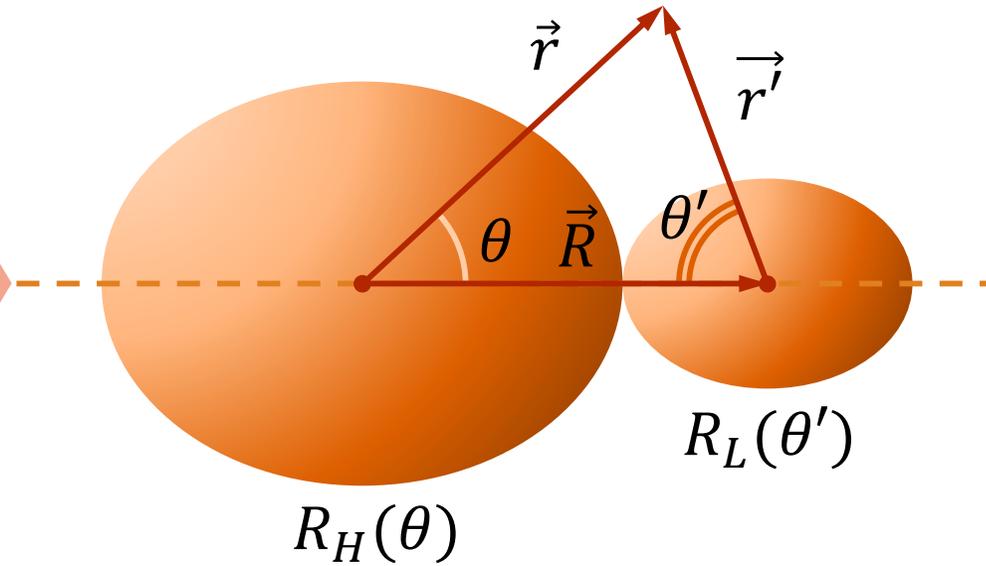
ПОЛУЧЕНИЕ ОЦЕНОК ПЕРИОДОВ ПОЛУРАСПАДА СПОНТАННОГО ДЕЛЕНИЯ ДЛЯ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНО НЕИЗВЕСТНЫХ ИЗОТОПОВ;

ИЗУЧЕНИЕ СИСТЕМАТИК ИЗБЫТКОВ МАСС ТЯЖЕЛЫХ И СВЕРХТЯЖЕЛЫХ ЯДЕР;

АНАЛИЗ КОНКУРЕНЦИИ СПОНТАННОГО ДЕЛЕНИЯ И АЛЬФА-РАСПАДА В ИЗОТОПАХ СВЕРХТЯЖЕЛЫХ ЯДЕР.

ДЯС

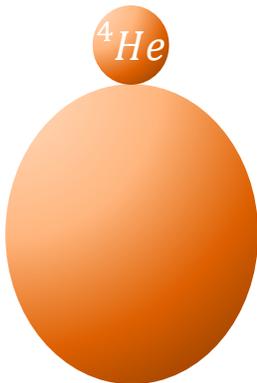
Схематическое изображение ДЯС в случае аксиально-симметричного взаимного расположения кластеров.



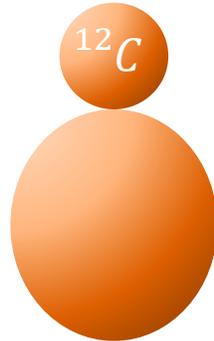
[Adamian G, Antonenko N, Scheid W. Clustering effects within the dinuclear model.](#)

Характеристики ДЯС:

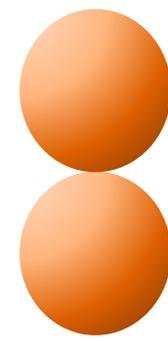
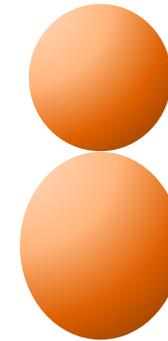
- относительное расстояние R между кластерами,
- углы Эйлера,
- зарядовая асимметрия $\eta_Z = \frac{Z_H - Z_L}{Z_H + Z_L}$, Z_H и Z_L – зарядовые числа тяжелого и легкого кластеров.



α-распад

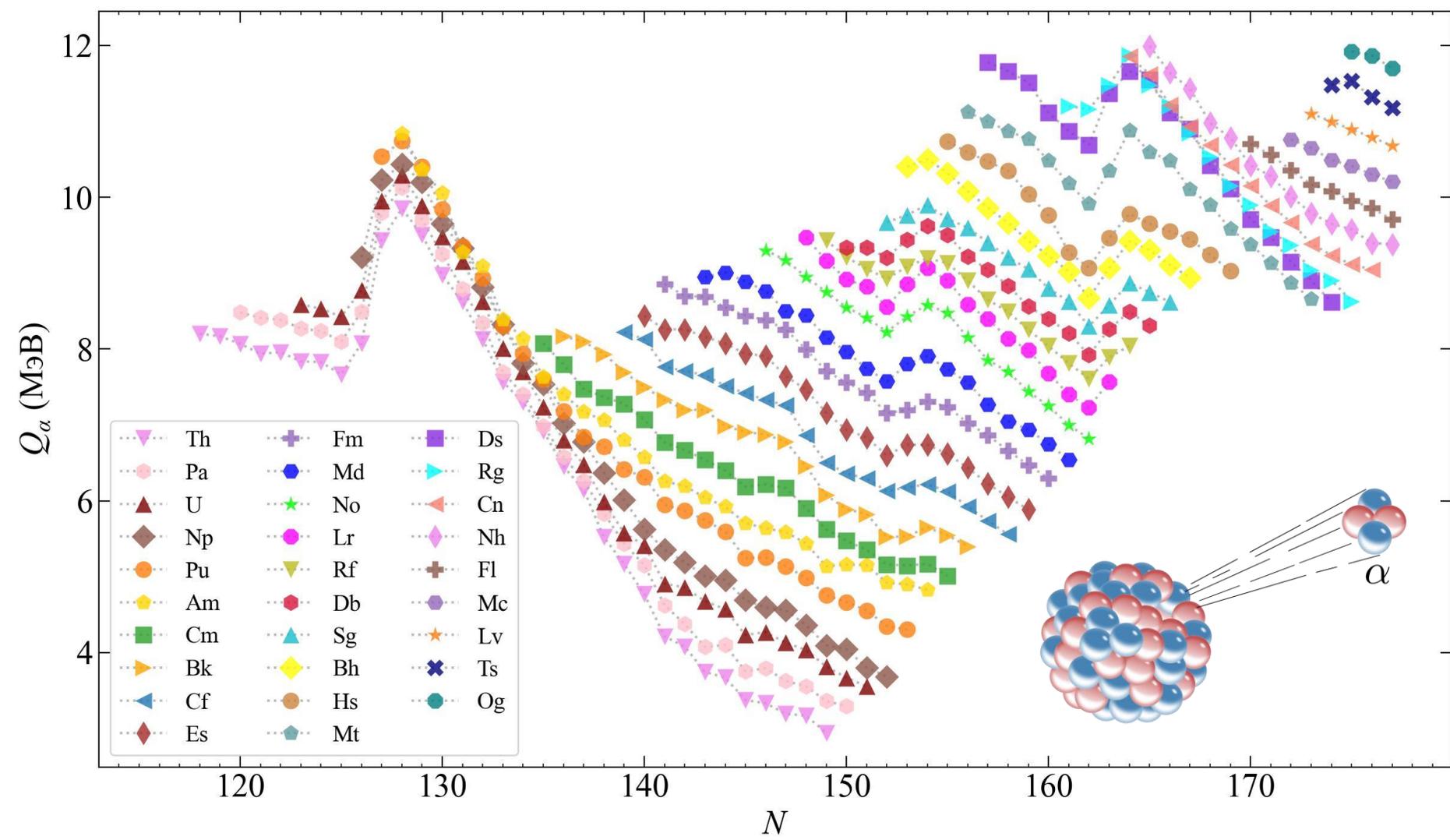


кластерный распад



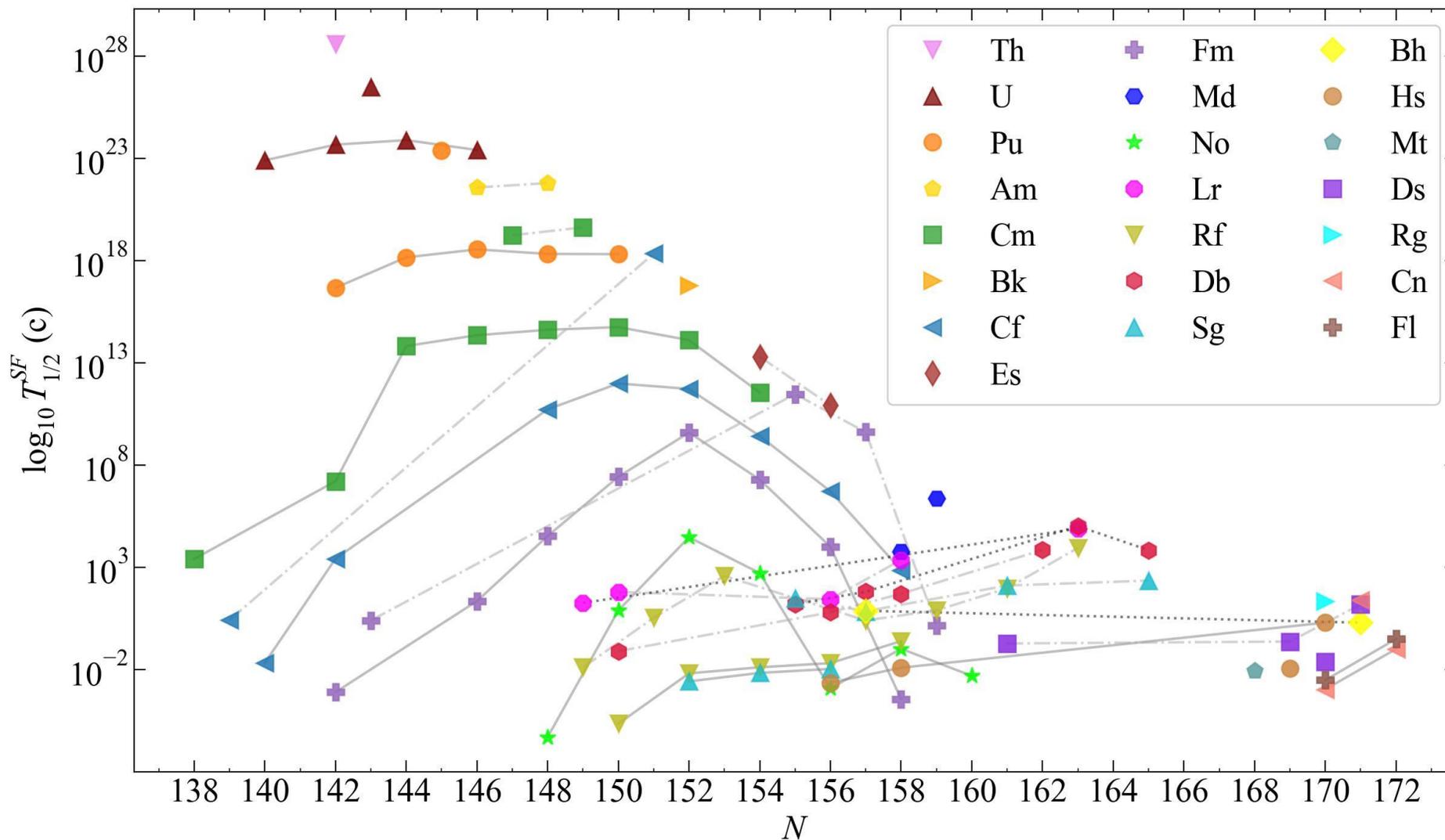
спонтанное деление

$$Q_\alpha(Z, A) = M(Z, A) - M(Z - 2, A - 4) - M(^4\text{He})$$

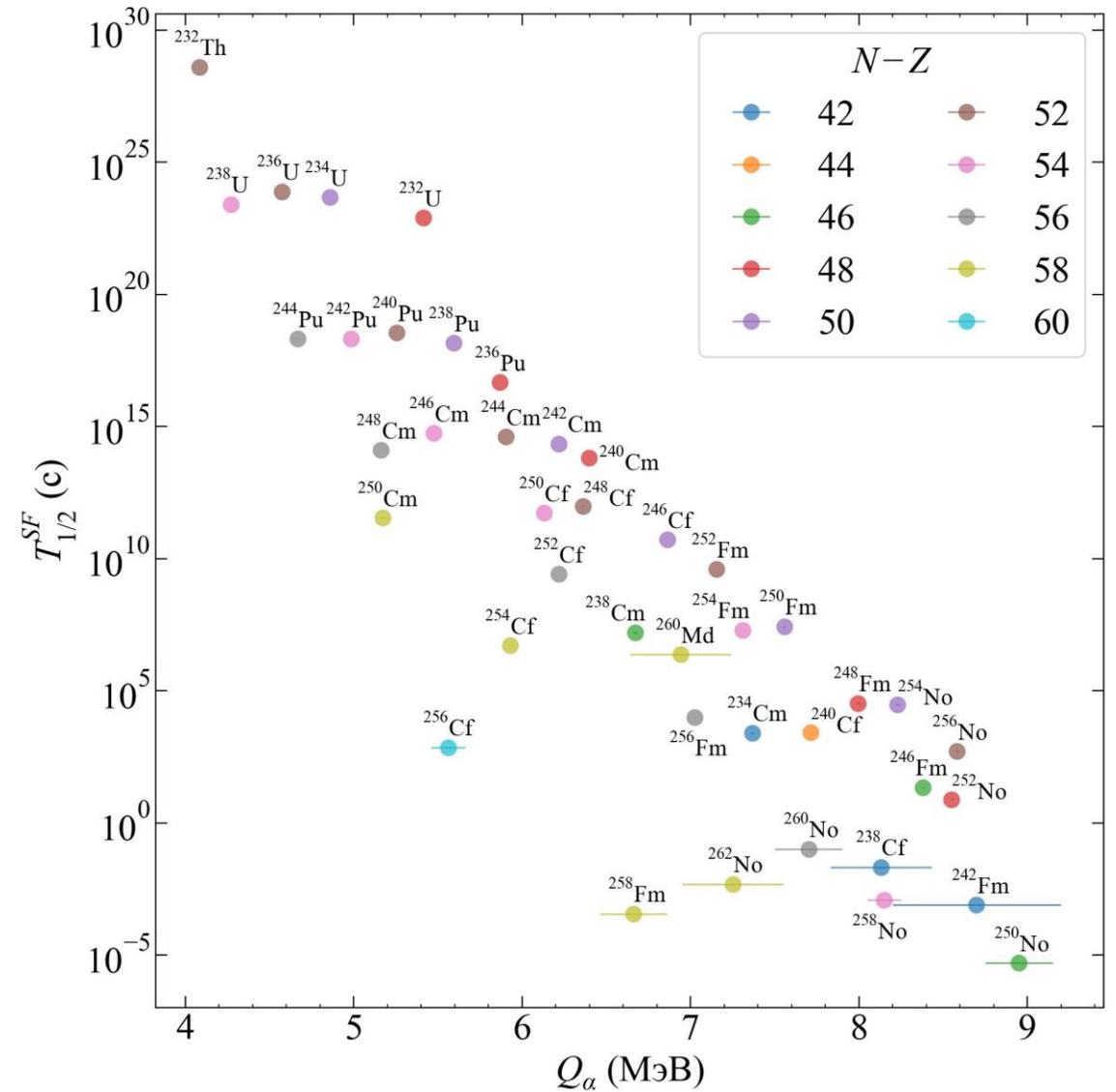
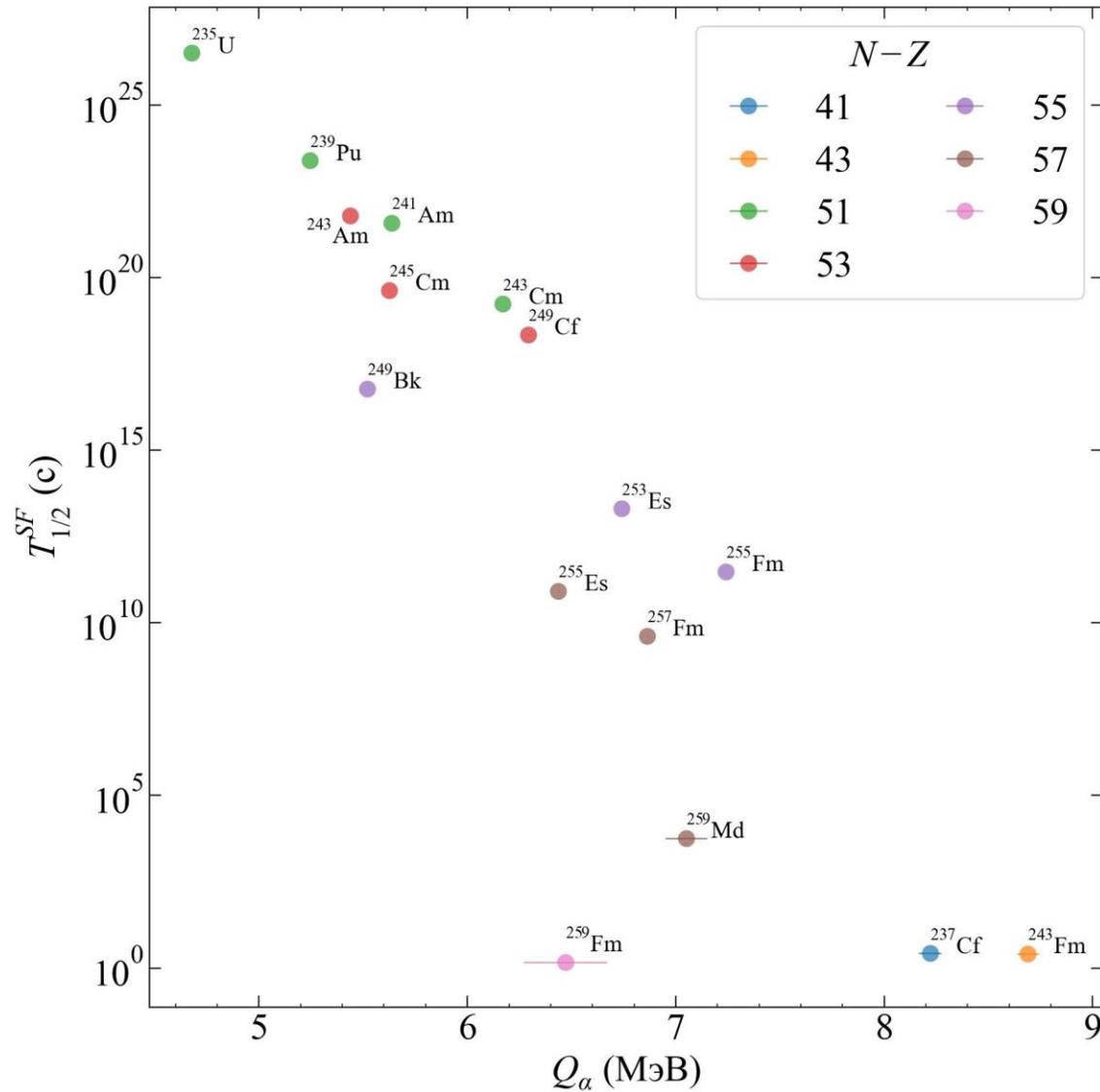


$A > 200 : \quad Q_\alpha = 4 - 11 \text{ МэВ}$

БОЛЕЕ 30 ПОРЯДКОВ



Периоды полураспада спонтанного деления $T_{1/2}^{SF}$ для ядер с $90 \leq Z \leq 114$, построенные на основе данных [Wang, 2021]. Сплошные линии — четно-четные ядра, штрих-пунктирные — четно-нечетные и нечетно-четные ядра, пунктирные — нечетно-нечетные ядра.

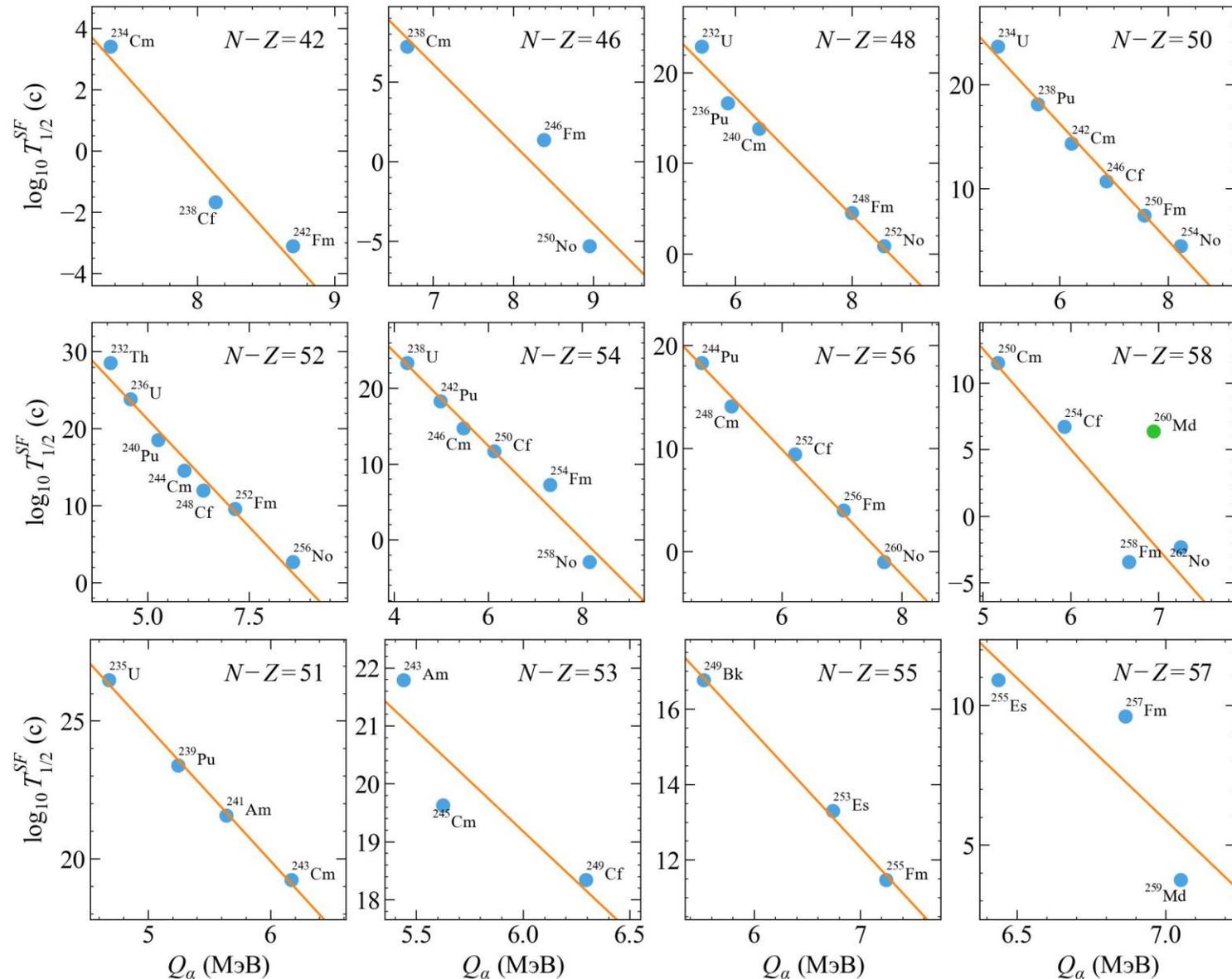


Экспериментальные точки, иллюстрирующие зависимости периода полураспада спонтанного деления от энергии отделения альфа-частицы для ядер с зарядовыми числами $90 \leq Z \leq 102$ при нечетных (слева) и при четных (справа) значениях избытка числа нейтронов $N - Z$, построенные на основе данных [Wang, 2021; Kondev, 2021].

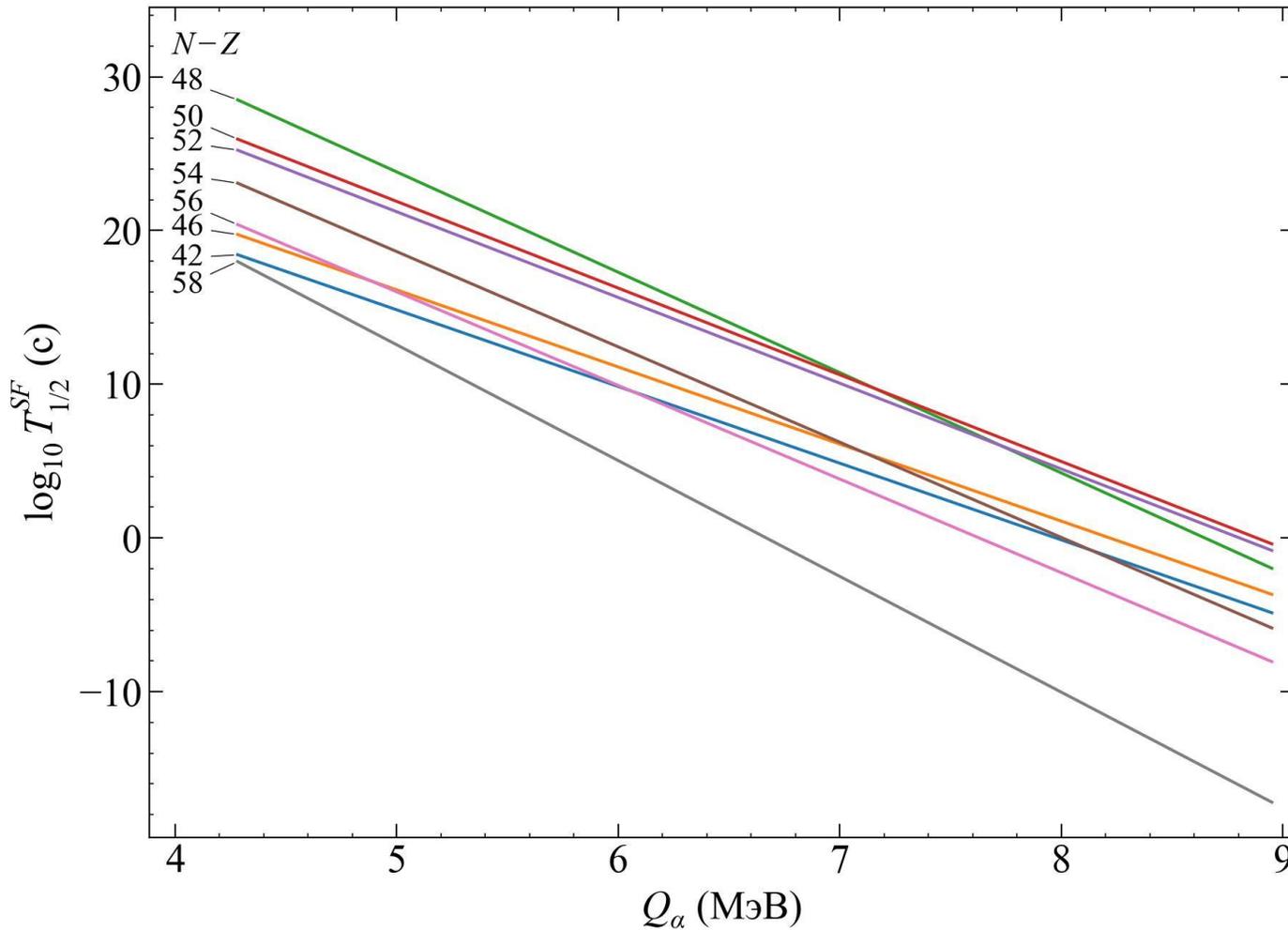
ОСОБЕННОСТИ ЗАВИСИМОСТИ ПЕРИОДА ПОЛУРАСПАДА СПОНТАННОГО ДЕЛЕНИЯ ОТ ЭНЕРГИИ ВЫХОДА АЛЬФА-ЧАСТИЦЫ

Экспериментальные точки, иллюстрирующие зависимости десятичного логарифма периода полураспада спонтанного деления от энергии отделения альфа-частицы при фиксированных значениях избытка числа нейтронов $N - Z$ для ядер с $90 \leq Z \leq 102$ и их аппроксимация при помощи линейной функции вида

$$\log_{10} T_{1/2}^{SF} (Q_\alpha) = c_Q \cdot Q_\alpha + f$$



Сравнение аппроксимирующих прямых



Значения коэффициентов, полученные при линейной аппроксимации экспериментальных точек

$N - Z$	c_Q	f
42	-4.99	39.78
46	-5.01	41.21
48	-6.53	56.45
50	-5.64	50.09
52	-5.58	49.10
54	-6.20	49.62
56	-6.09	46.46
58	-7.53	50.23
51	-4.86	49.07
53	-3.48	40.03
55	-3.04	33.61
57	-10.18	77.15

$$\log_{10} T_{1/2}^{SF}(Q_\alpha) = c_Q \cdot Q_\alpha + f$$

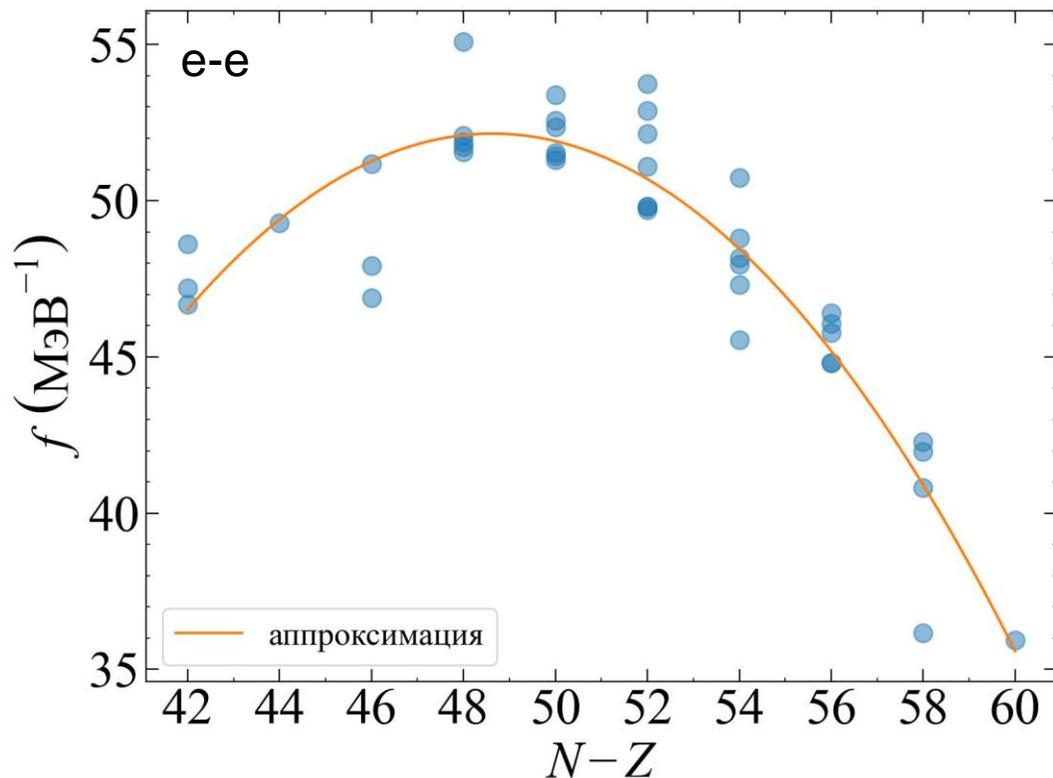
$$c_Q = c_Q^{e-e} = -5.95$$

$$f = f(A, Z) \rightarrow f = f(N - Z)$$

ЭМПИРИЧЕСКАЯ ФОРМУЛА ДЛЯ ЛОГАРИФМА ПЕРИОДА ПОЛУРАСПАДА СПОНТАННОГО ДЕЛЕНИЯ ЯДЕР С $90 \leq Z \leq 102$

$$f(N - Z) = \log_{10} T_{1/2}^{SF} - c_Q^{e-e} \cdot Q_\alpha \quad c_Q^{e-e} = -5.95$$

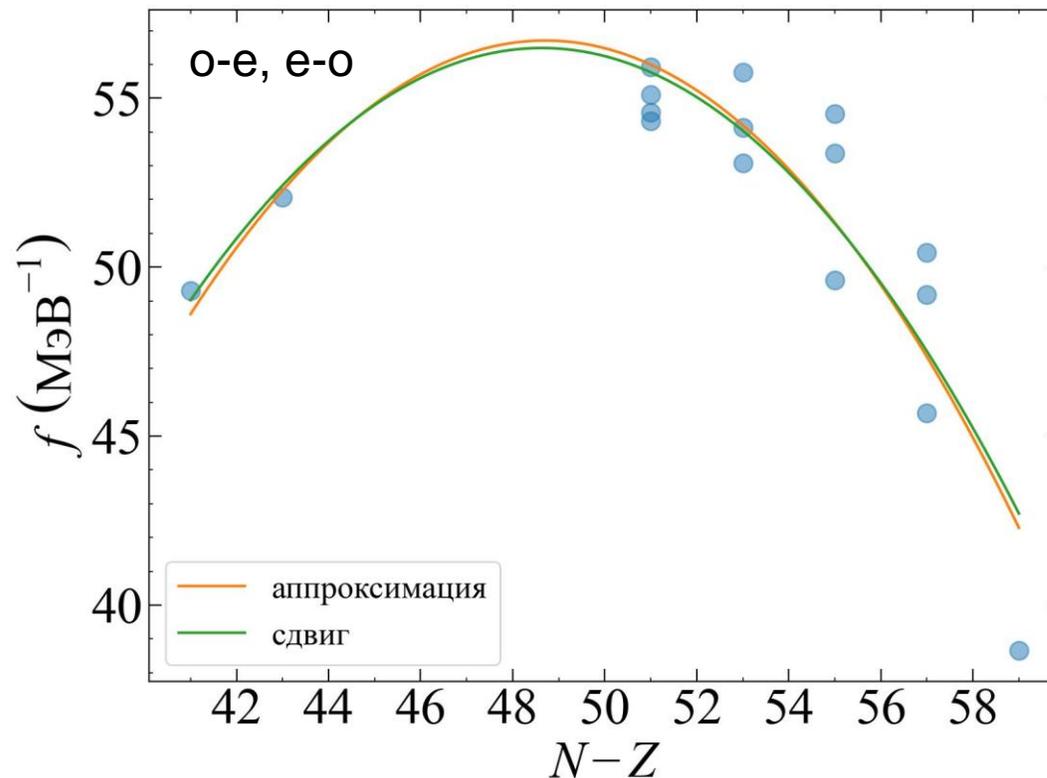
$$f(N - Z) = c_0 + c_1 \cdot (N - Z) + c_2 \cdot (N - Z)^2$$



$$c_0 = -250.78, c_1 = 12.46, c_2 = -0.13$$

Количество ядер: 41

$$\delta_{\text{rms}} = 1.645$$



$$c_0 = -269.85, c_1 = 13.28, c_2 = -0.14$$

Количество ядер: 18

$$\delta_{\text{rms}} = 2.193 (2.260)$$

$$(c_{\text{shift}} = 4.05)$$

ВЫБОР ФУНКЦИИ АППРОКСИМАЦИИ

$$\log_{10} T_{1/2}^{SF} = \log_{10} T_{1/2}^{SF}(Q_\alpha, N - Z)$$

Вид аппроксимирующей функции для четно-четных (**e-e**) ядер:

$$\log_{10} T_{1/2}^{SF}(Q_\alpha, N - Z) = c_0 + c_1 \cdot (N - Z) + c_2 \cdot (N - Z)^2 + c_Q \cdot Q_\alpha$$

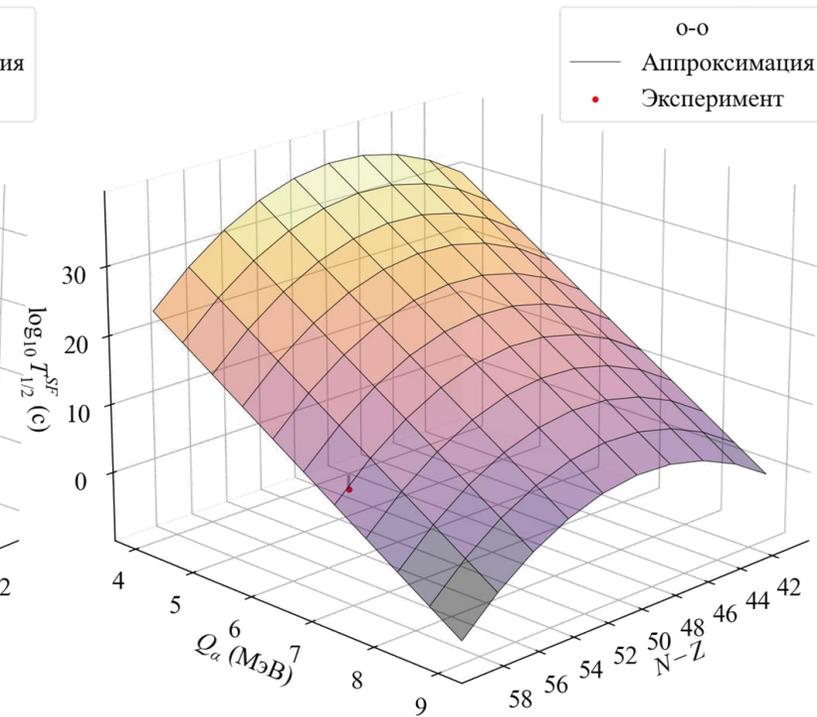
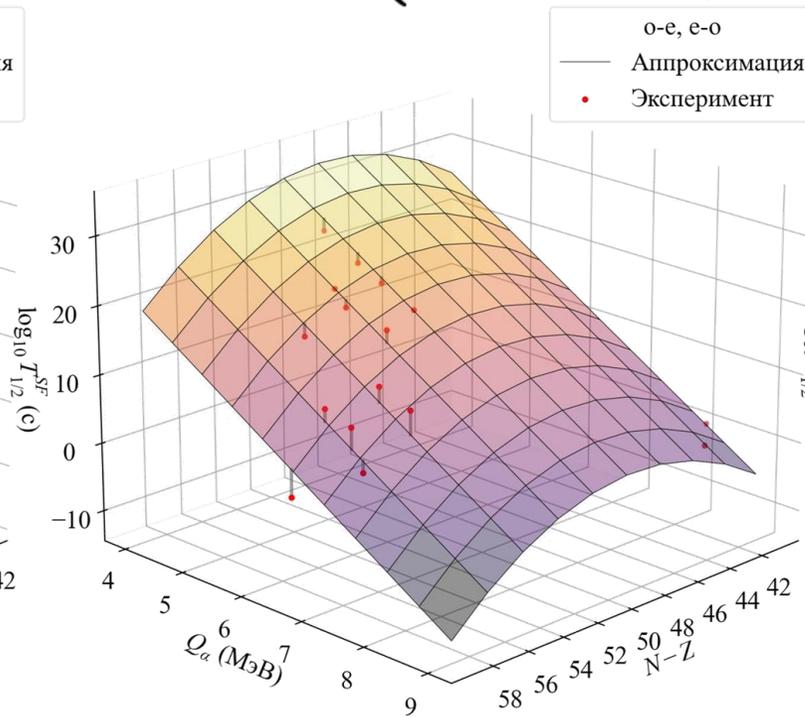
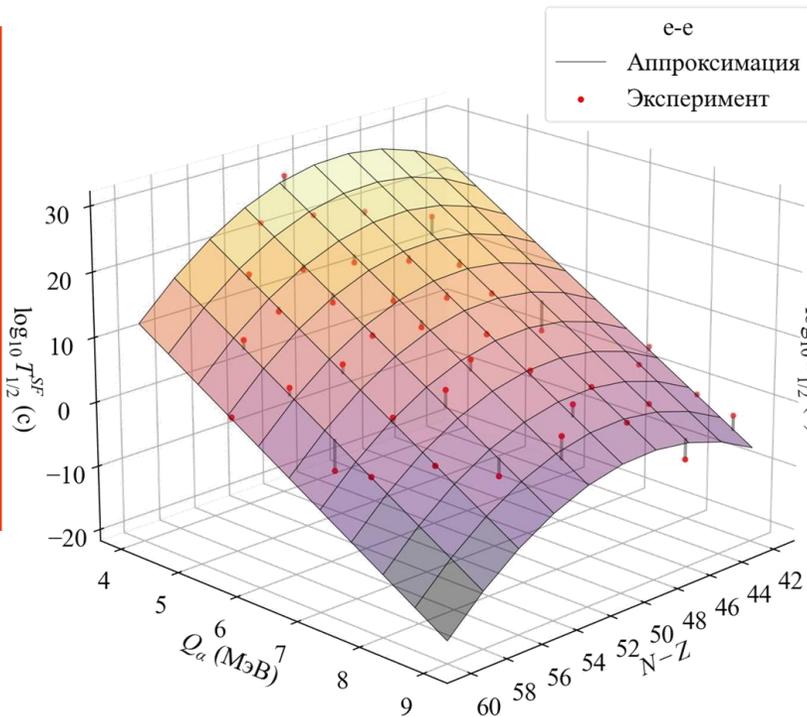
Вид аппроксимирующей функции для нечетно-четных и четно-нечетных (**o-e, e-o**) ядер/
нечетно-нечетных (**o-o**) ядер:

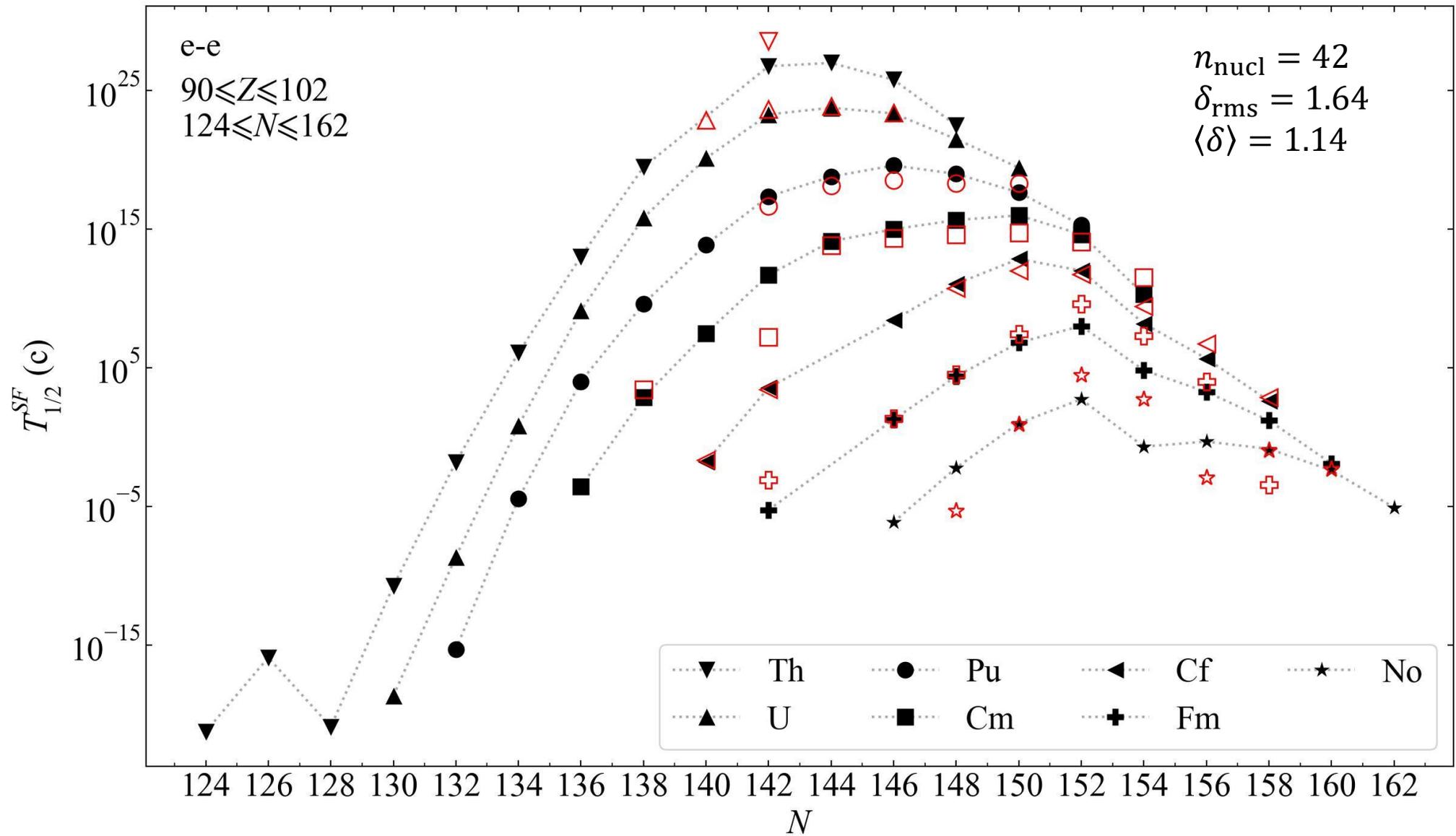
$$\log_{10} T_{1/2}^{SF}(Q_\alpha, N - Z) = c_{shift}^{o-e, e-o/o-o} + c_0 + c_1 \cdot (N - Z) + c_2 \cdot (N - Z)^2 + c_Q \cdot Q_\alpha$$

ЭМПИРИЧЕСКАЯ ФОРМУЛА ДЛЯ ПЕРИОДОВ ПОЛУРАСПАДА СПОНТАННОГО ДЕЛЕНИЯ ЯДЕР С ЗАРЯДОВЫМИ ЧИСЛАМИ $90 \leq Z \leq 102$

$$\log_{10} T_{1/2}^{SF}(Q_\alpha, N - Z) = -244.8451661 + 12.2843046 (N - Z) - 0.1265762 (N - Z)^2 -$$

$$- 6.1023337 Q_\alpha + \begin{cases} 0, & \text{для четно-четных ядер,} \\ 4.3290297, & \text{для нечетных по } A \text{ ядер,} \\ 8.6580593, & \text{для нечетно-нечетных ядер.} \end{cases}$$





Периоды полураспада спонтанного деления изотопов четно-четных ядер с зарядовыми числами $90 \leq Z \leq 102$, рассчитанные согласно эмпирической формуле (сплошные черные символы, соединенные линиями) в сравнении с экспериментальными значениями [Kondev, 2021] (открытые красные символы).

НОВАЯ ЭМПИРИЧЕСКАЯ ФОРМУЛА ДЛЯ ПЕРИОДОВ ПОЛУРАСПАДА СПОНТАННОГО ДЕЛЕНИЯ

$$\log_{10} T_{1/2}^{SF}(Q_\alpha, N - Z) = c_0 + c_1 \cdot (N - Z) + c_2 \cdot (N - Z)^2 + c_Q \cdot Q_\alpha +$$

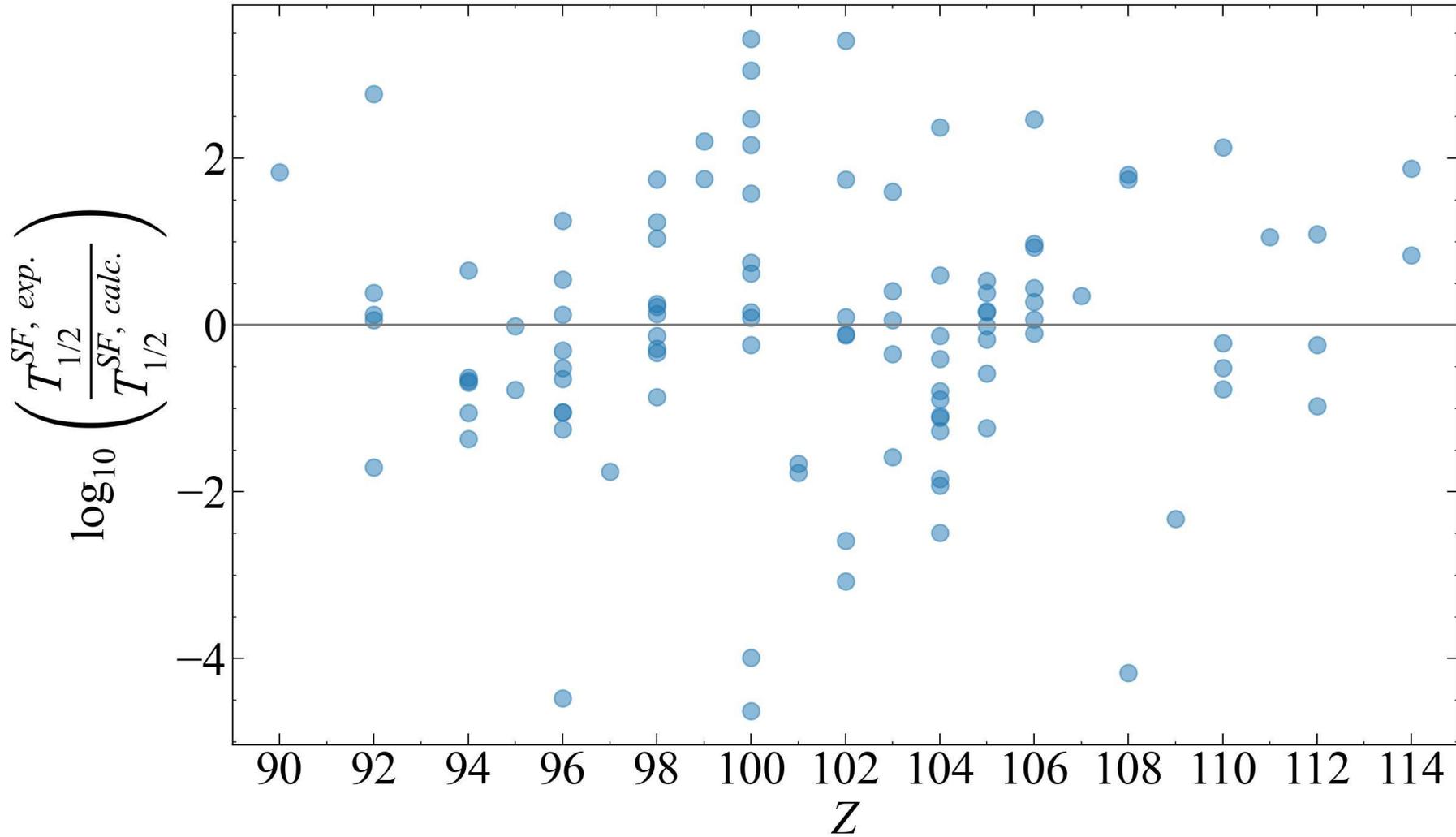
$$+ \begin{cases} 0, & \text{для чётно-чётных ядер,} \\ h, & \text{для нечётно-чётных и чётно-нечётных ядер,} \\ 2h, & \text{для нечётно-нечётных ядер,} \end{cases}$$

$90 \leq Z \leq 102$:

$$c_0 = -244.8451661, \quad c_1 = 12.2843046, \quad c_2 = -0.1265762, \\ c_Q = -6.1023337, \quad h = 4.3290297,$$

$Z \geq 103$:

$$c_0 = 7.8357239, \quad c_1 = 0.1615547, \quad c_2 = 0, \\ c_Q = -1.8908490, \quad h = 1.6319320.$$



$n_{\text{nucl}} = 105$
 $\delta_{\text{rms}} = 1.56$
 $\langle \delta \rangle = 1.15$
 $\delta_{\text{max}} = 4.63$

Десятичный логарифм отношения экспериментальных значений периодов полураспада спонтанного деления к расчетным значениям.

СРАВНЕНИЕ С ДРУГОЙ ЭМПИРИЧЕСКОЙ ФОРМУЛОЙ



Z. Yuan, D. Bai, Zh. Wang, and Zh. Ren, Improved formulas of spontaneous fission half-lives for heavy and superheavy nuclei, 2024

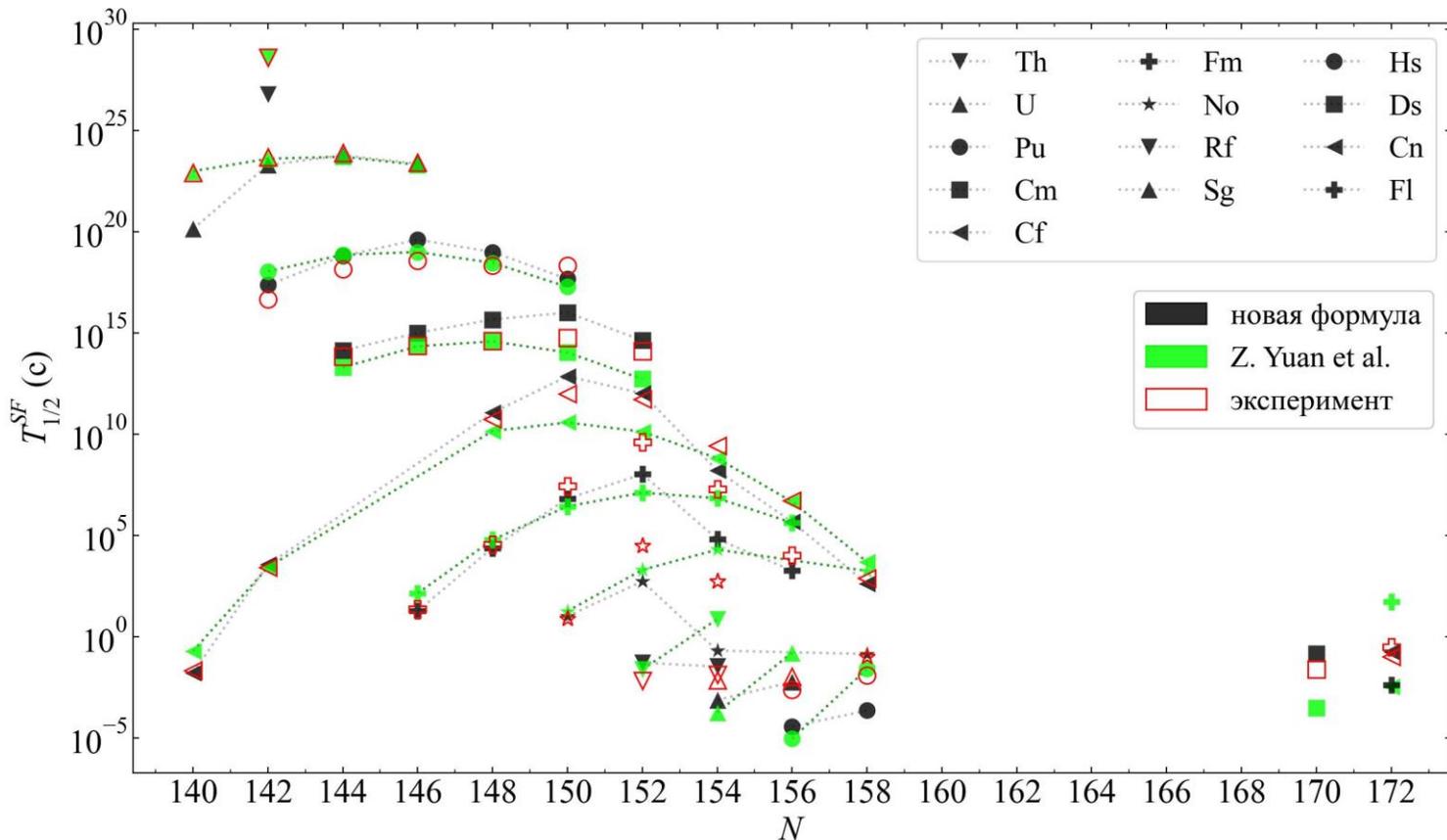
$$\log_{10} T_{1/2}^{SF} \text{ (сек)} = 28.60 + c_1 \frac{Z - 90}{A} + c_2 \frac{(Z - 90)^2}{A} + c_3 \frac{|Z - 90|^{1/2} (N - Z - 52)^2}{A} + c_4 \frac{(Z - 90)(N - 152)^2}{A} + c_5 \frac{(Z - 90)^2 (N - 162)}{A} + c_6 \frac{|Z - 90|^{5/2} |N - 162|^{3/2}}{A} + h.$$

$$c_1 = -646.834955, c_2 = 10.058292, c_3 = -11.472012, c_4 = 0.699861, c_5 = -0.209631, c_6 = -0.016230, h = 0 \text{ (e-e)}, h = 3.128822 \text{ (o-A, o-o)}$$

$n_{\text{nucl}} = 42$

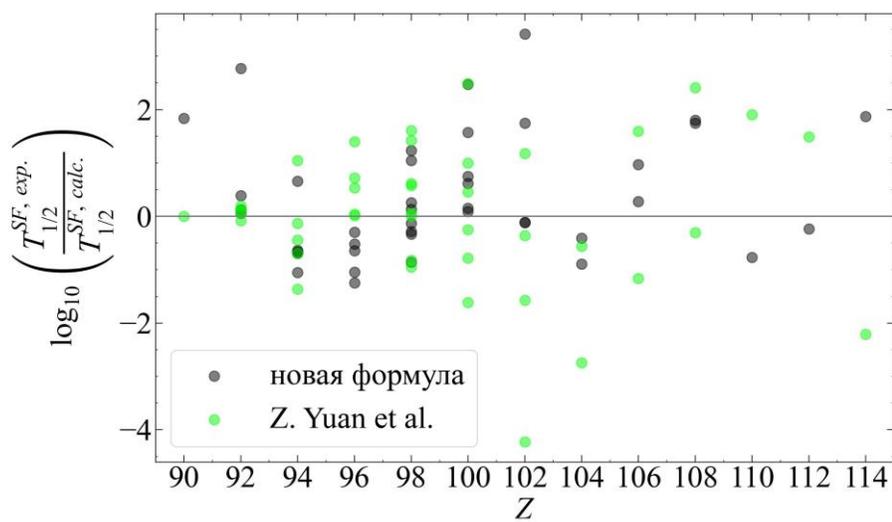
РОЛЬ КЛАСТЕРНЫХ СТЕПЕНЕЙ СВОБОДЫ В СТРУКТУРЕ И ДЕЛЕНИИ АТОМНЫХ ЯДЕР

21

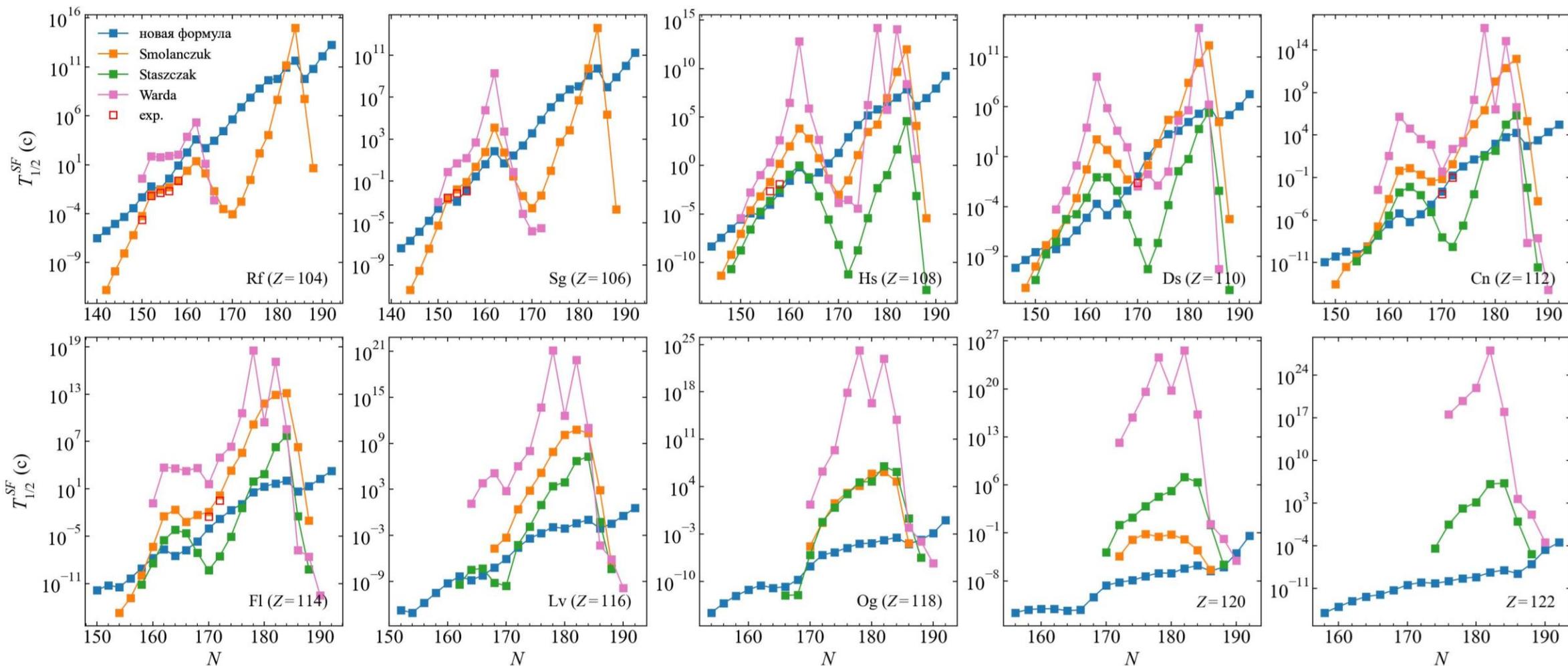


[Yuan, 2024]
 $\delta_{\text{rms}} = 1.33$
 $\langle \delta \rangle = 0.98$

Новая формула
 $\delta_{\text{rms}} = 1.17$
 $\langle \delta \rangle = 0.88$

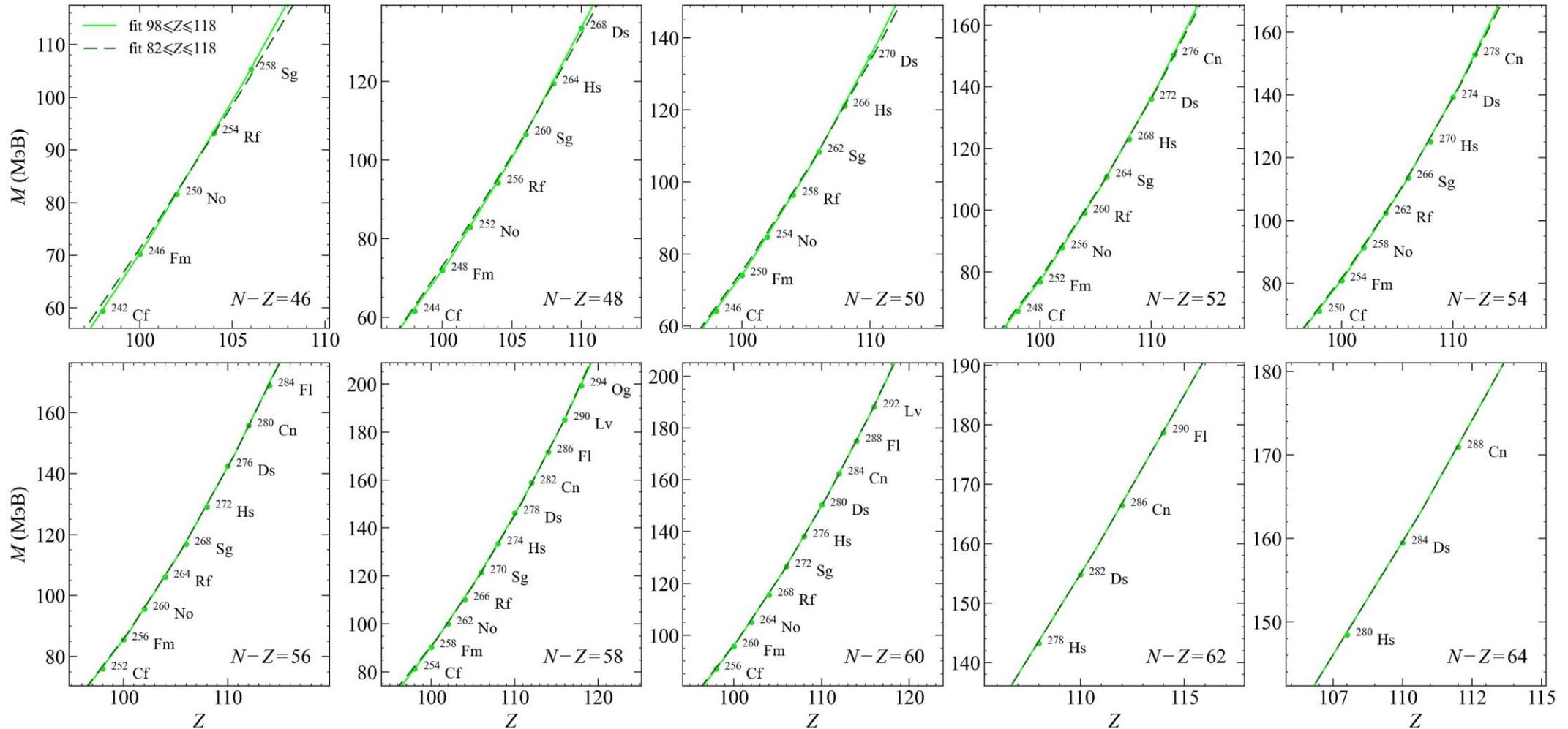


СРАВНЕНИЕ С ПРЕДСКАЗАНИЯМИ ТЕОРЕТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ



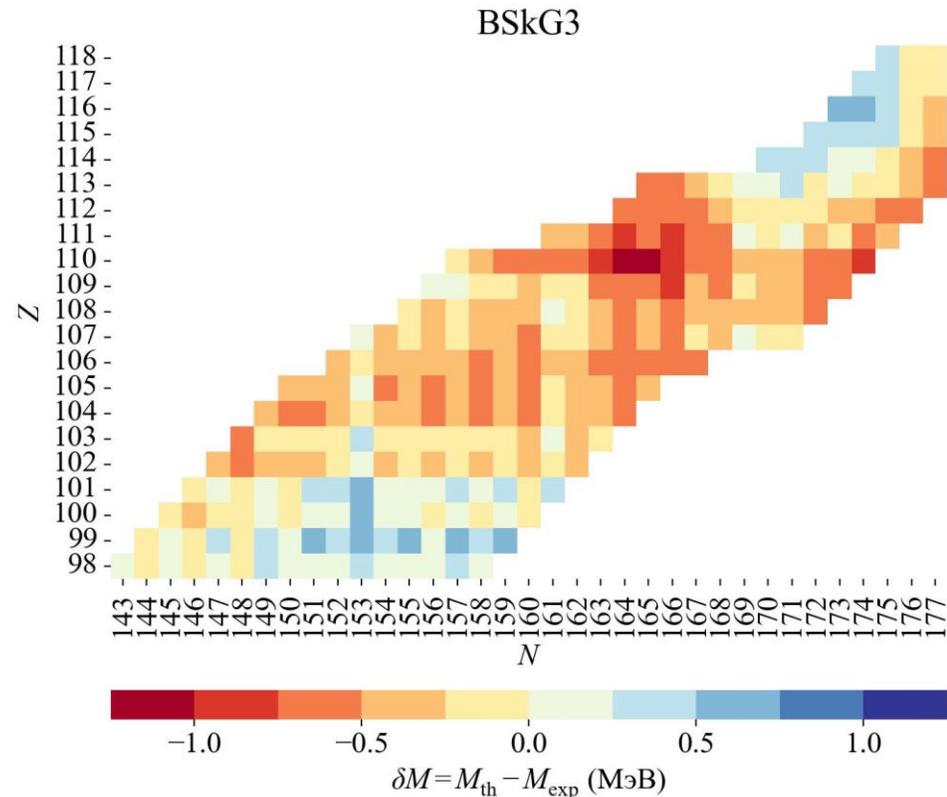
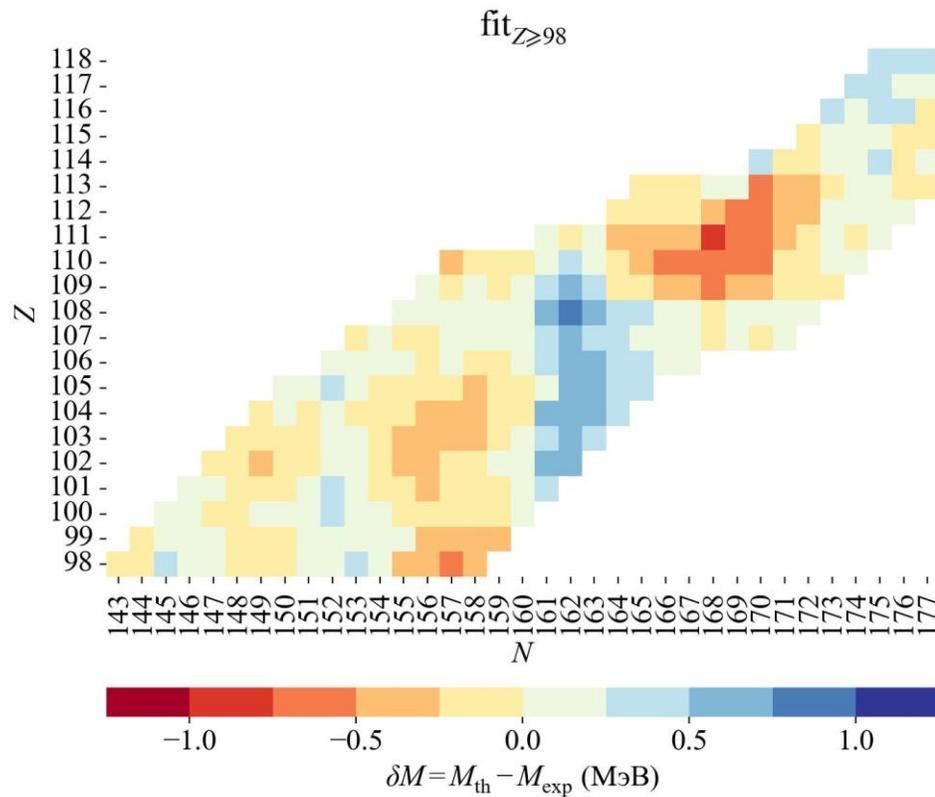
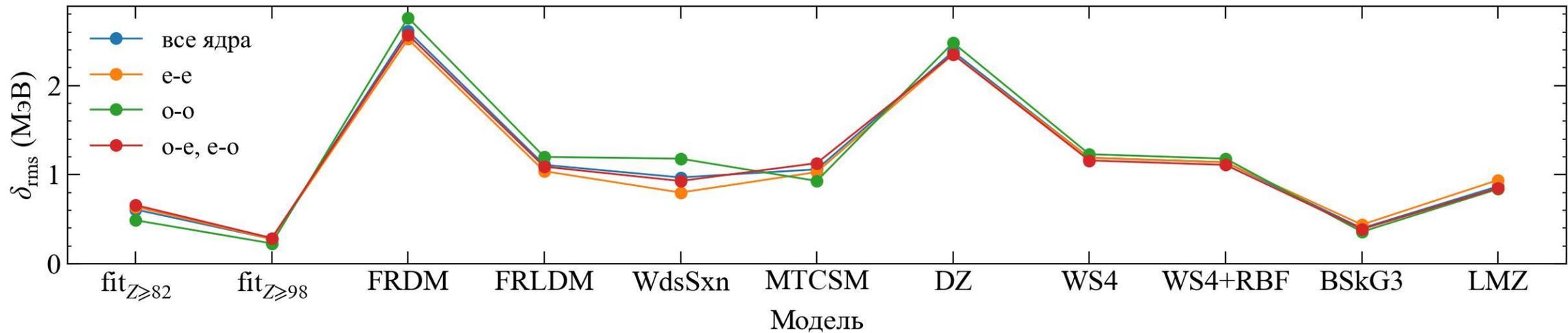
Периоды полураспада спонтанного деления изотопов четно-четных ядер, рассчитанные согласно эмпирической формуле на основе теоретических значений Q_α [Jachimowicz, 2021], (сплошные синие квадраты, соединенные линиями) в сравнении с теоретическими предсказаниями трех моделей: Smolanczuk, Staszczak и Warda (сплошные оранжевые, зеленые и розовые квадраты, соединенные линиями, соответственно), а также экспериментальные значения (открытые красные квадраты).

ЭМПИРИЧЕСКИЕ СИСТЕМАТИКИ ИЗБЫТКОВ МАСС СВЕРХТЯЖЕЛЫХ ЯДЕР

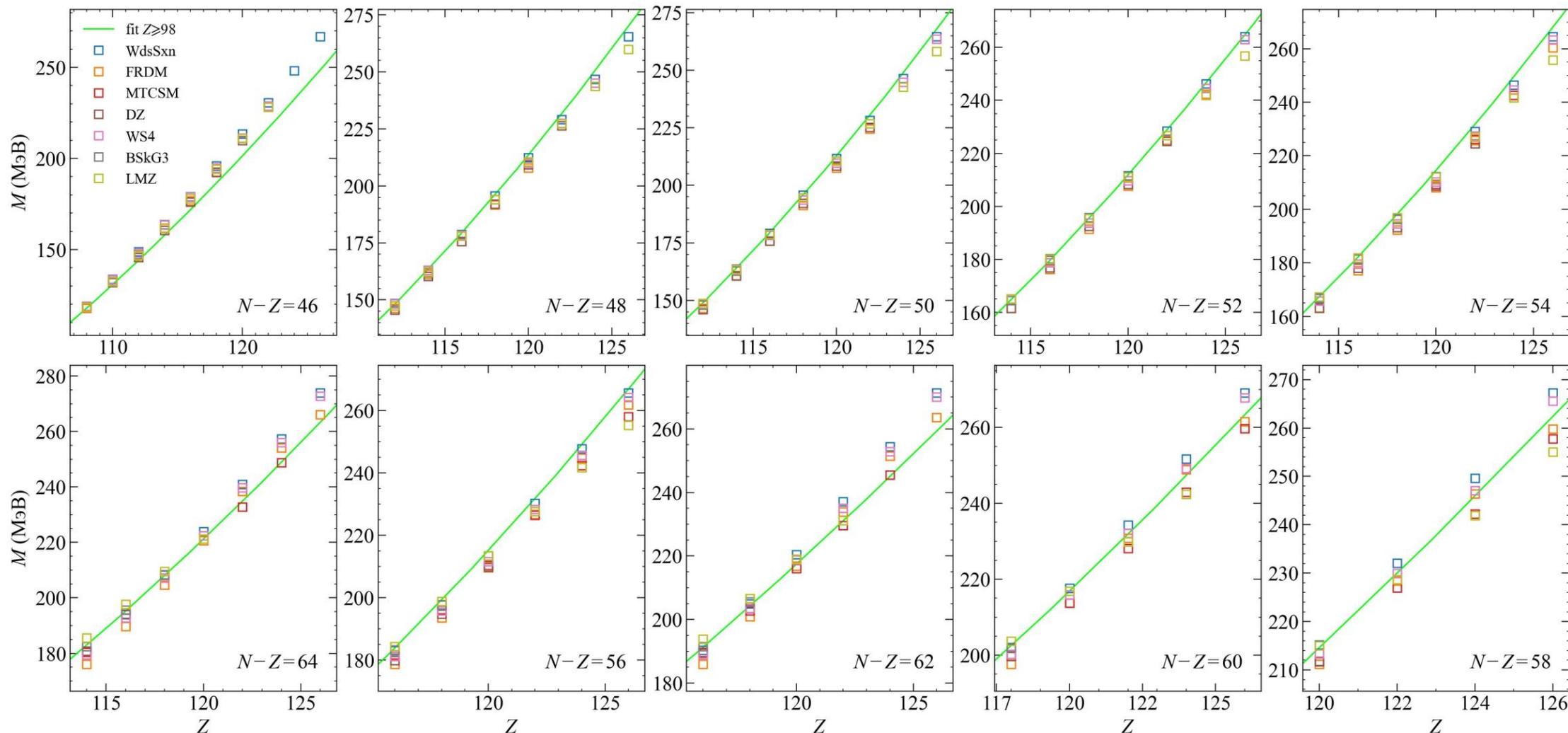


Зависимость избытка массы четно-четных ядер с зарядовыми числами $Z \geq 98$ (сплошные линии) и $Z \geq 82$ (пунктирные линии) от Z при фиксированных значениях избытка числа нейтронов $N - Z$.

$$M(Z) = c_0 + c_1 Z + c_2 Z^2$$

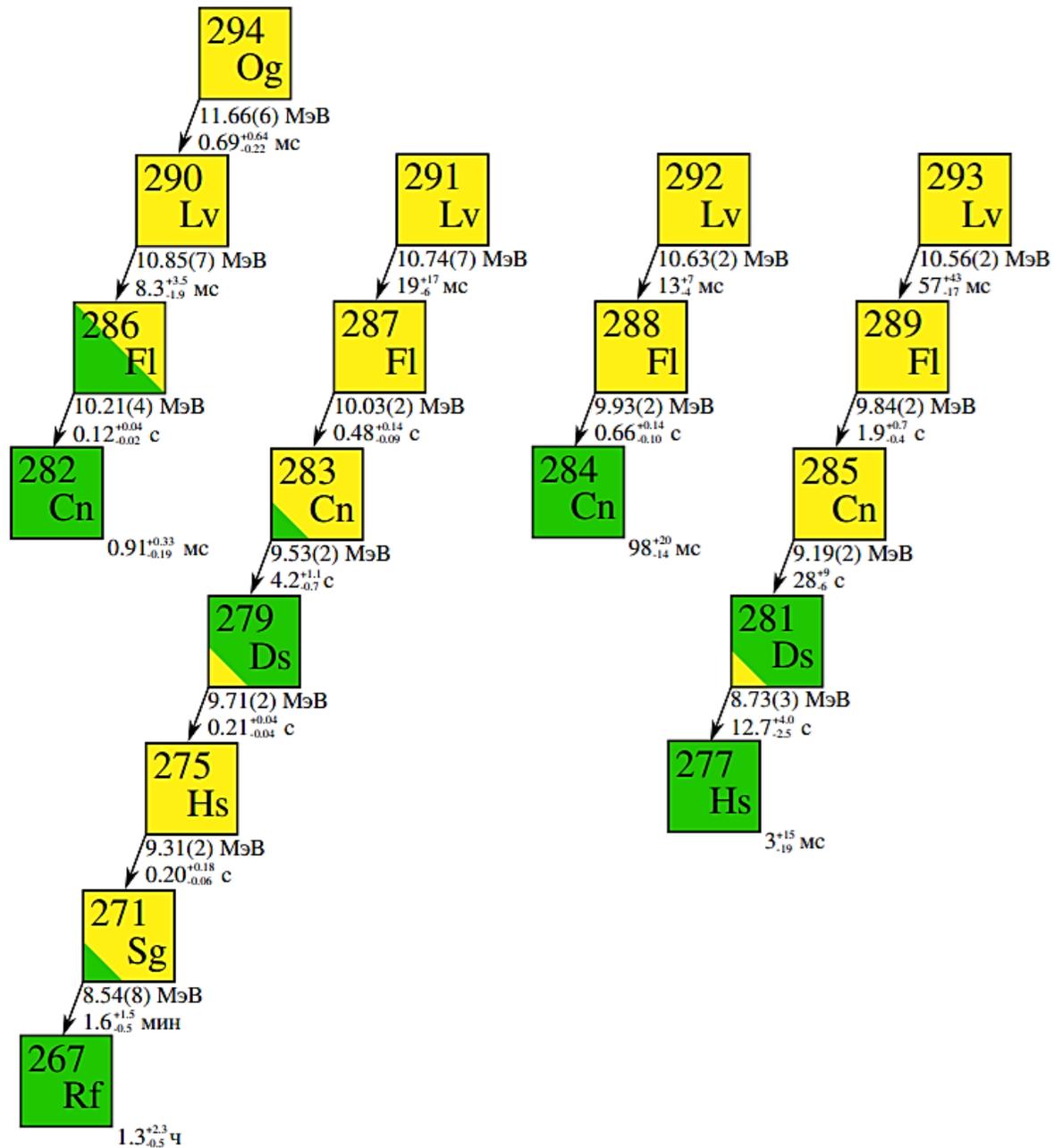
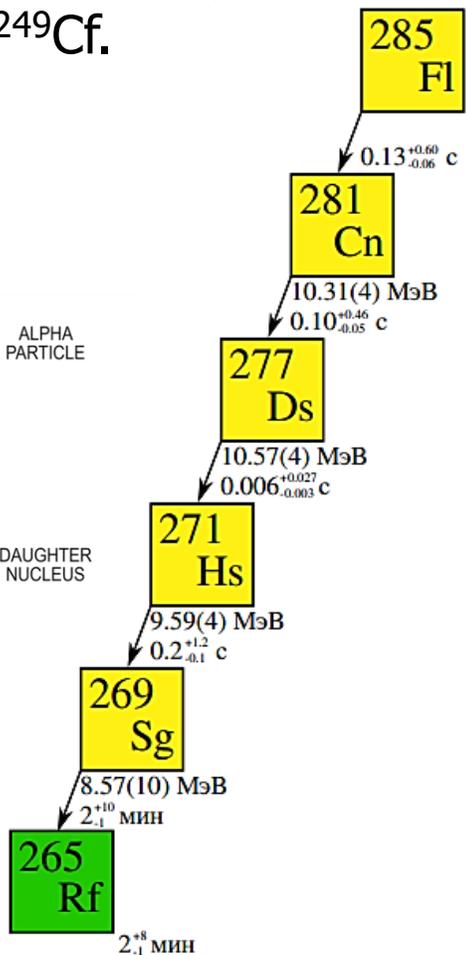
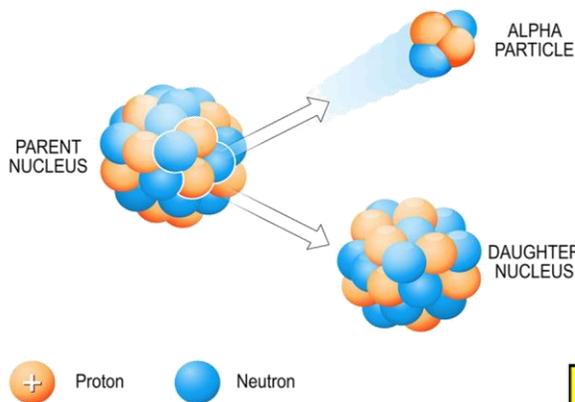


ЭКСТРАПОЛЯЦИЯ ИЗБИТКОВ МАСС СВЕРХТЯЖЕЛЫХ ЯДЕР



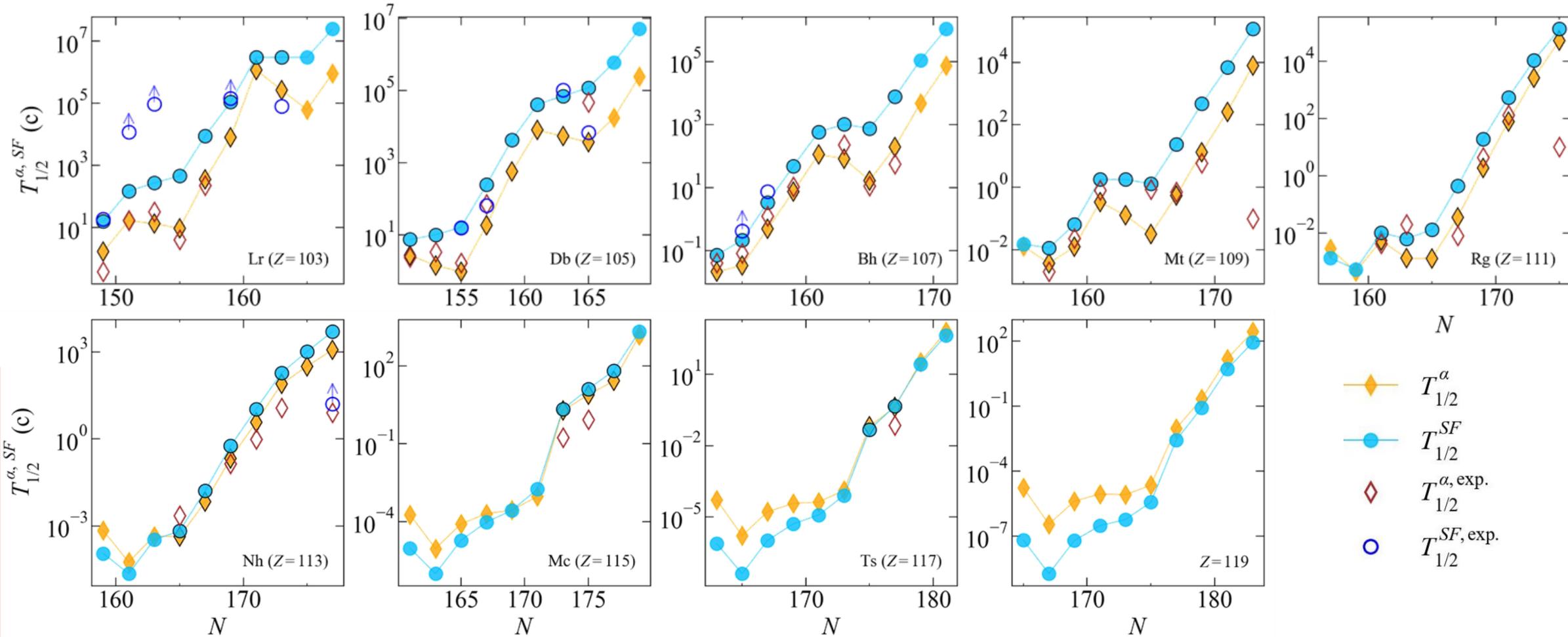
Сравнение расчетных [Möller, 2012; Jachimowicz, 2021; Kuzmina, 2012] значений избытков масс (открытые символы) и полученных в результате экстраполяции зависимостей для ядер с зарядовыми числами $Z \geq 98$ (сплошные линии) значений избытков масс для четно-четных ядер.

Альфа-распадные цепочки для четных по Z элементов, синтезируемых в реакциях полного слияния $^{48}\text{Ca} + ^{238}\text{U}$, $^{242}, ^{244}\text{Pu}$, $^{245}, ^{248}\text{Cm}$, ^{249}Cf .

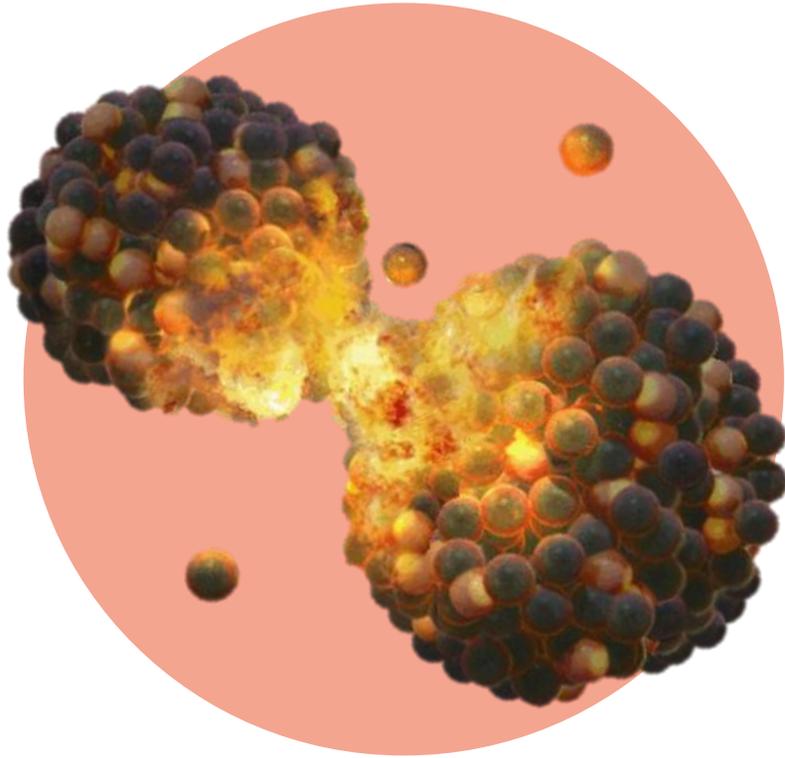


КОНКУРЕНЦИЯ МЕЖДУ СПОНТАННЫМ ДЕЛЕНИЕМ И АЛЬФА-РАСПАДОМ

0-0



Периоды полураспада альфа-распада (оранжевые ромбические символы, соединенные линиями) и спонтанного деления (голубые круглые символы, соединенные линиями) для нечетно-нечетных ядер, полученные на основе рассчитанных значений энергии выхода альфа-частицы, а также их систематик [Wang, 2021] (символы для систематик имеют черные границы), в сравнении с экспериментальными данными [Kondev, 2021] (открытые коричневые ромбы – альфа-распад, открытые синие круги – спонтанное деление).



ВЫВОДЫ

выявлено наличие линейной зависимости десятичного логарифма периода полураспада спонтанного деления от энергии отделения альфа-частицы при фиксированных значениях избытка числа нейтронов;

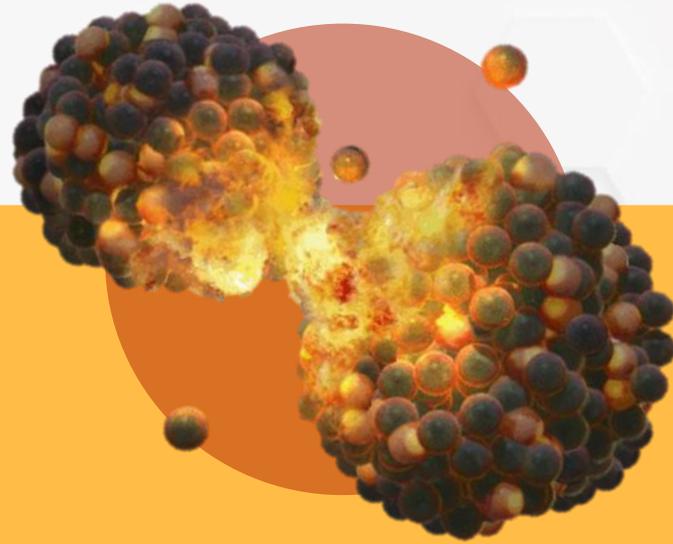
предложена эмпирическая формула для периода полураспада спонтанного деления как функции энергии отделения альфа-частицы и избытка числа нейтронов;

предсказаны периоды полураспада спонтанного деления в диапазоне зарядового числа $90 \leq Z \leq 118$ и массового числа $215 \leq A \leq 295$;

обнаружена квадратичная зависимость избытков масс сверхтяжелых ядер от зарядового числа при фиксированных значениях избытка числа нейтронов;

предсказаны избытки масс сверхтяжелых ядер в диапазоне зарядового числа $98 \leq Z \leq 126$ и массового числа $241 \leq A \leq 316$;

исследована конкуренция между альфа-распадом и спонтанным делением в изотопах сверхтяжелых ядер с зарядовыми числами $103 \leq Z \leq 120$.



СПАСИБО ЗА ВНИМАНИЕ!

ВЫПОЛНИЛ СТУДЕНТ МОИСЕЕВ НИКИТА СЕРГЕЕВИЧ

BACKUP SLIDES



СРЕДНИЕ ВЕЛИЧИНЫ

Среднеквадратичное отклонение (rms) расчетных значений десятичных логарифмов периодов полураспада спонтанного деления от экспериментальных значений:

$$\delta_{\text{rms}} = \left\{ \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left[\log_{10} T_{1/2}^{SF} ((Q_{\alpha})_i, N_i - Z_i) - \log_{10} \left(T_{1/2}^{SF \text{ exp}} \right)_i \right]^2 \right\}^{1/2}$$

где n – число ядер, использованных для оценки среднеквадратичного отклонения.

Средний модуль отклонения логарифмов расчетных значений от логарифмов экспериментальных данных был посчитан как:

$$\langle \delta \rangle = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left| \log_{10} T_{1/2}^{SF} ((Q_{\alpha})_i, N_i - Z_i) - \log_{10} \left(T_{1/2}^{SF \text{ exp}} \right)_i \right| = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left| \log_{10} \frac{\left(T_{1/2}^{SF \text{ calc.}} \right)_i}{\left(T_{1/2}^{SF \text{ exp.}} \right)_i} \right|$$

Максимальное значение модуля отклонения:

$$\delta_{\text{max}} = \max_i \left| \log_{10} T_{1/2}^{SF} ((Q_{\alpha})_i, N_i - Z_i) - \log_{10} \left(T_{1/2}^{SF \text{ exp}} \right)_i \right|$$

Значения коэффициентов аппроксимирующих функций $M(Z) = c_0 + c_1Z + c_2Z^2$, полученные при линейной аппроксимации экспериментальных точек, соответствующих четно-четным ядрам.

$N - Z$	fit $82 \leq Z \leq 118$			fit $98 \leq Z \leq 118$		
	c_0	c_1	c_2	c_0	c_1	c_2
46	0.034 342	-1.588 893	-113.350 246	0.050 746	-4.610 792	23.861 629
48	0.056 804	-6.017 415	106.588 024	0.090 732	-12.880 869	452.549 202
50	0.064 261	-7.654 554	197.915 594	0.086 918	-12.194 103	424.318 984
52	0.072 478	-9.415 532	294.693 406	0.080 442	-10.968 710	369.552 913
54	0.077 615	-10.581 060	363.443 261	0.086 866	-12.436 459	455.896 108
56	0.081 357	-11.465 983	418.734 906	0.082 581	-11.688 141	428.419 180
58	0.081 137	-11.598 090	439.106 754	0.068 172	-8.793 362	287.962 770
60	0.070 299	-9.402 699	333.340 897	0.065 129	-8.279 676	272.494 984
62	0.044 437	-3.955 475	52.118 849	0.044 437	-3.955 475	52.118 849
64	0.053 750	-6.197 500	190.810 000	0.053 750	-6.197 500	190.810 000

e-e

Количество ядер: 41

Параметры фита: $c_1 = -244.8451661, c_2 = 12.2843046, c_3 = -0.1265762, c_Q = -6.1023337$

RMSE= 1.64

o-e, e-o

Количество ядер: 16

Параметры фита: $c_{shift}^{o-e, e-o} = 4.3290297$

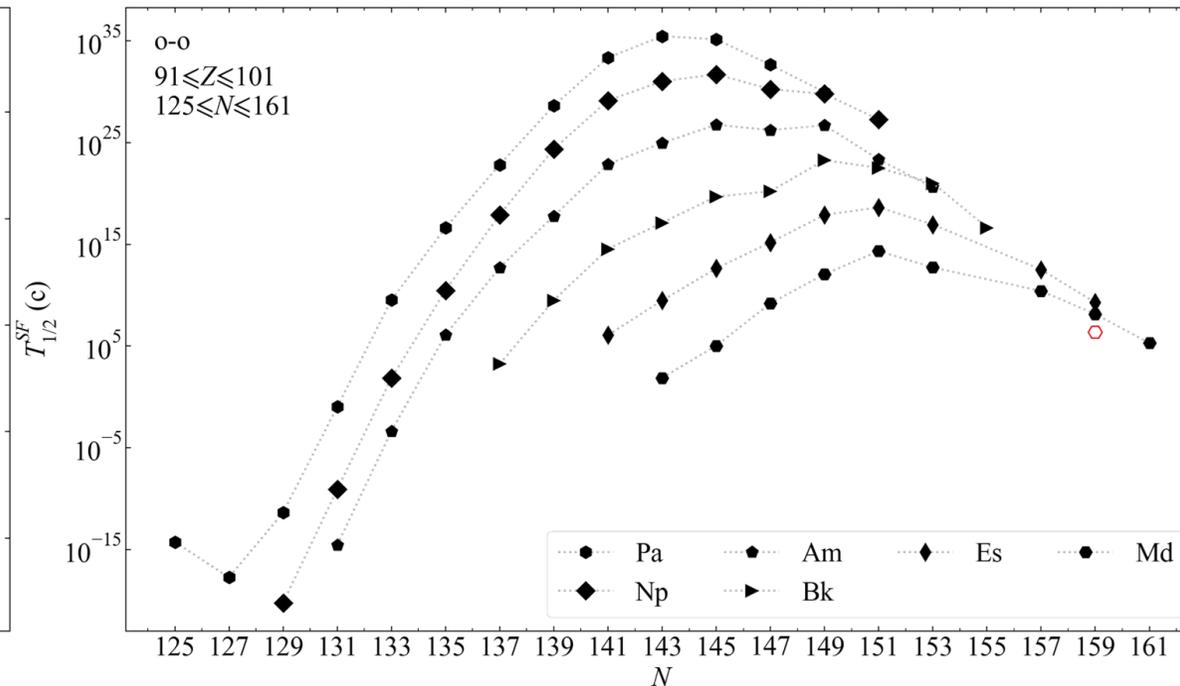
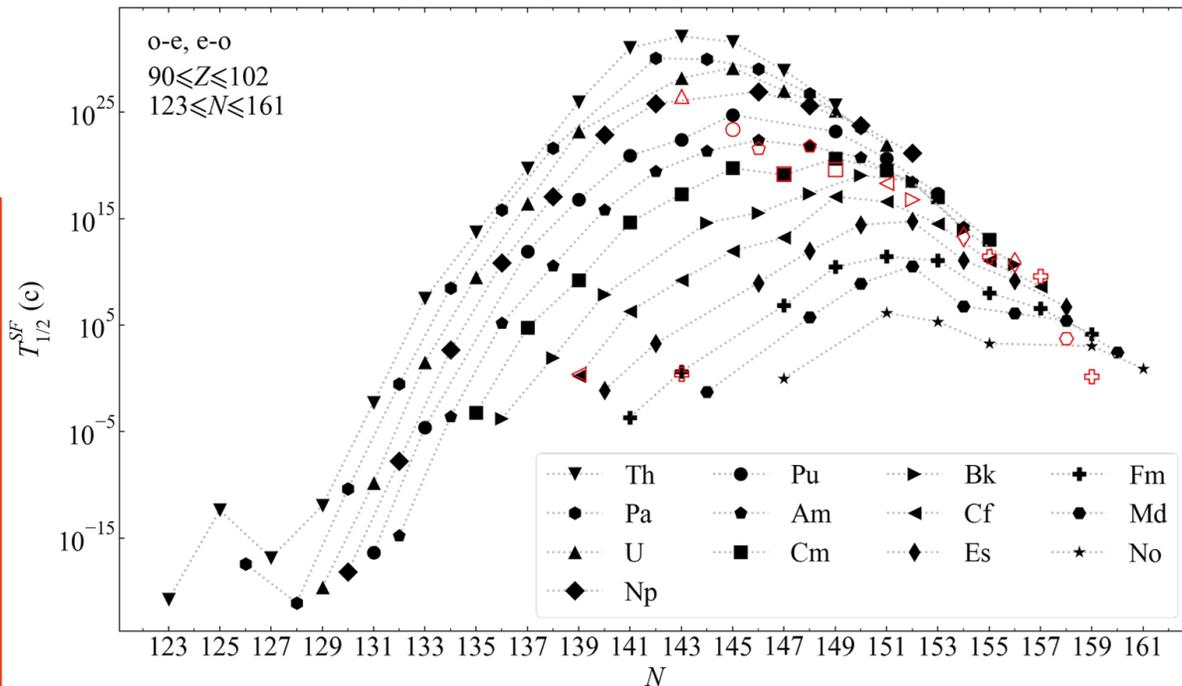
RMSE= 1.94

o-o

Количество ядер: 1

Параметры фита: $c_{shift}^{o-o} = 6.8886090$

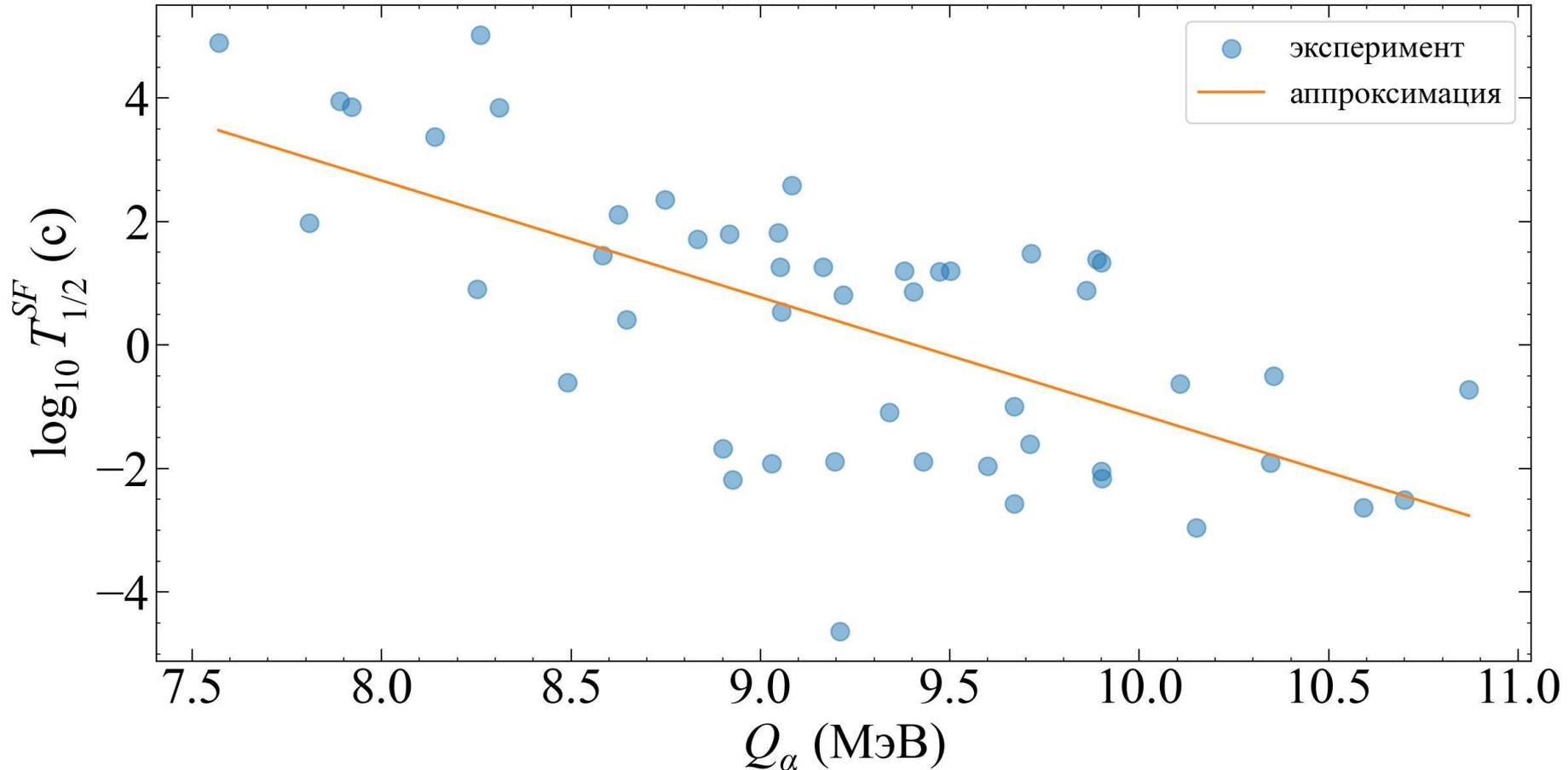
RMSE= 0.0



Периоды полураспада спонтанного деления изотопов ядер нечетных по массовому числу A (слева) и нечетно-нечетных ядер (справа) с зарядовыми числами $90 \leq Z \leq 102$, рассчитанные согласно эмпирической формуле (сплошные черные символы, соединенные линиями), найденной для ядер с известными экспериментальными значениями периодов полураспада спонтанного деления, в сравнении с экспериментальными значениями [Kondev, 2021] (открытые красные символы).

ЭМПИРИЧЕСКАЯ ФОРМУЛА ДЛЯ ЛОГАРИФМА ПЕРИОДА ПОЛУРАСПАДА СПОНТАННОГО ДЕЛЕНИЯ ЯДЕР С $Z \geq 103$

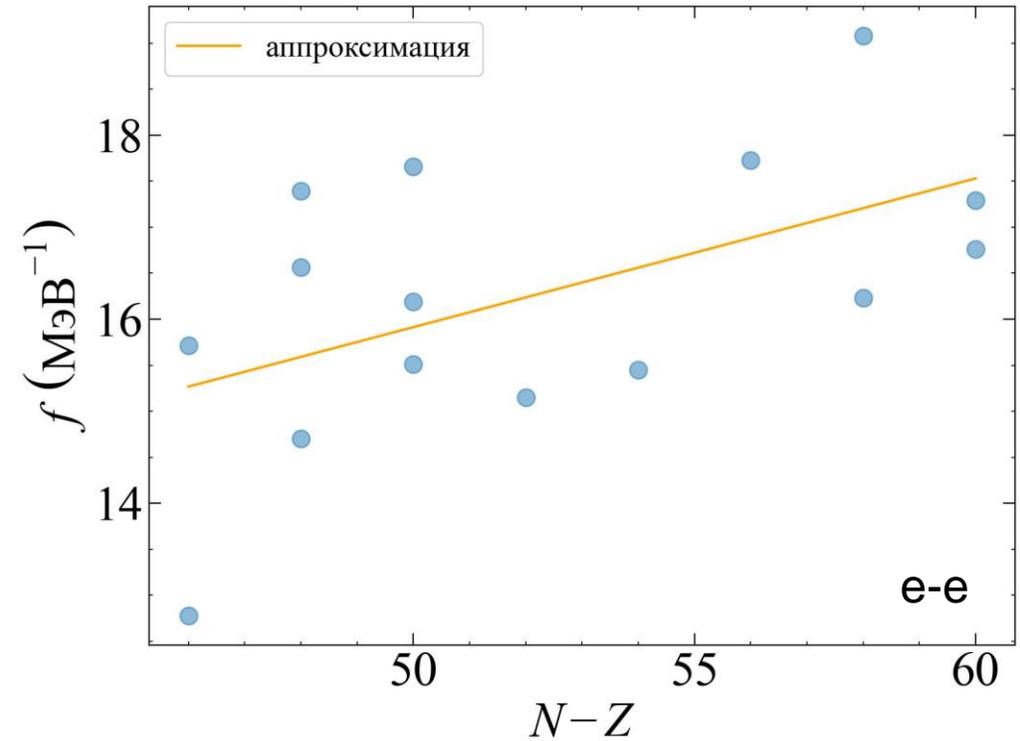
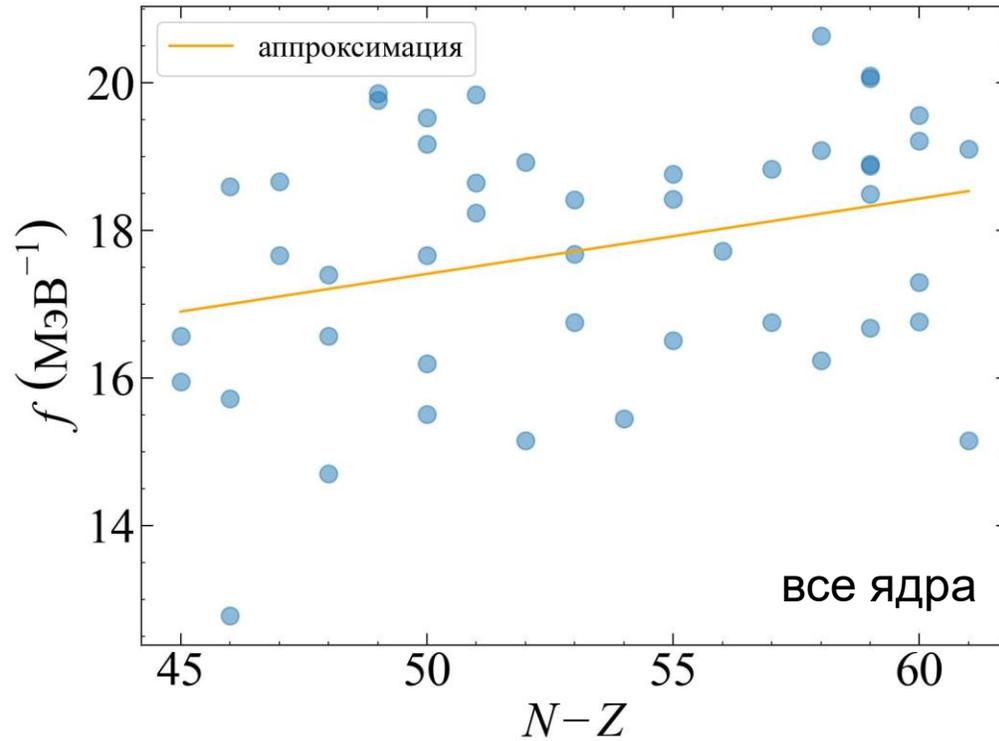
$$\log_{10} T_{1/2}^{SF} (Q_\alpha) = c_Q \cdot Q_\alpha + f$$
$$c_Q = -1.8908490 \text{ и } f = 17.7909873$$



Экспериментальные точки, иллюстрирующие зависимость периода полураспада спонтанного деления от энергии отделения альфа-частицы для ядер с зарядовыми числами $103 \leq Z \leq 118$, построенные на основе данных [Wang, 2021; Kondev, 2021].

Десятичный логарифм периода полураспада спонтанного деления с учетом энергетической «сдвижки» как функция избытка числа нейтронов для всех (слева) и четно-четных (справа) ядер с зарядовыми числами $Z \geq 103$:

$$f(N - Z) = \log_{10} T_{1/2}^{SF} - c_Q \cdot Q_\alpha$$



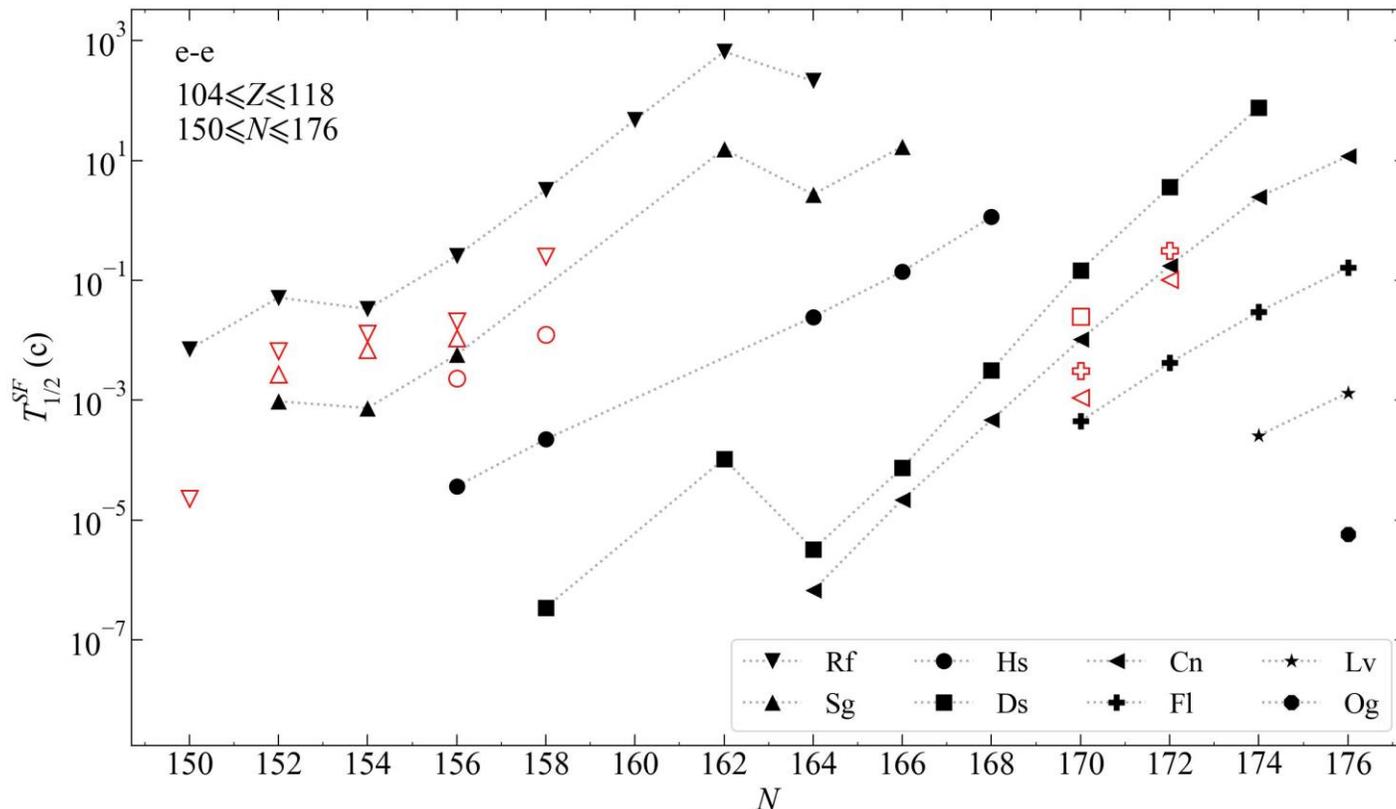
$$f(N - Z) = c_0 + c_1 \cdot (N - Z)$$

Количество ядер: 47

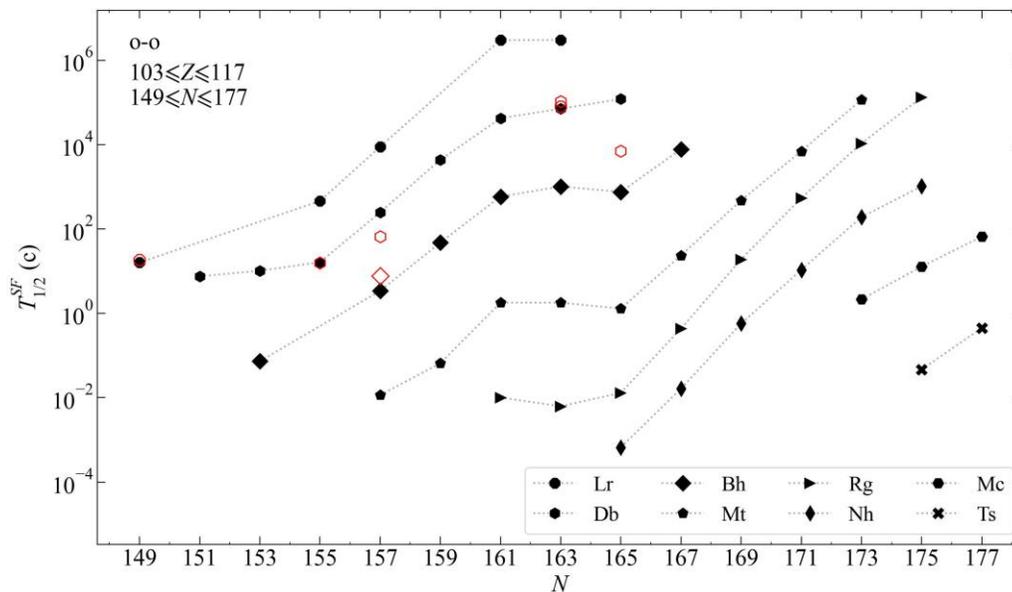
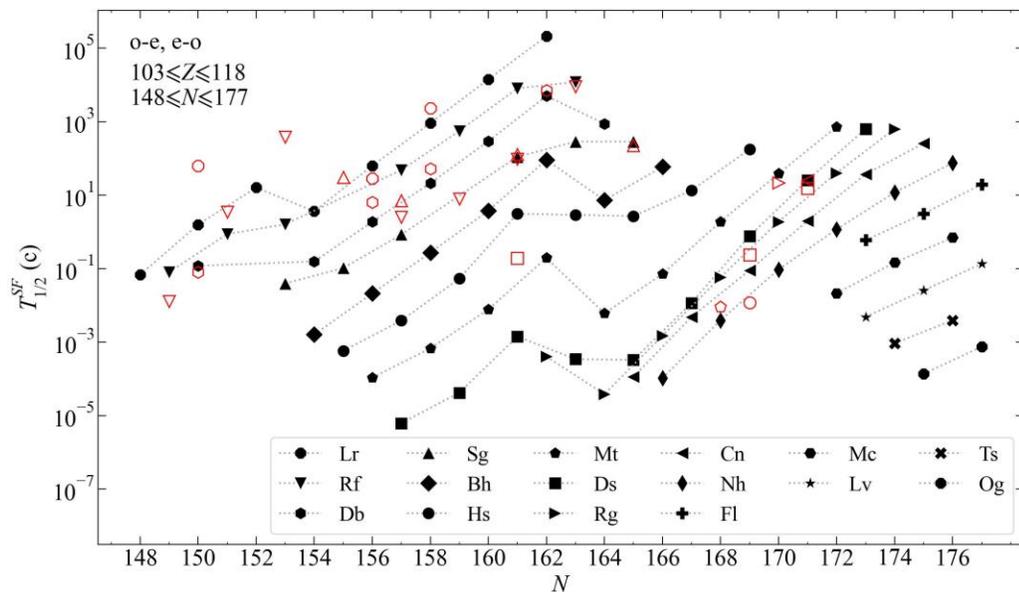
$$c_0 = 12.3096934, c_1 = 0.1019863$$

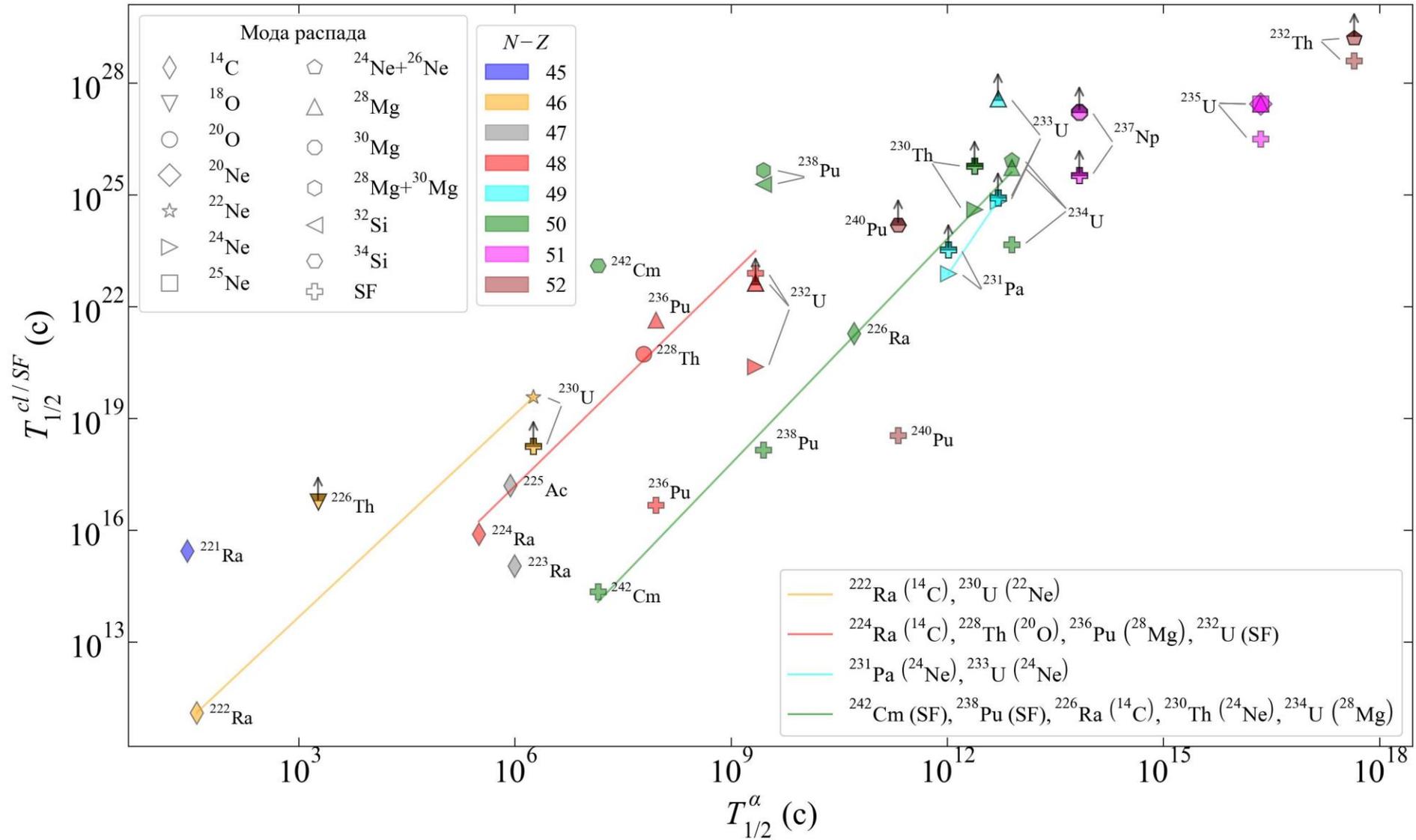
Количество ядер: 15

$$c_0 = 7.8357239, c_1 = 0.1615547$$

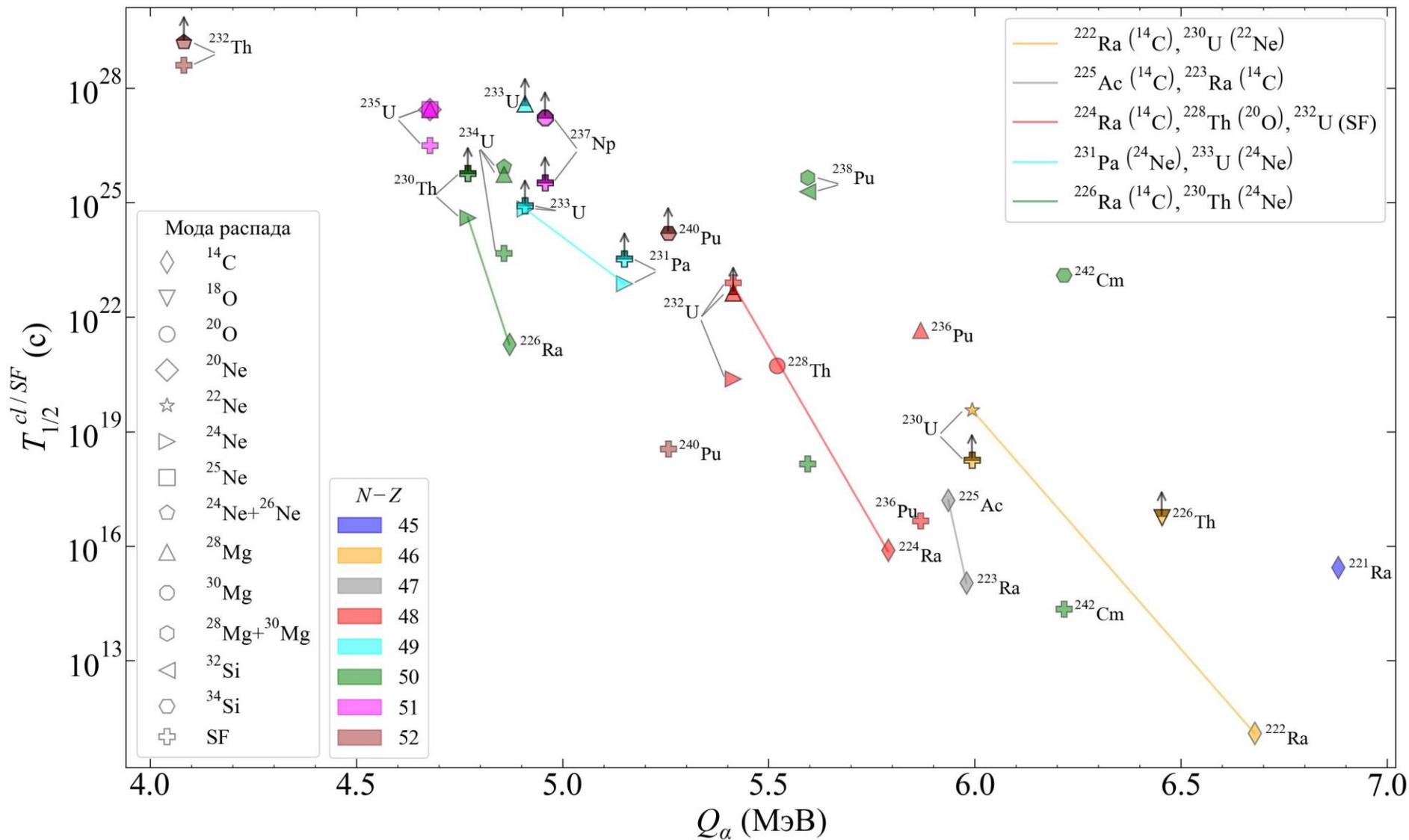


Периоды полураспада спонтанного деления ядер с зарядовыми числами $Z \geq 103$, рассчитанные согласно эмпирической формуле (сплошные черные символы, соединенные линиями), найденной для ядер с известными экспериментальными значениями периодов полураспада спонтанного деления, в сравнении с экспериментальными значениями [Kondev, 2021] (открытые красные символы).

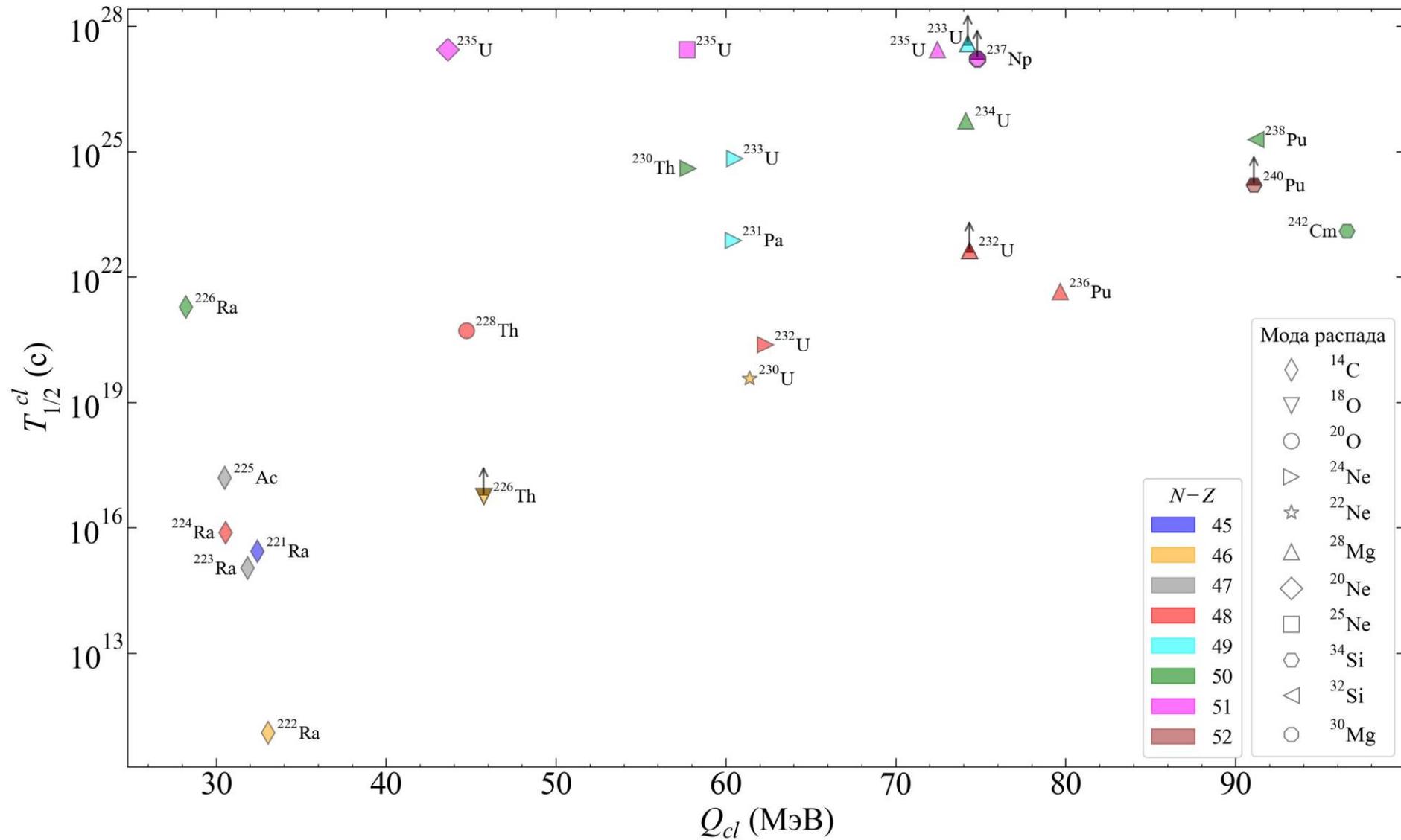


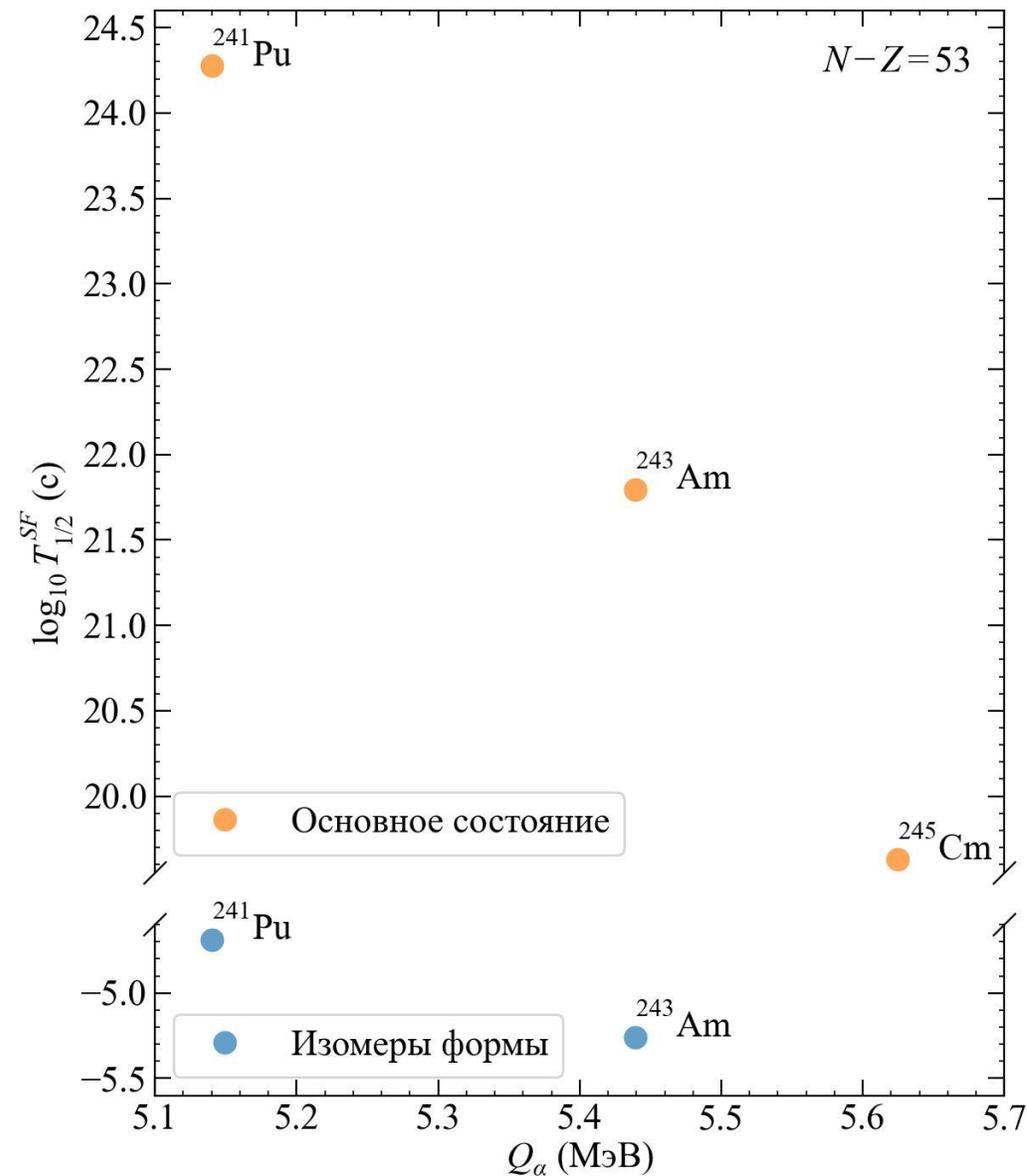
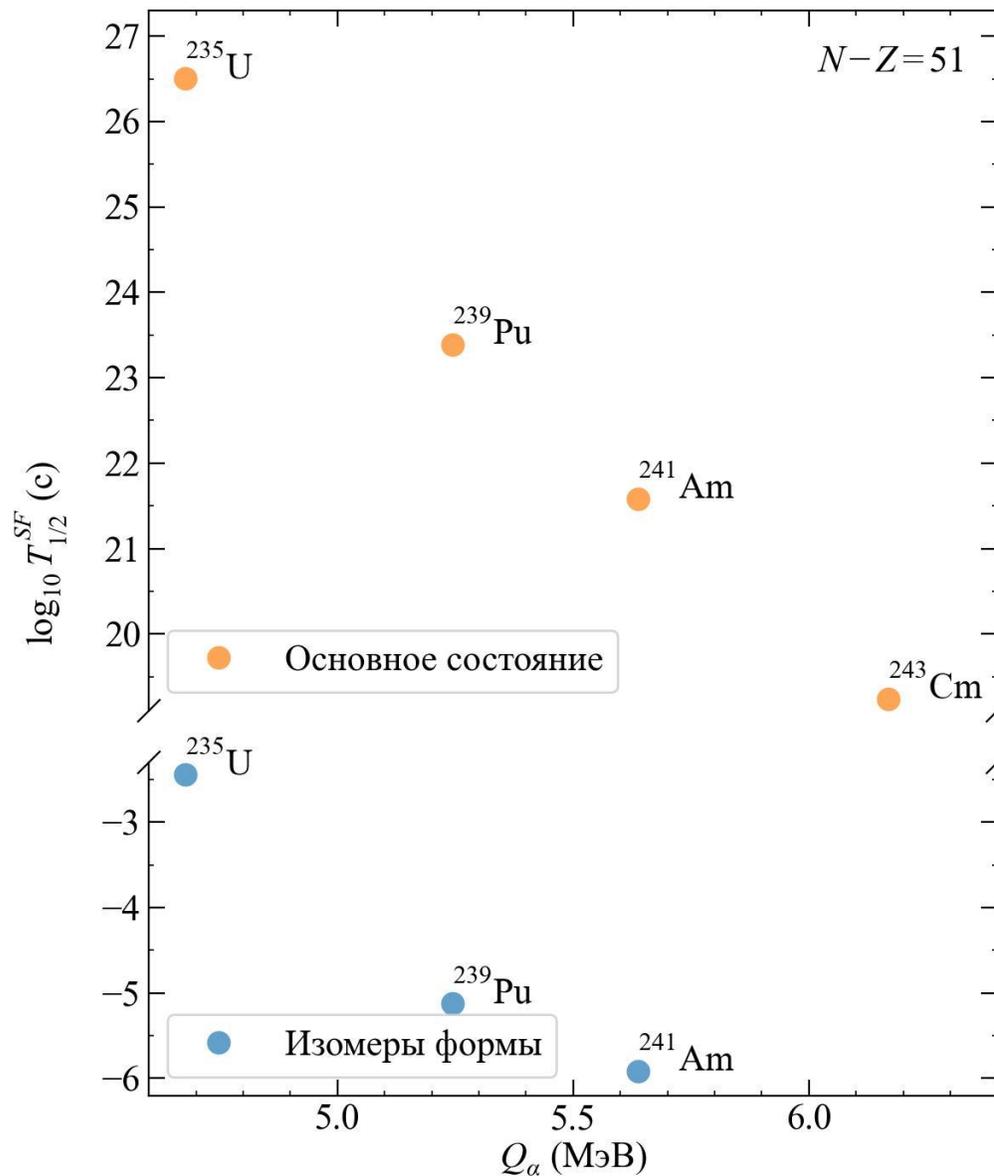


Зависимость периода полураспада кластерного распада и спонтанного деления от периода полураспада альфа-распада.



Зависимость периода полураспада кластерного распада и спонтанного деления от энергии отделения альфа-частицы.





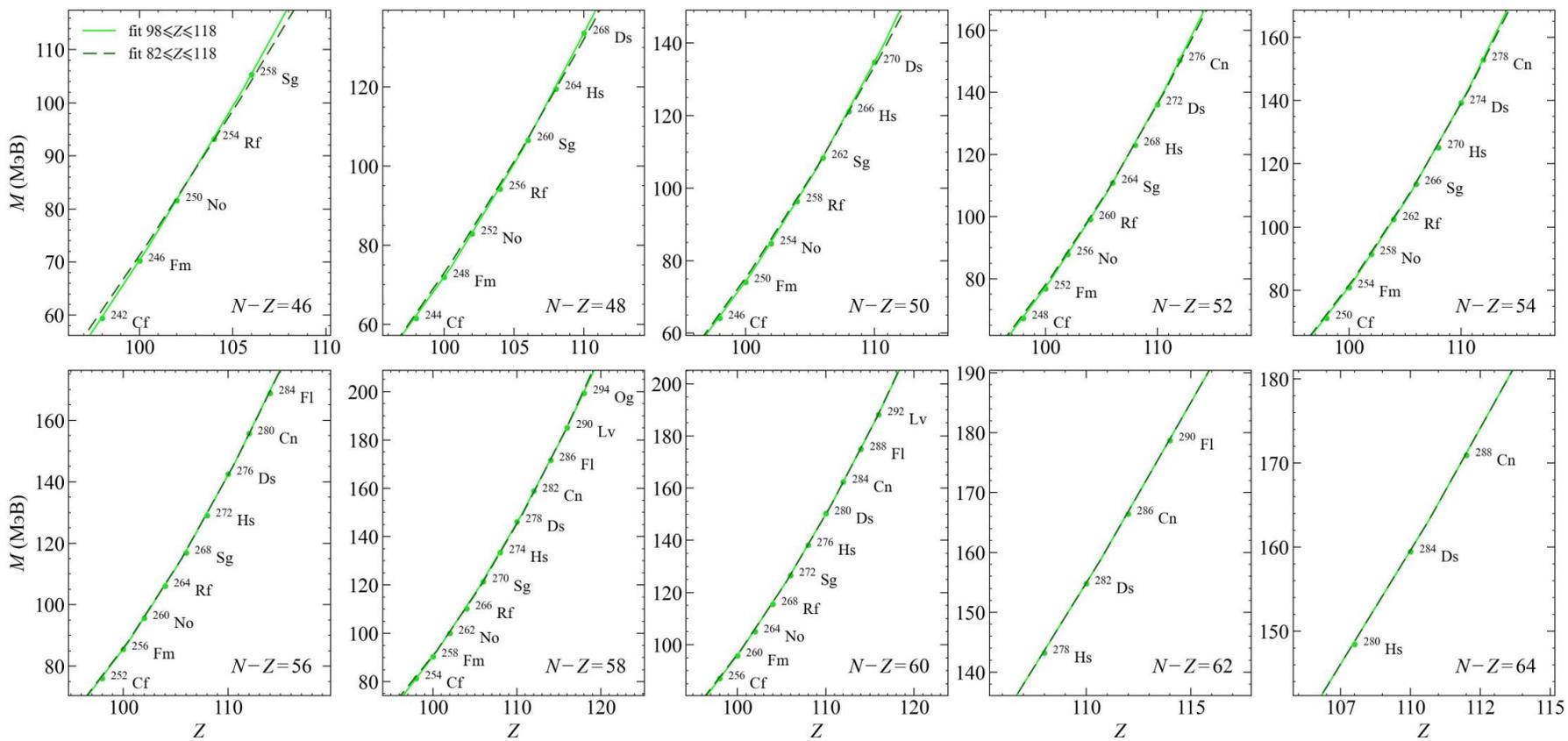
Зависимость логарифма периода полураспада спонтанного деления от энергии отделения альфа-частицы для ядер в основном состоянии и соответствующих им изомеров формы при $N - Z = 51$ (слева) и $N - Z = 53$ (справа), построенные на основе данных [Kondev, 2021].

ПОЛУЭМПИРИЧЕСКОЕ СООТНОШЕНИЕ ВАЙОЛЫ-СИБОРГА

$$\log_{10} T_{1/2}^{\alpha} = \frac{(aZ + b)}{\sqrt{Q_{\alpha}}} + (cZ + d) + h_i$$

Параметризация Пархоменко-Собичевского [Parkhomenko, 2005]:

$$a = 1.3892, b = 13.862, c = -0.1086, d = -41.458,$$
$$h_i = \begin{cases} 0, & \text{для четно-четных ядер,} \\ 0.437, & \text{для нечетно-четных ядер,} \\ 0.641, & \text{для четно-нечетных ядер,} \\ 1.024, & \text{для нечетно-нечетных ядер.} \end{cases}$$

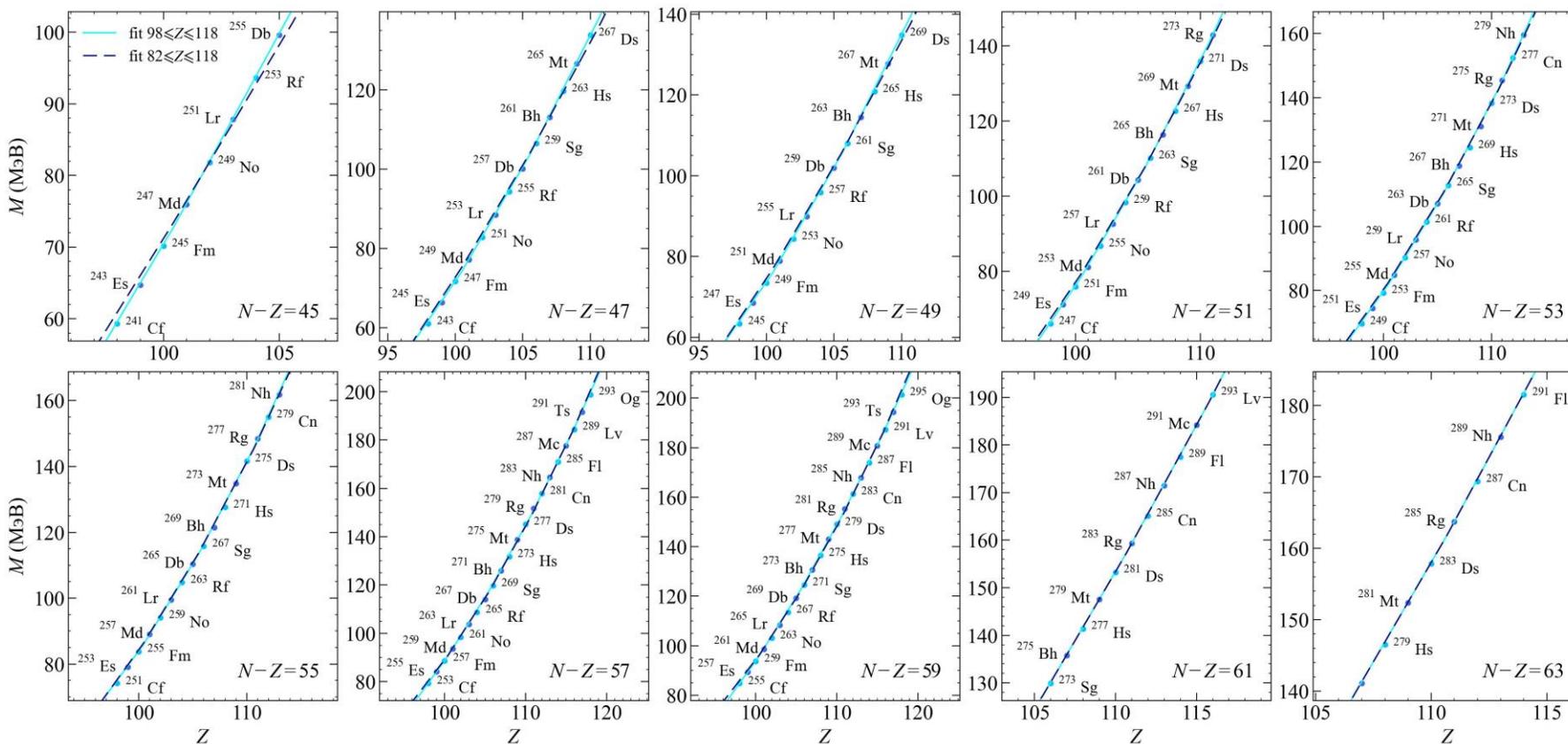


Зависимость избытка массы четно-четных ядер с зарядовыми числами $Z \geq 98$ (сплошные линии) и $Z \geq 82$ (пунктирные линии) от Z при фиксированных значениях избытка числа нейтронов.

$N - Z$	fit $82 \leq Z \leq 118$			fit $98 \leq Z \leq 118$		
	c_0	c_1	c_2	c_0	c_1	c_2
46	0.034 342	-1.588 893	-113.350 246	0.050 746	-4.610 792	23.861 629
48	0.056 804	-6.017 415	106.588 024	0.090 732	-12.880 869	452.549 202
50	0.064 261	-7.654 554	197.915 594	0.086 918	-12.194 103	424.318 984
52	0.072 478	-9.415 532	294.693 406	0.080 442	-10.968 710	369.552 913
54	0.077 615	-10.581 060	363.443 261	0.086 866	-12.436 459	455.896 108
56	0.081 357	-11.465 983	418.734 906	0.082 581	-11.688 141	428.419 180
58	0.081 137	-11.598 090	439.106 754	0.068 172	-8.793 362	287.962 770
60	0.070 299	-9.402 699	333.340 897	0.065 129	-8.279 676	272.494 984
62	0.044 437	-3.955 475	52.118 849	0.044 437	-3.955 475	52.118 849
64	0.053 750	-6.197 500	190.810 000	0.053 750	-6.197 500	190.810 000

Значения коэффициентов аппроксимирующих функций для четно-четных ядер

$$M(Z) = c_0 + c_1 Z + c_2 Z^2$$

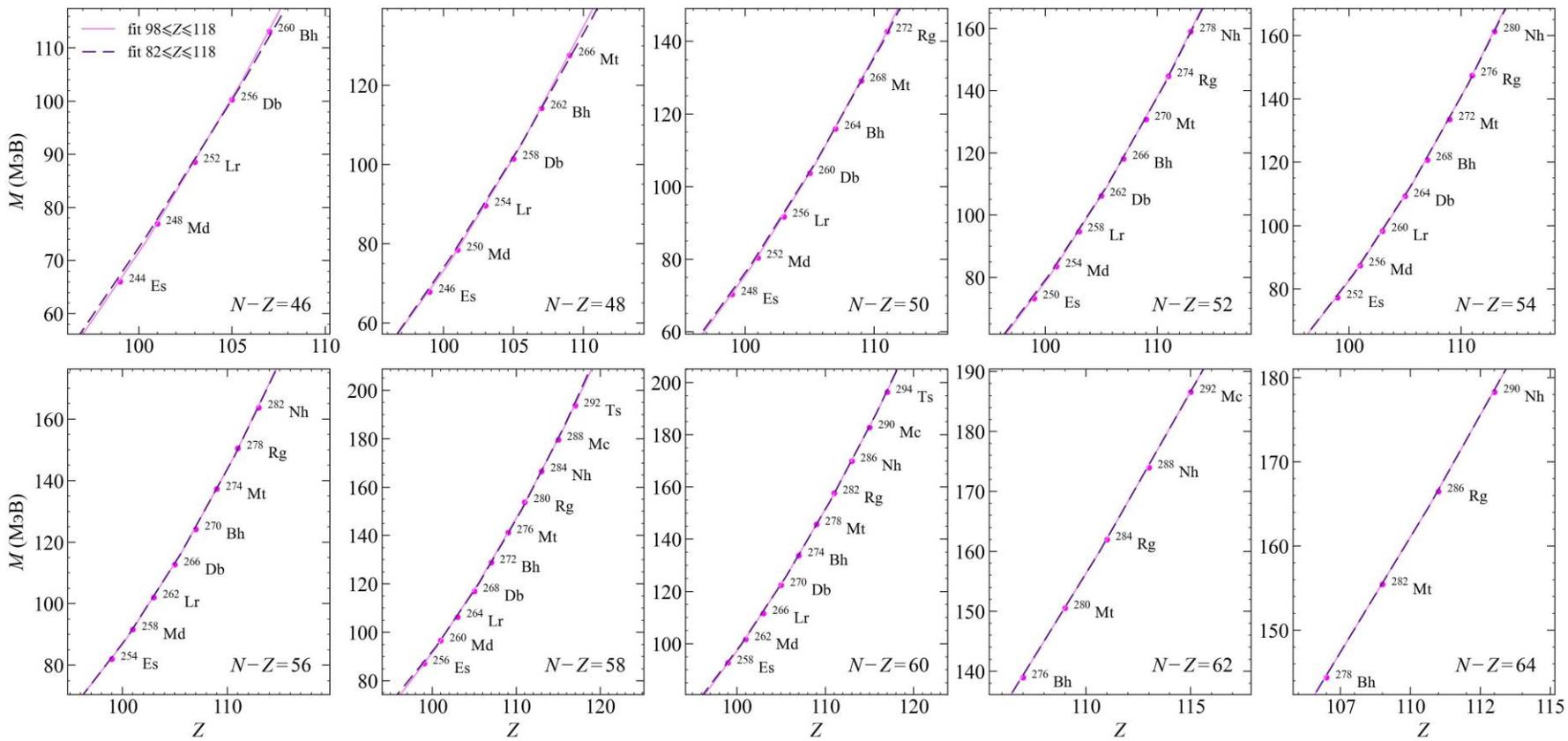


Зависимость избытка массы нечетно-четных и четно-нечетных ядер с зарядовыми числами $Z \geq 98$ (сплошные линии) и $Z \geq 82$ (пунктирные линии) от Z при фиксированных значениях избытка числа нейтронов.

$N - Z$	fit $82 \leq Z \leq 118$			fit $98 \leq Z \leq 118$		
	c_0	c_1	c_2	c_0	c_1	c_2
45	0.026 131	0.038 091	-193.966 793	0.048 583	-4.087 254	-6.785 850
47	0.053 525	-5.311 533	68.535 923	0.086 798	-12.023 430	405.932 916
49	0.062 245	-7.194 040	171.445 419	0.090 639	-12.917 748	458.949 020
51	0.070 280	-8.929 698	267.190 287	0.077 072	-10.201 393	325.571 256
53	0.077 952	-10.580 152	358.706 857	0.085 399	-12.059 685	431.568 297
55	0.082 178	-11.559 092	418.275 130	0.090 175	-13.189 851	501.031 936
57	0.081 885	-11.676 075	437.616 925	0.069 381	-8.970 152	291.700 339
59	0.081 502	-11.740 467	453.173 479	0.064 569	-8.079 865	255.999 439
61	0.040 756	-3.005 530	-9.310 888	0.040 756	-3.005 530	-9.310 888
63	0.042 500	-3.620 379	41.889 435	0.042 500	-3.620 379	41.889 435

Значения коэффициентов аппроксимирующих функций для нечетно-четных и четно-нечетных ядер

$$M(Z) = c_0 + c_1 Z + c_2 Z^2$$



Зависимость избытка массы нечетно-нечетных ядер с зарядовыми числами $Z \geq 98$ (сплошные линии) и $Z \geq 82$ (пунктирные линии) от Z при фиксированных значениях избытка числа нейтронов.

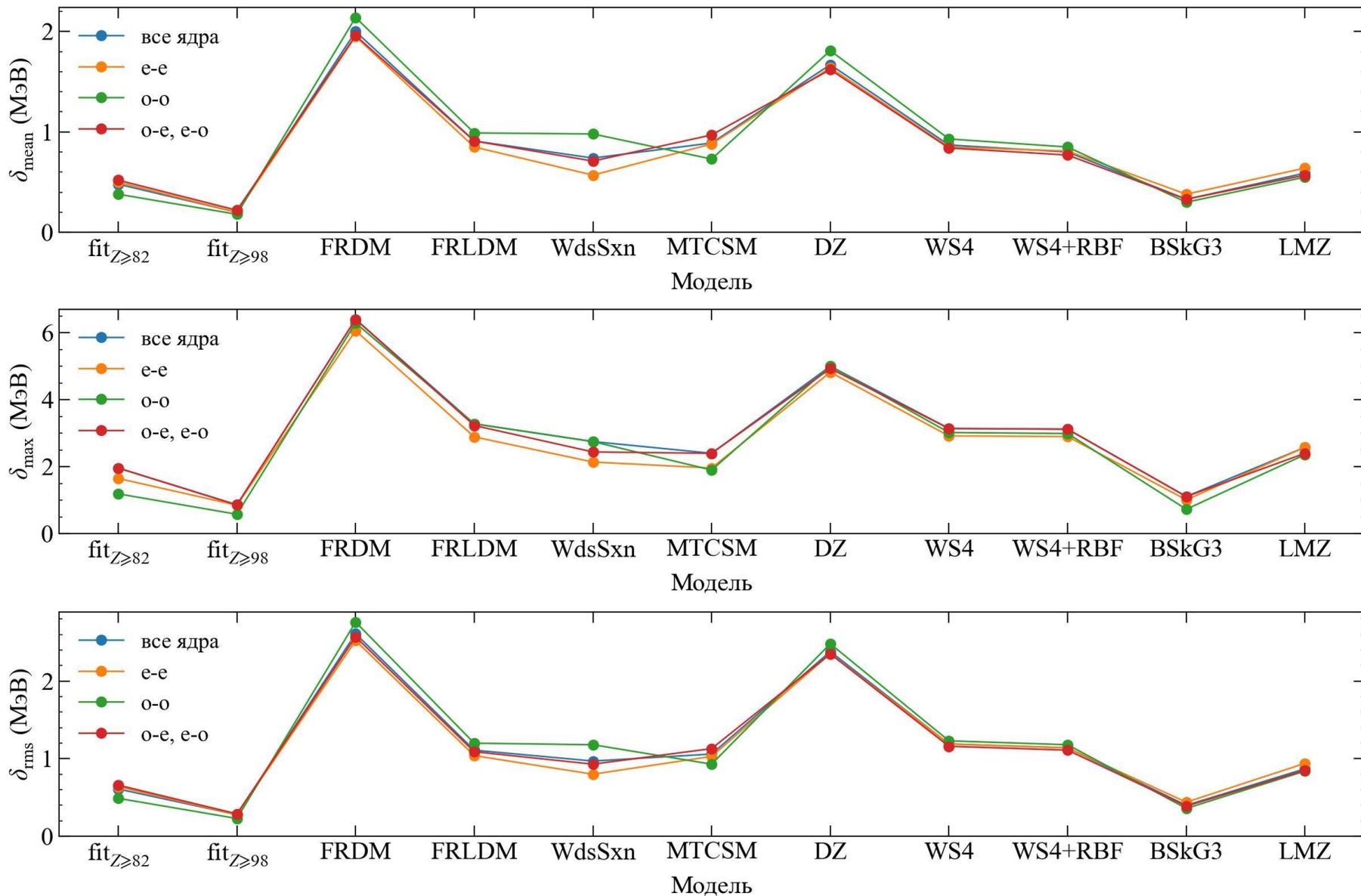
$N - Z$	fit $82 \leq Z \leq 118$			fit $98 \leq Z \leq 118$		
	c_0	c_1	c_2	c_0	c_1	c_2
46	0.043 578	-3.366 273	-26.798 205	0.071 036	-8.756 171	236.685 111
48	0.060 405	-6.772 851	147.091 680	0.090 142	-12.768 241	448.419 304
50	0.071 469	-9.083 795	269.773 447	0.082 007	-11.167 777	372.049 428
52	0.078 965	-10.712 835	360.572 470	0.082 726	-11.430 445	394.149 230
54	0.082 825	-11.627 741	417.146 824	0.088 490	-12.781 751	475.621 900
56	0.085 684	-12.335 807	463.619 222	0.088 335	-12.874 619	490.849 818
58	0.082 827	-11.938 461	457.578 957	0.067 299	-8.585 667	277.156 237
60	0.065 755	-8.431 588	283.018 976	0.060 000	-7.170 168	214.042 580
62	0.047 857	-4.686 279	92.546 617	0.047 857	-4.686 279	92.546 617
64	0.045 000	-4.255 474	84.541 046	0.045 000	-4.255 474	84.541 046

Значения коэффициентов аппроксимирующих функций для нечетно-нечетных ядер

$$M(Z) = c_0 + c_1 Z + c_2 Z^2$$

Статистические параметры рассчитанного избытка массы в четырех группах тяжелых и сверхтяжелых ядер с $Z \geq 98$ по отношению к экспериментальным данным, взятым из [Wang, 2021]. Все величины указаны в МэВ: среднее отклонение $\langle \delta \rangle$, максимальная разность δ_{\max} , а среднеквадратичное отклонение δ_{rms} , где n_{nucl} — число рассматриваемых ядер в данной группе.

Модель	fit $_{Z \geq 82}$	fit $_{Z \geq 98}$	FRDM [37]	FRLDM [37]	WdsSxn [64]	MTCSM [96]	DZ [98]	WS4 [95]	WS4+RBF [95]	BskG3 [99]	LMZ [104]
все ядра											
n_{nucl}	284	284	284	284	284	110	284	284	284	284	284
$\langle \delta \rangle$	0.48	0.20	2.00	0.91	0.74	0.89	1.67	0.87	0.80	0.33	0.59
δ_{\max}	1.96	0.86	6.40	3.28	2.75	2.40	5.00	3.14	3.12	1.11	2.58
δ_{rms}	0.61	0.28	2.61	1.11	0.97	1.06	2.38	1.19	1.14	0.40	0.87
e-e											
n_{nucl}	72	72	72	72	72	26	72	72	72	72	72
$\langle \delta \rangle$	0.50	0.20	1.95	0.85	0.57	0.88	1.64	0.85	0.81	0.38	0.64
δ_{\max}	1.65	0.85	6.06	2.89	2.14	1.96	4.82	2.92	2.90	1.01	2.58
δ_{rms}	0.64	0.28	2.52	1.04	0.80	1.03	2.35	1.19	1.14	0.44	0.94
o-o											
n_{nucl}	71	71	71	71	71	29	71	71	71	71	71
$\langle \delta \rangle$	0.38	0.18	2.14	0.99	0.98	0.73	1.81	0.93	0.85	0.30	0.55
δ_{\max}	1.19	0.58	6.29	3.28	2.75	1.90	5.00	3.02	2.99	0.73	2.36
δ_{rms}	0.49	0.23	2.76	1.20	1.18	0.93	2.48	1.23	1.18	0.36	0.84
o-e, e-o											
n_{nucl}	141	141	141	141	141	55	141	141	141	141	141
$\langle \delta \rangle$	0.52	0.22	1.96	0.91	0.71	0.97	1.62	0.84	0.77	0.33	0.57
δ_{\max}	1.96	0.86	6.40	3.23	2.44	2.40	4.93	3.14	3.12	1.11	2.40
δ_{rms}	0.66	0.29	2.57	1.09	0.93	1.13	2.35	1.16	1.11	0.39	0.85

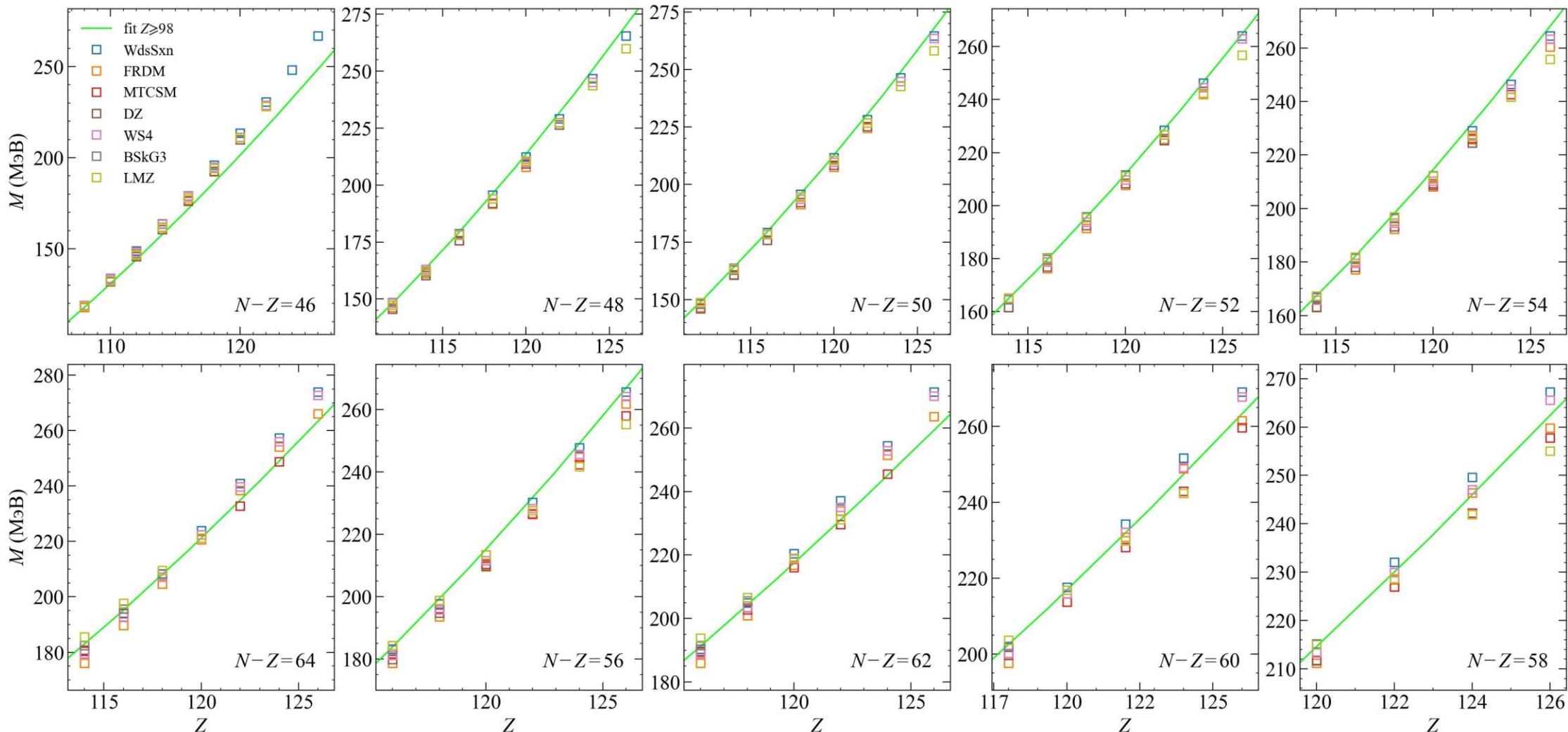


Зависимость среднего модуля отклонения δ_{mean} (сверху), максимального модуля отклонения δ_{max} (середина) и среднеквадратичного отклонения δ_{rms} (снизу) от модели для заданных областей ядер с зарядовыми числами $98 \leq Z \leq 118$: все (синие точки, соединенные линиями), четно-четные (оранжевые), нечетно-нечетные (зеленые) и нечетно-четные и четно-нечетные (красные) ядра.

ЭКСТРАПОЛЯЦИЯ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ЗНАЧЕНИЙ И СИСТЕМАТИК ИЗБЫТКОВ МАСС СВЕРХТЯЖЕЛЫХ ЯДЕР

e-e

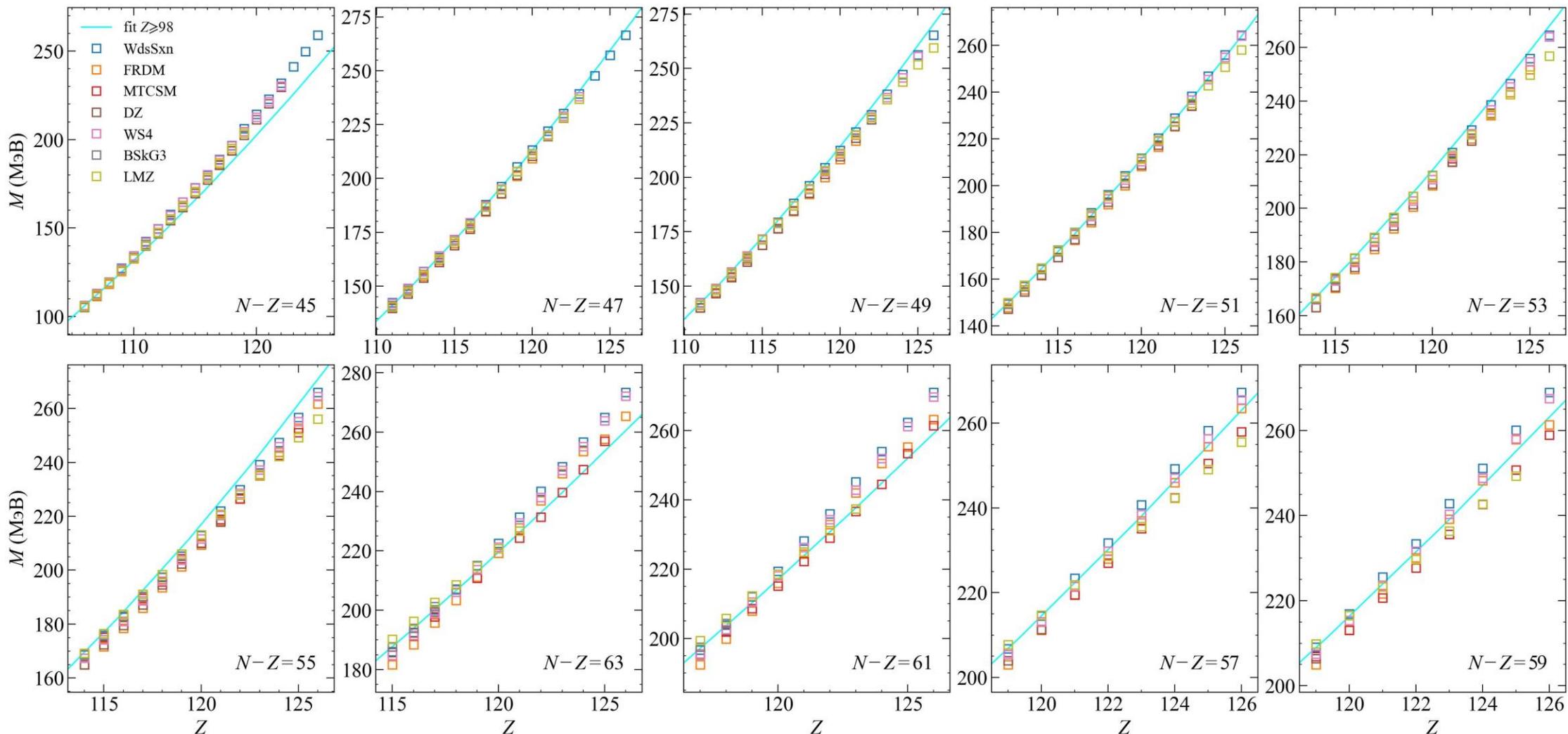
РОЛЬ КЛАСТЕРНЫХ СТЕПЕНЕЙ СВОБОДЫ В СТРУКТУРЕ И ДЕЛЕНИИ АТОМНЫХ ЯДЕР



Сравнение расчетных [Möller, 2016; Jachimowicz, 2021; Kuzmina, 2012; Duflo, 1995; Liran, 2001] значений избытков масс (открытые символы) и полученных в результате экстраполяции зависимостей для ядер с зарядовыми числами $Z \geq 98$ (сплошные линии) значений избытков масс для четно-четных ядер.

ЭКСТРАПОЛЯЦИЯ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ЗНАЧЕНИЙ И СИСТЕМАТИК ИЗБЫТКОВ МАСС СВЕРХТЯЖЕЛЫХ ЯДЕР

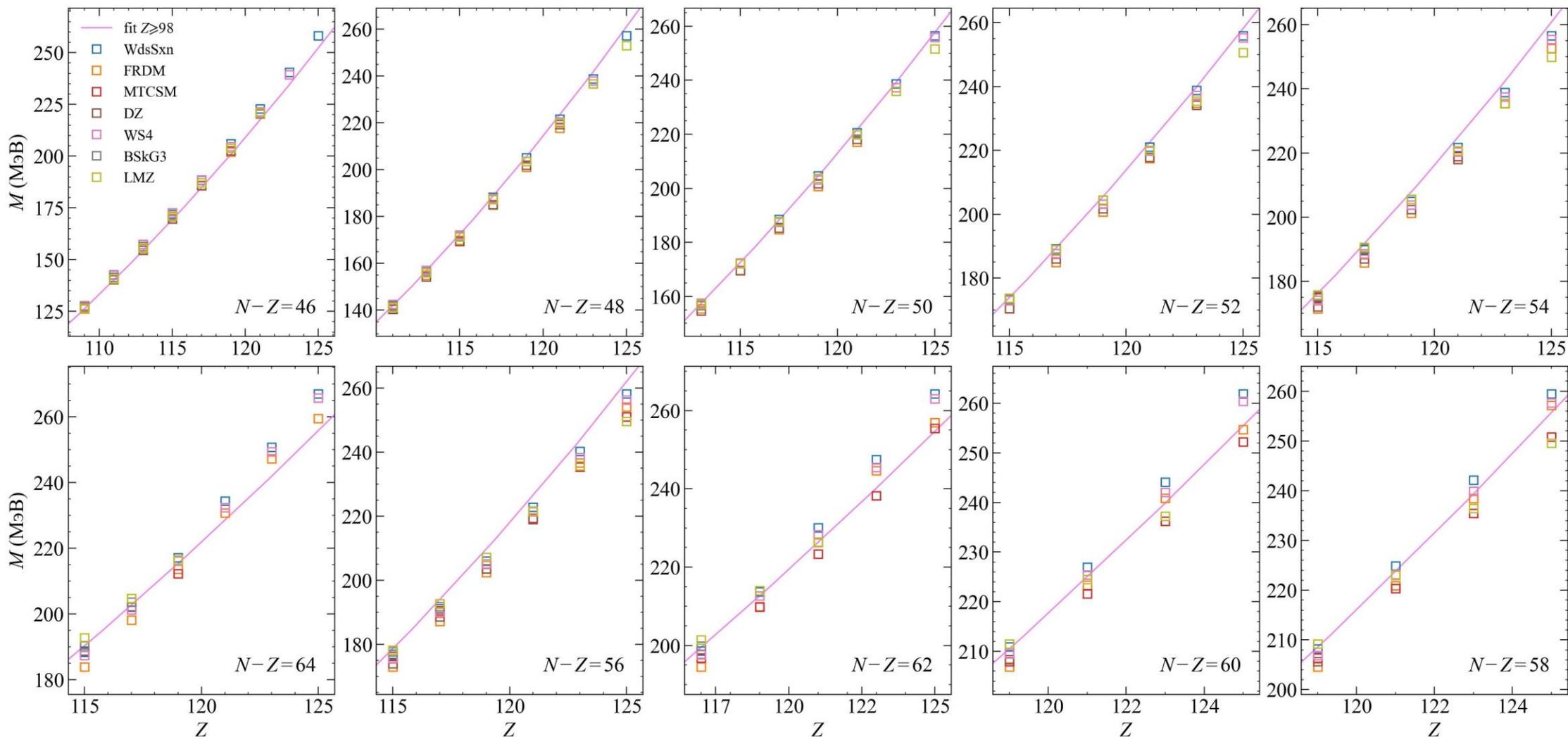
РОЛЬ КЛАСТЕРНЫХ СТЕПЕНЕЙ СВОБОДЫ В СТРУКТУРЕ И ДЕЛЕНИИ АТОМНЫХ ЯДЕР



Сравнение расчетных [Möller, 2016; Jachimowicz, 2021; Kuzmina, 2012; Duflo, 1995; Liran, 2001] значений избытков масс (открытые символы) и полученных в результате экстраполяции зависимостей для ядер с зарядовыми числами $Z \geq 98$ (сплошные линии) значений избытков масс для нечетно-четных и четно-нечетных ядер.

ЭКСТРАПОЛЯЦИЯ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ЗНАЧЕНИЙ И СИСТЕМАТИК ИЗБЫТКОВ МАСС СВЕРХТЯЖЕЛЫХ ЯДЕР

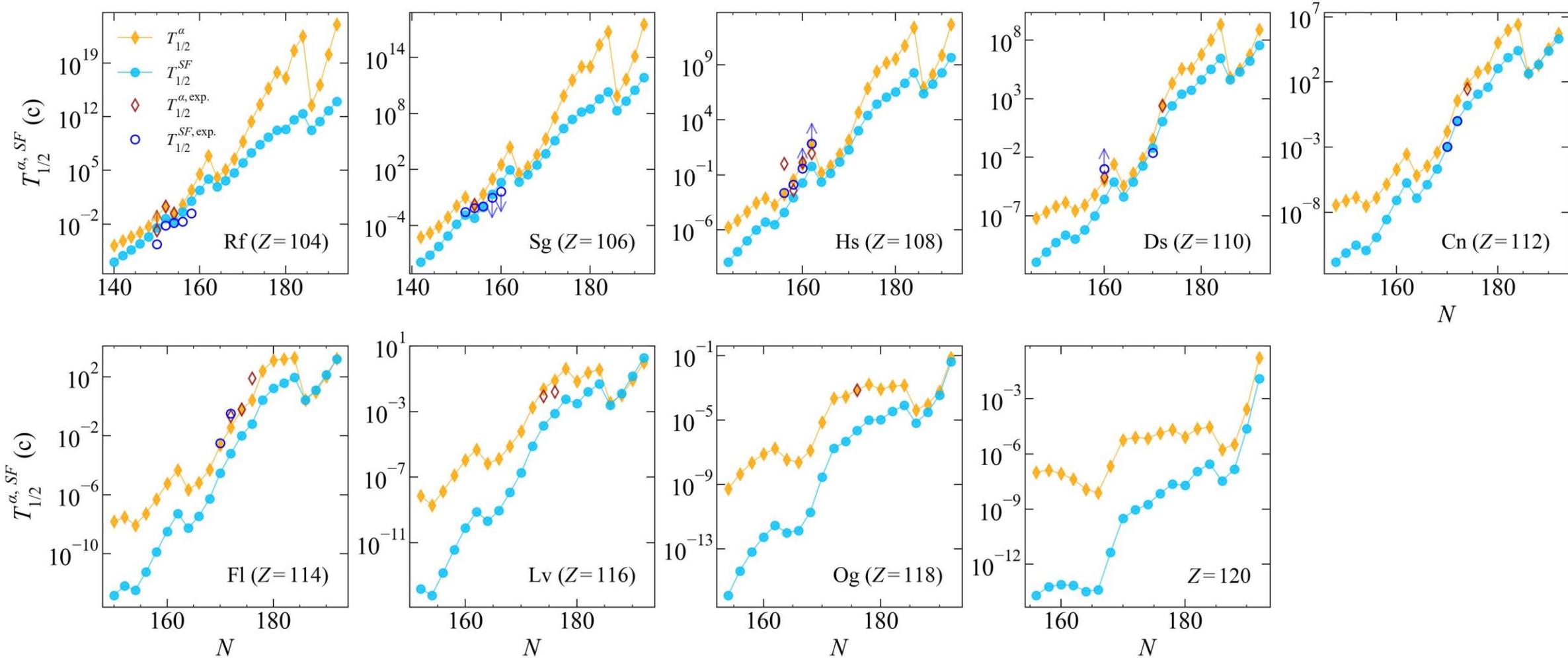
РОЛЬ КЛАСТЕРНЫХ СТЕПЕНЕЙ СВОБОДЫ В СТРУКТУРЕ И ДЕЛЕНИИ АТОМНЫХ ЯДЕР



Сравнение расчетных [Möller, 2016; Jachimowicz, 2021; Kuzmina, 2012; Duflo, 1995; Liran, 2001] значений избытков масс (открытые символы) и полученных в результате экстраполяции зависимостей для ядер с зарядовыми числами $Z \geq 98$ (сплошные линии) значений избытков масс для нечетно-нечетных ядер.

КОНКУРЕНЦИЯ МЕЖДУ СПОНТАННЫМ ДЕЛЕНИЕМ И АЛЬФА-РАСПАДОМ

e-e

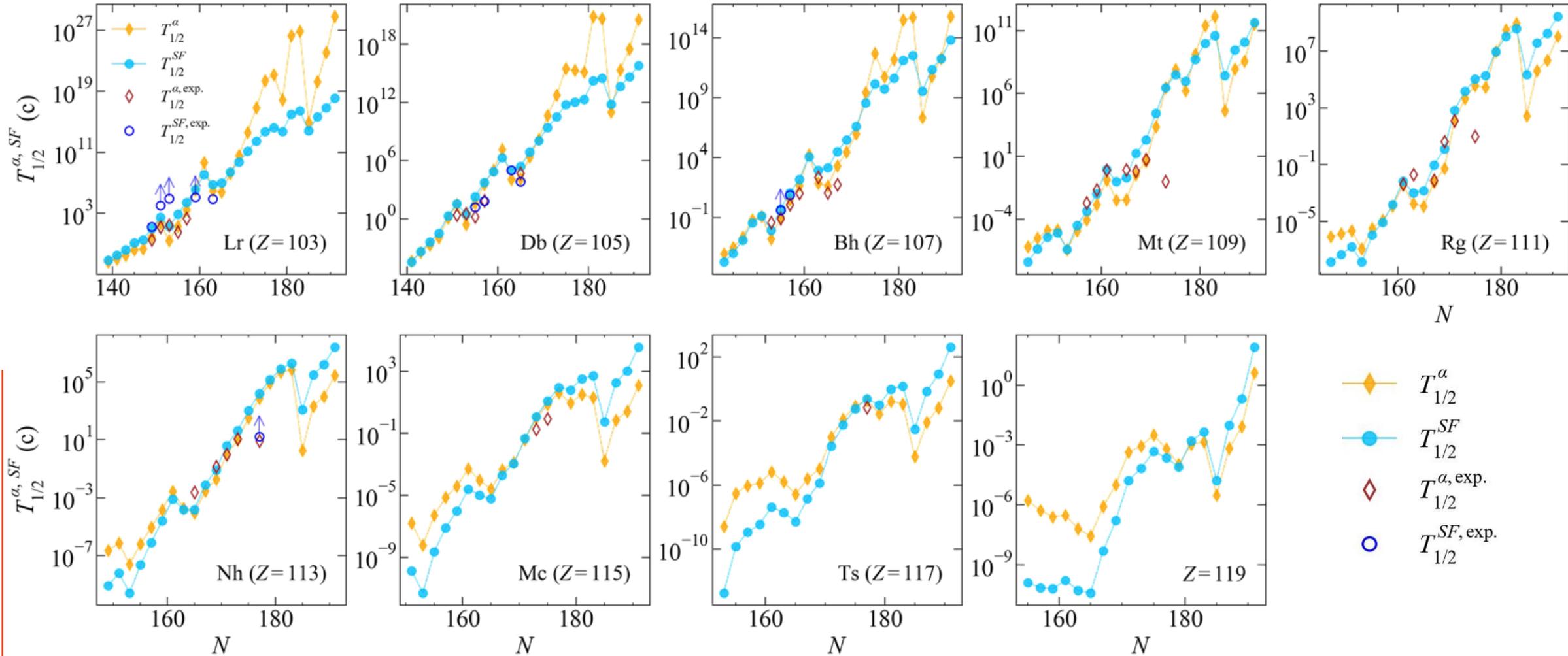


РОЛЬ КЛАСТЕРНЫХ СТЕПЕНЕЙ СВОБОДЫ В СТРУКТУРЕ И ДЕЛЕНИИ АТОМНЫХ ЯДЕР

Периоды полураспада альфа-распада (оранжевые ромбические символы, соединенные линиями) и спонтанного деления (голубые круглые символы, соединенные линиями) для четно-четных ядер, полученные на основе теоретических значений энергии выхода альфа-частицы [Jachimowicz, 2021], в сравнении с экспериментальными данными [Kondev, 2021] (открытые коричневые ромбы – альфа-распад, открытые синие круги – спонтанное деление).

КОНКУРЕНЦИЯ МЕЖДУ СПОНТАННЫМ ДЕЛЕНИЕМ И АЛЬФА-РАСПАДОМ

0-0

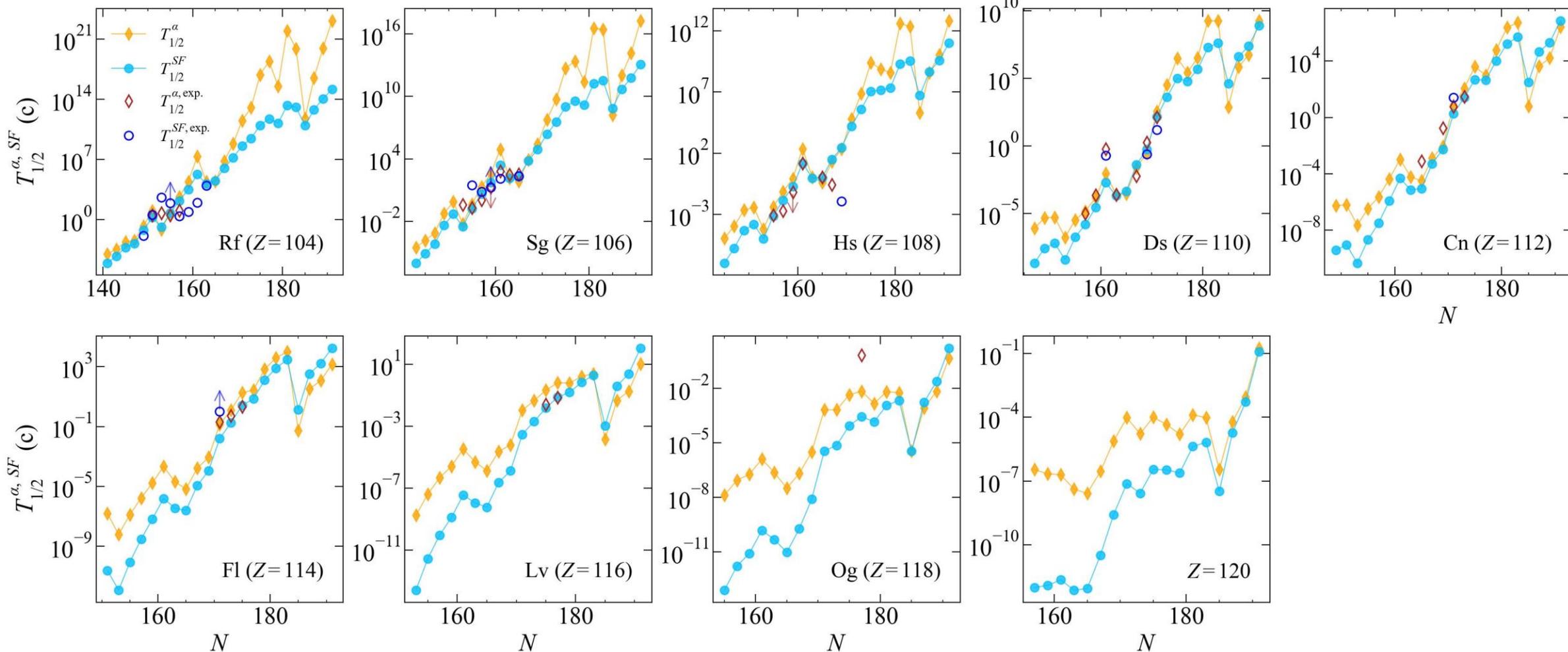


РОЛЬ КЛАСТЕРНЫХ СТЕПЕНЕЙ СВОБОДЫ В СТРУКТУРЕ И ДЕЛЕНИИ АТОМНЫХ ЯДЕР

Периоды полураспада альфа-распада (оранжевые ромбические символы, соединенные линиями) и спонтанного деления (голубые круглые символы, соединенные линиями) для нечетно-нечетных ядер, полученные на основе теоретических значений энергии выхода альфа-частицы [Jachimowicz, 2021], в сравнении с экспериментальными данными [Kondev, 2021] (открытые коричневые ромбы – альфа-распад, открытые синие круги – спонтанное деление).

КОНКУРЕНЦИЯ МЕЖДУ СПОНТАННЫМ ДЕЛЕНИЕМ И АЛЬФА-РАСПАДОМ

e-o

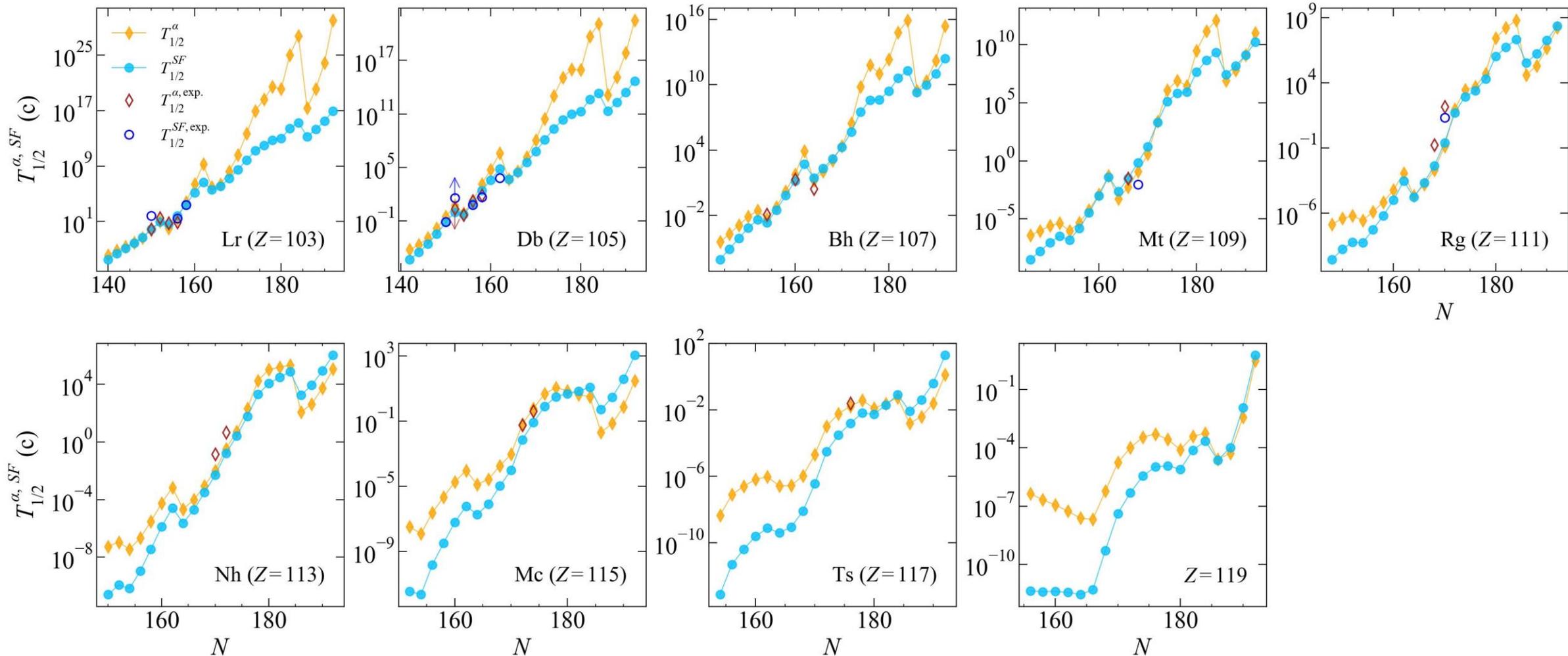


РОЛЬ КЛАСТЕРНЫХ СТЕПЕНЕЙ СВОБОДЫ В СТРУКТУРЕ И ДЕЛЕНИИ АТОМНЫХ ЯДЕР

Периоды полураспада альфа-распада (оранжевые ромбические символы, соединенные линиями) и спонтанного деления (голубые круглые символы, соединенные линиями) для четно-нечетных ядер, полученные на основе теоретических значений энергии выхода альфа-частицы [Jachimowicz, 2021], в сравнении с экспериментальными данными [Kondev, 2021] (открытые коричневые ромбы – альфа-распад, открытые синие круги – спонтанное деление).

КОНКУРЕНЦИЯ МЕЖДУ СПОНТАННЫМ ДЕЛЕНИЕМ И АЛЬФА-РАСПАДОМ

o-e



РОЛЬ КЛАСТЕРНЫХ СТЕПЕНЕЙ СВОБОДЫ В СТРУКТУРЕ И ДЕЛЕНИИ АТОМНЫХ ЯДЕР

Периоды полураспада альфа-распада (оранжевые ромбические символы, соединенные линиями) и спонтанного деления (голубые круглые символы, соединенные линиями) для нечетно-четных ядер, полученные на основе теоретических значений энергии выхода альфа-частицы [Jachimowicz, 2021], в сравнении с экспериментальными данными [Kondev, 2021] (открытые коричневые ромбы – альфа-распад, открытые синие круги – спонтанное деление).

МАССОВЫЕ МОДЕЛИ, ВЫБРАННЫЕ ДЛЯ ИЛЛЮСТРАЦИИ

Макроскопически-микроскопические модели:

- модель капли конечного радиуса действия (Finite-Range Droplet Model, FRDM) [Möller, 2012; Möller, 2016]
- модель жидкой капли конечного радиуса действия (Finite-Range Liquid-Droplet Model, FRLDM) [Möller, 2016]
- модели Вайцзеккера-Скирма (Weizsäcker-Skyrme models) [Wang, 2014]:
 - WS4
 - WS4+RBF (radial basis function, RBF)
- модель Вудса-Саксона (Woods-Saxon model, WdsSxn) [Jachimowicz, 2021]
- двухцентровая оболочечная модель (Two-Center Shell Model, TCSM) [Kuzmina, 2012]

Модель, находящаяся между макроскопически-микроскопическими и чисто микроскопическими:

- модель Дуфло и Зукера (Duflo and Zuker, DZ) [Duflo, 1995; Mendoza, 2010]

Микроскопическая модель:

- BrusselsSkyrme-on-a-Grid (BSkG3) [Scamps, 2021; Ryssens, 2022; Ryssens, 2023; Grams, 2023]
полная энергия ядра рассчитывается микроскопически на основе волновой функции среднего поля типа Хартри-Фока-Боголюбова (Hartree-Fock-Bogoliubov, HFB)

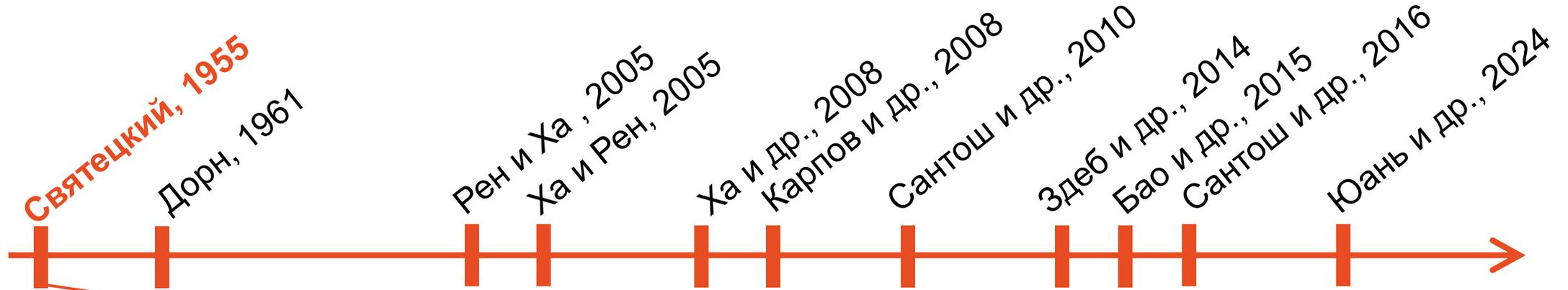
Полуэмпирическая модель:

- LMZ в работе [Liran, 2001]
полуэмпирического уравнения массы в оболочечной модели (semiempirical shell-model mass equation, SSMME) с магическим числом протонов $Z = 126$



ОБЗОР ФОРМУЛ ДЛЯ ПЕРИОДА ПОЛУРАСПАДА СПОНТАННОГО ДЕЛЕНИЯ ТЯЖЕЛЫХ И СВЕРХТЯЖЕЛЫХ ЯДЕР

ОБЗОР ФОРМУЛ ДЛЯ ПЕРИОДОВ ПОЛУРАСПАДА СПОНТАННОГО ДЕЛЕНИЯ



$$\log_{10} T_{1/2}^{SF} (\text{r}) = -7.8\theta + 0.35\theta^2 + 0.073\theta^3 - (5 - \theta)\delta M +$$

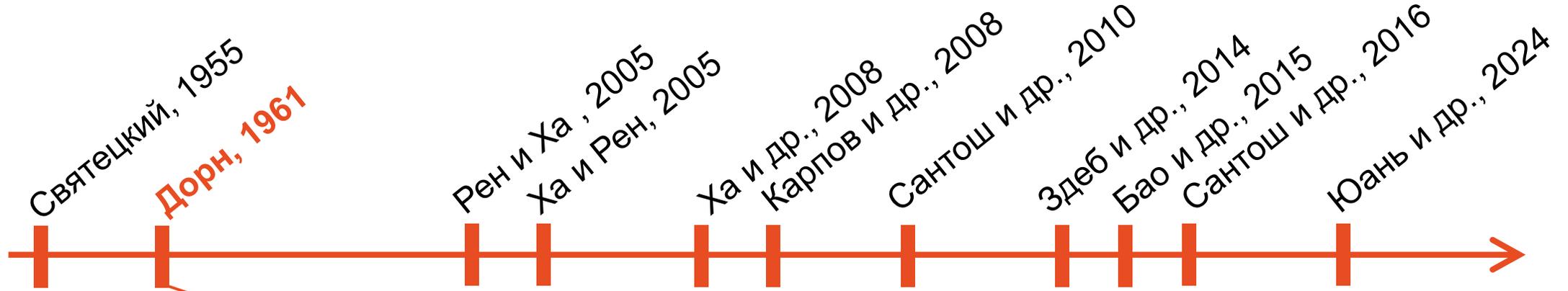
$$+ \begin{cases} 18.2, & \text{для чётно-чётных ядер,} \\ 24.8, & \text{для нечётно-чётных и чётно-нечётных ядер,} \\ 29.7, & \text{для нечётно-нечётных ядер,} \end{cases}$$

$$\theta = (Z^2/A) - 37.5,$$

$$\delta M = M_{\text{exp}} - M_{\text{ref}},$$

$$M_{\text{ref}} = 1000A - 8.3557A + 19.120A^{2/3} + 076278Z^2/A^{1/3} + 25.444(N - Z)^2/A + 0.420(N - Z).$$

ОБЗОР ФОРМУЛ ДЛЯ ПЕРИОДОВ ПОЛУРАСПАДА СПОНТАННОГО ДЕЛЕНИЯ



$$\log_{10} T_{1/2}^{SF} \text{ (c)} = -7.8\theta + 0.35\theta^2 + 0.073\theta^3 + 1389 \frac{Z^{1/2}}{A} - (4 - \theta)\delta M +$$

$$+ \begin{cases} -30.06, & \text{для четно-четных ядер,} \\ -23.46, & \text{для нечетно-четных и четно-нечетных ядер,} \\ -18.56, & \text{для нечетно-нечетных ядер.} \end{cases}$$

$$\theta = (Z^2/A) - 37.5$$

δM – разница в МэВ между полуэмпирической массой основного состояния ядра, указанной Кэмероном, и гладкой массовой поверхностью, указанной Святецким

ОБЗОР ФОРМУЛ ДЛЯ ПЕРИОДОВ ПОЛУРАСПАДА СПОНТАННОГО ДЕЛЕНИЯ



$$\log_{10} T_{1/2}^{SF} (\Gamma) = c_1 + c_2 \left(\frac{Z^2}{A} + k \right) + c_3 \left(\frac{Z^2}{A} + k \right)^2 + c_4 \left(\frac{Z^2}{A} + k \right)^3 + \left(c_5 + \left(\frac{Z^2}{A} + k \right) \right) \delta M$$

$$c_1 = 24.350359; c_2 = -7.839937; c_3 = 0.325838; c_4 = 0.0148211; c_5 = -8.875158; k = -33.749512.$$

$$\delta M = c_6(Z - 82)^2 + c_7(N - 126)^2 + c_8(N - Z)$$

$$\log_{10} T_{1/2}^{SF} (\Gamma) = c_1 + c_2 \left(\frac{Z^2}{A} + k \right) + c_3 \left(\frac{Z^2}{A} + k \right)^2 + c_4 \left(\frac{Z^2}{A} + k \right)^3 + \left(c_5 + \left(\frac{Z^2}{A} + k \right) \right) \times \\ \times (c_6(Z - 82)^2 + c_7(N - 126)^2 + c_8(N - Z)).$$

$$c_1 = 31.196159; c_2 = -5.086737; c_3 = -0.0742314; c_4 = -0.161829; c_5 = 0.0398652; c_6 = 0.0585024; \\ c_7 = -0.0124953; c_8 = 0.108390; k = -30.444904.$$

$$\log_{10} T_{1/2}^{SF} (\Gamma) = 21.08 + c_1 \frac{Z - 90}{A} + c_2 \frac{(Z - 90)^2}{A} + c_3 \frac{(Z - 90)^3}{A} + c_4 \frac{Z - 90}{A} (N - Z - 52)^2$$

$$c_1 = -548.825021; c_2 = -5.359139; c_3 = 0.767379; c_4 = -4.282220.$$

ОБЗОР ФОРМУЛ ДЛЯ ПЕРИОДОВ ПОЛУРАСПАДА СПОНТАННОГО ДЕЛЕНИЯ



h – фактор блокировки

$$h = \begin{cases} 0, & \text{для четно-четных ядер,} \\ 4.573082, & \text{для нечетных по } A \text{ ядер.} \end{cases}$$

$$\log_{10} T_{1/2}^{SF} (\text{г}) = 21.08 + c_1 \frac{Z - 90 - v}{A} + c_2 \frac{(Z - 90 - v)^2}{A} + c_3 \frac{(Z - 90 - v)^3}{A} + c_4 \frac{Z - 90 - v}{A} (N - Z - 52)^2,$$

$v = 0$ для четно-четных ядер,

$v = 2$ для нечетных по A ядер.

ОБЗОР ФОРМУЛ ДЛЯ ПЕРИОДОВ ПОЛУРАСПАДА СПОНТАННОГО ДЕЛЕНИЯ



$$T_{1/2}^{SF} = \frac{\ln 2}{n \cdot \mathcal{P}_{SF}} = \text{const} \cdot \exp \left[\frac{2\pi (V_{\text{top}} - Q_{SF})}{\hbar\omega_f} \right] = \exp \left[\frac{2\pi c_0}{\hbar\omega_f} \right] \cdot \exp \left[\frac{2\pi (V_{\text{top}} - Q_{SF})}{\hbar\omega_f} \right]$$

$$V_{\text{top}} = c_1 A + c_2 Z^2 + c_3 Z^4 + c_4 (N - Z)^2$$

$$Q_{SF} = 0.13323 \frac{Z^2}{A^{1/3}} - 11.64$$

$$\ln T_{1/2}^{SF} (c) = 2\pi \left[c_1 A + c_2 Z^2 + c_3 Z^4 + c_4 (N - Z)^2 - \left(0.13323 \frac{Z^2}{A^{1/3}} - 11.64 \right) \right]$$

$$c_0 = -195.09227, c_1 = 3.10156, c_2 = -0.04386, c_3 = 1.40301 \times 10^{-6} \text{ и } c_4 = -0.03199$$

ОБЗОР ФОРМУЛ ДЛЯ ПЕРИОДОВ ПОЛУРАСПАДА СПОНТАННОГО ДЕЛЕНИЯ



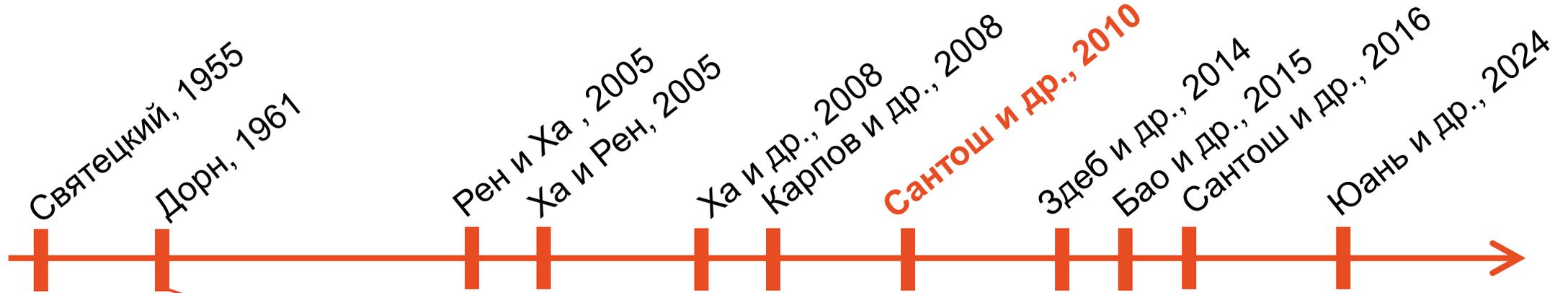
$$\log_{10} T_{1/2}^{SF} (\text{с}) = 1146.44 - 75.3153 \frac{Z^2}{A} + 1.63792 \left(\frac{Z^2}{A} \right)^2 - 0.0119827 \left(\frac{Z^2}{A} \right)^3 +$$

$$+ B_f \left(7.23613 - 0.0947022 \frac{Z^2}{A} \right) +$$

$$+ \begin{cases} 0, & \text{для чётно-чётных ядер,} \\ 1.53897, & \text{для нечётно-чётных и чётно-нечётных ядер,} \\ 0.80822, & \text{для нечётно-нечётных ядер.} \end{cases}$$

$$B_f = B_f^{\text{LDM}} + \delta U_{\text{g.s.}}$$

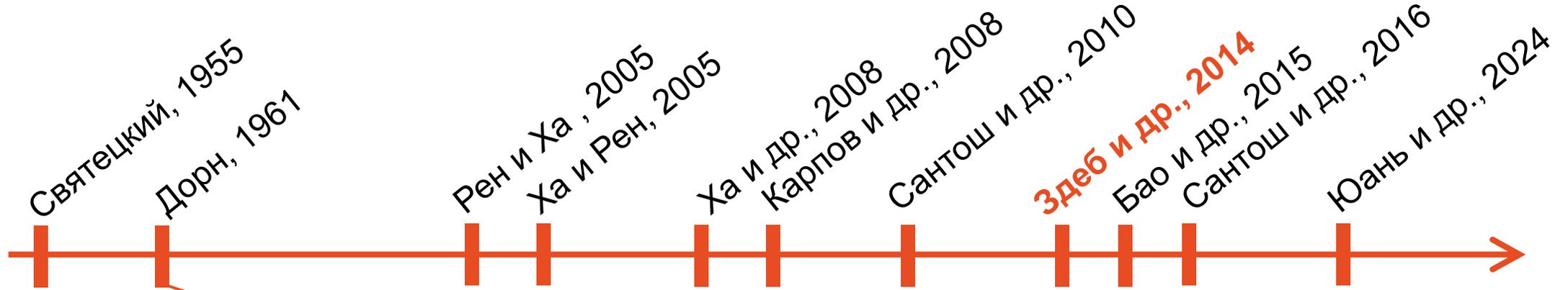
ОБЗОР ФОРМУЛ ДЛЯ ПЕРИОДОВ ПОЛУРАСПАДА СПОНТАННОГО ДЕЛЕНИЯ



$$\log_{10} T_{1/2}^{SF} (\Gamma) = a \frac{Z^2}{A} + b \left(\frac{Z^2}{A} \right)^2 + c \left(\frac{N - Z}{N + Z} \right) + d \left(\frac{N - Z}{N + Z} \right)^2 + e$$

$$a = -43.25203, \quad b = 0.49192, \quad c = 3674.3927, \quad d = -9360.6, \quad e = 580.75058.$$

ОБЗОР ФОРМУЛ ДЛЯ ПЕРИОДОВ ПОЛУРАСПАДА СПОНТАННОГО ДЕЛЕНИЯ



$$\delta M(Z, N) = M_{\text{exp}}(Z, N) - M_{\text{LSD}}^{\text{shp}}$$

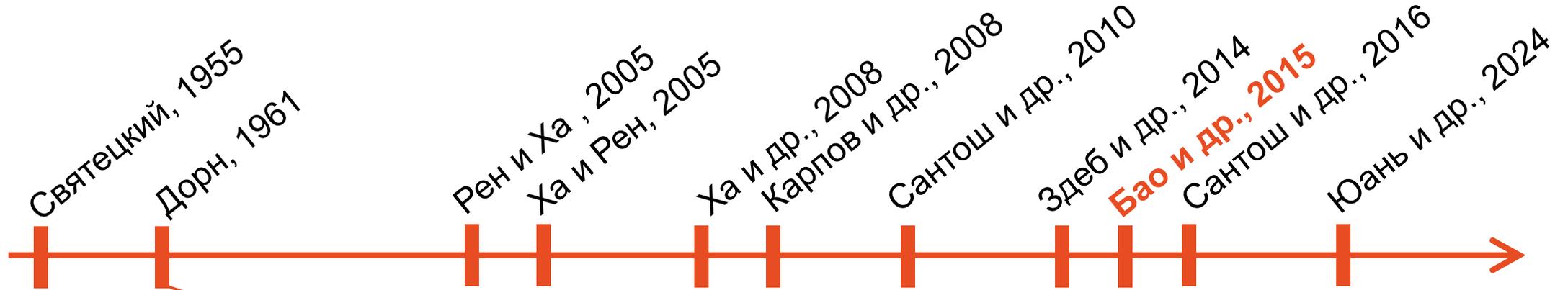
$$f(Z) = \log_{10} [T_{1/2}^{\text{SF}}(Z, N) \text{ (c)}] + k \cdot \delta M(Z, N) + h$$

$$f(Z) = \begin{cases} -4Z + 378.7 & \text{для } Z \leq 103, \\ -35.3 & \text{для } Z \geq 104. \end{cases}$$

$$\log_{10} T_{1/2}^{\text{SF}}(Z, N) \text{ (c)} = f(Z) - 7.5 \cdot \delta M(Z, N) + h$$

$$h = \begin{cases} 0, & \text{для чётно-чётных ядер,} \\ 10.3, & \text{для нечётных по } A \text{ ядер,} \\ 17.8, & \text{для нечётно-нечётных ядер.} \end{cases}$$

ОБЗОР ФОРМУЛ ДЛЯ ПЕРИОДОВ ПОЛУРАСПАДА СПОНТАННОГО ДЕЛЕНИЯ



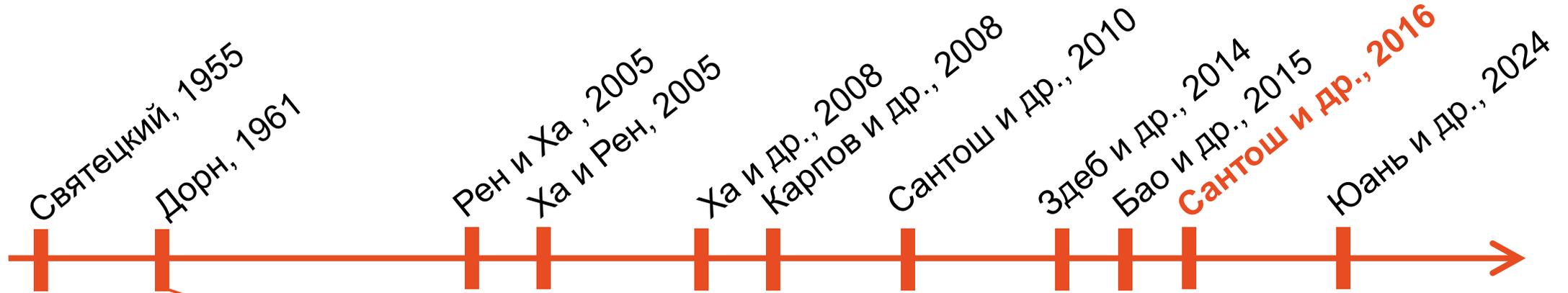
$$\log_{10} T_{1/2}^{SF} (\Gamma) = c_1 + c_2 \left(\frac{Z^2}{(1 - kI^2) A} \right) + c_3 \left(\frac{Z^2}{(1 - kI^2) A} \right)^2 + c_4 E_{sh} + h_i$$

$$c_1 = 1174.353441, c_2 = -47.666855, c_3 = 0.471307 \text{ и } c_4 = 3.378848.$$

$$k = 2.6$$

$$h_i = \begin{cases} h_{ee} = 0, & \text{для четно-четных ядер,} \\ h_{eo} = 2.609374, & \text{для четно-нечетных ядер,} \\ h_{oe} = 2.619768, & \text{для нечетно-четных ядер,} \\ h_{oo} = h_{eo} + H_{oe} & \text{для нечетно-нечетных ядер.} \end{cases}$$

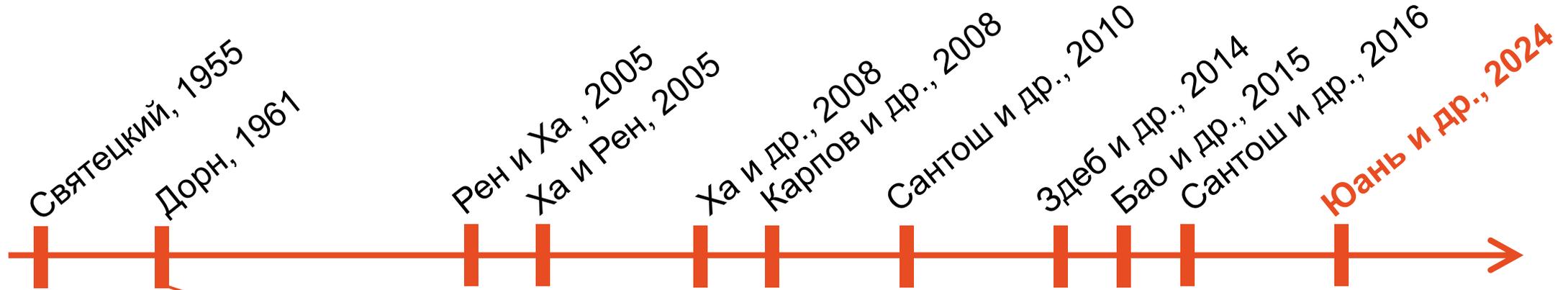
ОБЗОР ФОРМУЛ ДЛЯ ПЕРИОДОВ ПОЛУРАСПАДА СПОНТАННОГО ДЕЛЕНИЯ



$$\log_{10} T_{1/2}^{SF} (\Gamma) = a \frac{Z^2}{A} + b \left(\frac{Z^2}{A} \right)^2 + c \left(\frac{N - Z}{N + Z} \right) + d \left(\frac{N - Z}{N + Z} \right)^2 + e E_{shell} + f,$$

$$a = -43.25203, b = 0.49192, c = 3674.3927, d = -9360.6, e = 0.8930 \text{ и } f = 578.56058.$$

ОБЗОР ФОРМУЛ ДЛЯ ПЕРИОДОВ ПОЛУРАСПАДА СПОНТАННОГО ДЕЛЕНИЯ



$$\log_{10} T_{1/2}^{SF}(c) = 28.60 + c_1 \frac{Z - 90}{A} + c_2 \frac{(Z - 90)^2}{A} + c_3 \frac{|Z - 90|^{1/2} (N - Z - 52)^2}{A} + c_4 \frac{(Z - 90)(N - 152)^2}{A} + c_5 \frac{(Z - 90)^2 (N - 162)}{A} + c_6 \frac{|Z - 90|^{5/2} |N - 162|^{3/2}}{A} + h.$$

$$c_1 = -646.834955, c_2 = 10.058292, c_3 = -11.472012, c_4 = 0.699861, c_5 = -0.209631 \text{ и } c_6 = -0.016230$$

$$\log_{10} T_{1/2}^{SF}(c) = 28.60 + c_1 \frac{Z - 90 - v}{A} + c_2 \frac{(Z - 90 - v)^2}{A} + c_3 \frac{|Z - 90 - v|^{1/2} (N - Z - 52)^2}{A} + c_4 \frac{(Z - 90 - v)(N - 152)^2}{A} + c_5 \frac{(Z - 90 - v)^2 (N - 162)}{A} + c_6 \frac{|Z - 90 - v|^{5/2} |N - 162|^{3/2}}{A}.$$

$v = 0$ для четно-четных ядер и $v = 2$ для нечетных по A и нечетно-нечетных ядер.

