

Измерение пространственно-временных характеристик среды, образующейся в столкновениях тяжелых ионов

Выполнил студент 209м группы **Недорезов Егор Вячеславович**

Научный руководитель: профессор, д. ф.-м. н. **Теряев Олег Валерианович**

Научный консультант: к. ф.-м. н. **Апарин Алексей Андреевич**

Физический факультет МГУ, кафедра физики элементарных частиц

Москва

2 июня 2025

1 Введение

- Эволюция горячей материи
- Экспериментальное исследование КГМ
- Эксперимент STAR
- Программа энергетического сканирования на RHIC

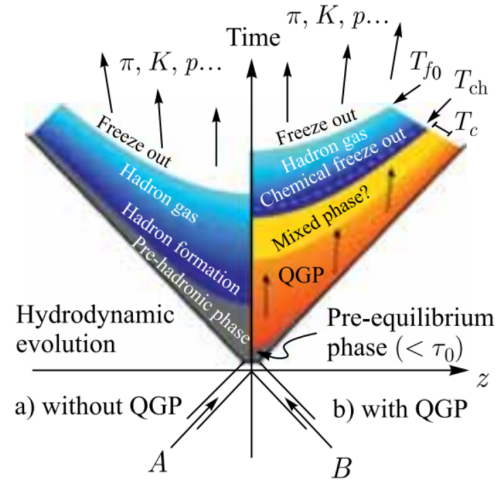
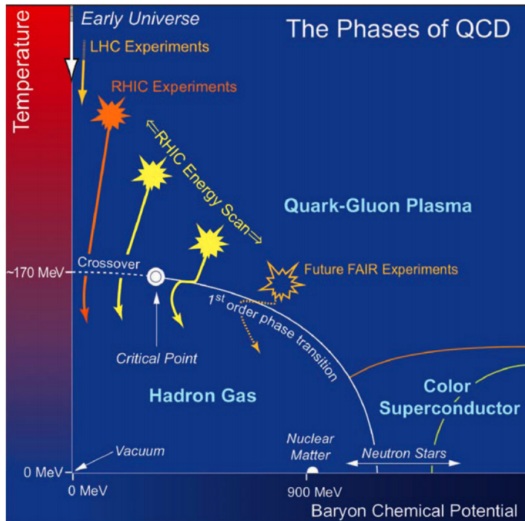
2 Идеальный газ

3 модель Blast-Wave

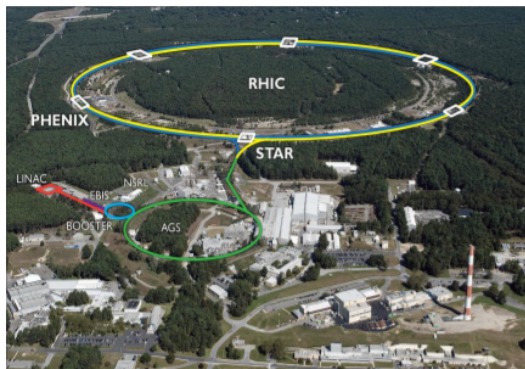
4 Фемтоскопический подход

5 Выводы

Эволюция горячей материи



Экспериментальное исследование КГМ



RHIC (BNL)
 $\sqrt{S_{NN}} \leq 200 \text{ ГэВ}$

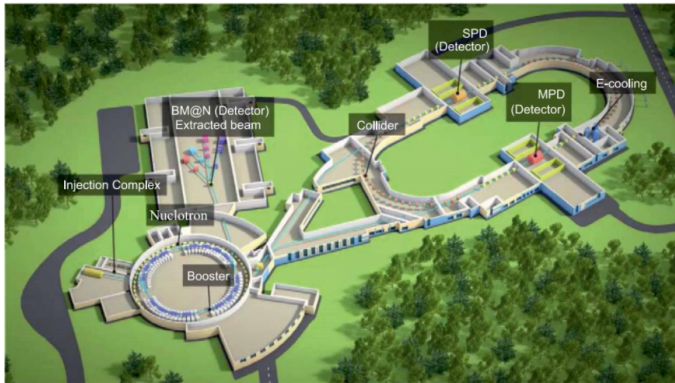


LHC (CERN)
 $\sqrt{S_{NN}} \leq 5 \text{ ТэВ}$

Экспериментальное исследование КГМ

NICA, $\sqrt{S_{NN}} = 4 - 11$ ГэВ
для $Au + Au$ столкновений
Эксперименты:

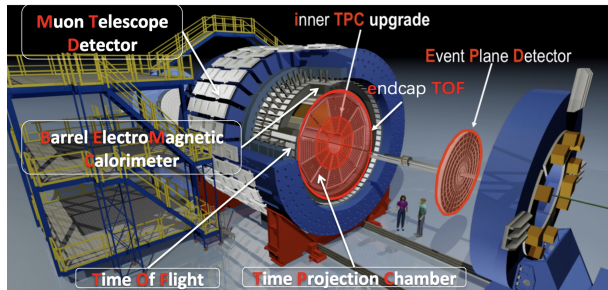
- ▶ BM@N
- ▶ MPD
- ▶ SPD



Эксперимент STAR

TPC (Time Projection Chamber)

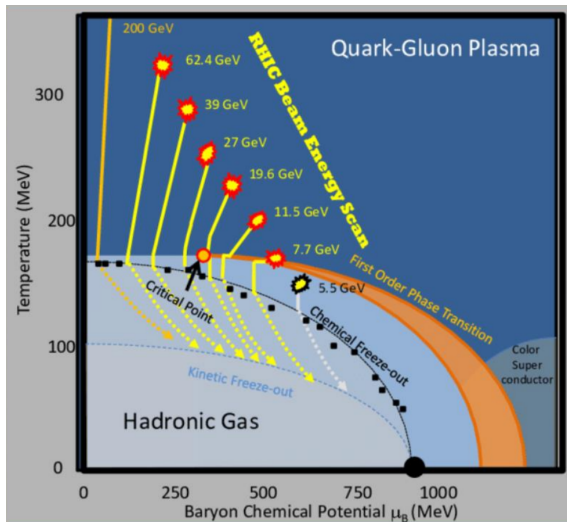
- ▶ используется для трекинга и идентификации
- ▶ длина 4.2 м, диаметр 4 м
- ▶ азимутальный угол 2π
- ▶ диапазон по псевдобыстроте $|\eta| < 1$
- ▶ в магнитном поле 0.5 Тесла



Программа энергетического сканирования на RHIC

Используемые данные:

- ▶ RHIC BES-I, 2010-2011
- ▶ $Au + Au \sqrt{s_{NN}} = 7.7 - 39 \text{ ГэВ}$.
- ▶ Phys.Rev.C 96 (2017) 044904,
Phys.Rev.C 92 (2015) 014904.



① Введение

② Идеальный газ

- Общие соотношения
- Статистика Больцмана-Гиббса
- Статистика Цаллиса

③ модель Blast-Wave

④ Фемтоскопический подход

⑤ Выводы

Общие соотношения

- Общее выражение для распределений по поперечному импульсу частиц в идеальном релятивистском газе:

$$\frac{d^2 N}{p_T d p_T d y} = \frac{V}{(2\pi)^3} \int_0^{2\pi} d\varphi E_{\vec{p}} \sum_{\sigma} \langle n_{\vec{p}\sigma} \rangle,$$

где $E_{\vec{p}} = m_T \cosh y$, $m_T = \sqrt{p_T^2 + m^2}$, $\langle n_{\vec{p}\sigma} \rangle$ - числа заполнения.

Статистика Больцмана-Гиббса

- ▶ Статистика Больцмана-Гиббса:

$$\langle n_{\vec{p}\sigma} \rangle = \frac{1}{\exp\left(\frac{E_{\vec{p}} - \mu}{T}\right) + \eta},$$

где $\eta = -1$ (Бозе-Эйнштейн), 0 (Максвелл-Больцман), 1 (Ферми-Дирак).

- ▶ Для $\eta = 0$ (Максвелл-Больцман) распределение по поперечному импульсу может быть проинтегрировано по y аналитически:

$$\frac{dN}{p_T dp_T} = \frac{V}{2\pi^2} m_T K_2\left(\frac{m_T}{T}\right)$$

Существующие распределения Цаллиса

► Функция Леви:

(G. Wilk and Z. Wlodarczyk, Phys. Rev. Lett. 84, 2770 (2000))

$$\frac{d^2 N}{p_T dp_T dy} = \frac{dN}{dy} \frac{(n-1)(n-2)}{nC(nC + m_0(n-2))} \left(1 + \frac{m_T - m_0}{mC}\right)^{-n}$$

► Tsallis-like:

(Alberico W M, Lavagno, Eur. Phys. J. A 40 313 (2009))

$$\frac{d^2 N}{p_T dp_T dy} = A \left(1 + (q-1) \frac{m_T \cosh y - \mu}{T}\right)^{\frac{1}{1-q}}$$

► Феноменологическое распределение Цаллиса:

(Cleymans J, Worku D, J.Phys.G:Nucl.Part.Phys. 39, 025006 (2012))

$$\frac{d^2 N}{p_T dp_T dy} = \frac{gV}{(2\pi)^2} m_T \cosh y \left(1 + (q-1) \frac{m_T \cosh y - \mu}{T}\right)^{\frac{q}{1-q}}$$

Какую модель выбрать?

- ▶ Энтропия Цаллиса:

$$S = \sum_i \frac{p_i^q - p_i}{1 - q}, \quad \sum_i p_i = 1,$$

где p_i - вероятного i -го микроскопического состояния системы, $q \in [0, \infty]$.

- ▶ В гиббсовском пределе $q \rightarrow 1$ энтропия переходит в классическую энтропию Больцмана-Гиббса:

$$S = - \sum_i p_i \ln p_i$$

- ▶ В макроканоническом ансамбле большой термодинамический потенциал Ω имеет вид:

$$\Omega = \langle H \rangle - TS - \mu \langle N \rangle, \quad \text{где}$$

$$\langle H \rangle = \frac{1}{\theta} \sum_i p_i^q E_i, \quad \langle N \rangle = \frac{1}{\theta} \sum_i p_i^q N_i, \quad \theta = \sum_i p_i^q.$$

Рассмотрим релятивистский газ в макроканоническом ансамбле. Из принципа термодинамического равновесия (принцип максимума энтропии), можно получить нормировочные выражения для параметров $\Lambda = -\theta TS + \langle H \rangle - \mu \langle N \rangle$ и $\theta = \sum_i p_i^q$:

$$\begin{cases} 1 = \sum_{n=0}^{n_0} \frac{\omega^n}{n! \Gamma(\frac{1}{q-1})} \int_0^\infty t^{\frac{2-q}{q-1}-n} e^{-t+\beta'(\Lambda+\mu n)} (K_2(\beta' m))^n dt, \\ \theta = \sum_{n=0}^{n_0} \frac{\omega^n}{n! \Gamma(\frac{q}{q-1})} \int_0^\infty t^{\frac{1}{q-1}-n} e^{-t+\beta'(\Lambda+\mu n)} (K_2(\beta' m))^n dt, \end{cases}.$$

где $\omega = \frac{gV}{2\pi^2} \frac{m^2 T \theta^2}{q-1}$, $\beta' = \frac{-t(1-q)}{T\theta^2}$,

n_0 - количество членов, учитываемых в разложении, начиная с нулевого.

- ▶ Выражение для распределения частиц по поперечному импульсу идеального релятивистского газа в макроканоническом ансамбле в диапазоне по быстроте $y \in [y_{\min}, y_{\max}]$ принимает вид:

$$\frac{d^2 N}{p_T dp_T dy} \Big|_{y_{\min}}^{y_{\max}} = \frac{gV}{(2\pi)^2} m_T \int_{y_{\min}}^{y_{\max}} dy \cosh y \times$$
$$\times \frac{1}{\theta} \sum_{n=0}^{n_0} \frac{\omega^n}{n! \Gamma(\frac{q}{q-1})} \int_0^\infty t^{\frac{1}{q-1}-n} e^{-t+\beta'(\Lambda-m_T \cosh y+\mu(n+1))} (K_2(\beta' m))^n dt$$

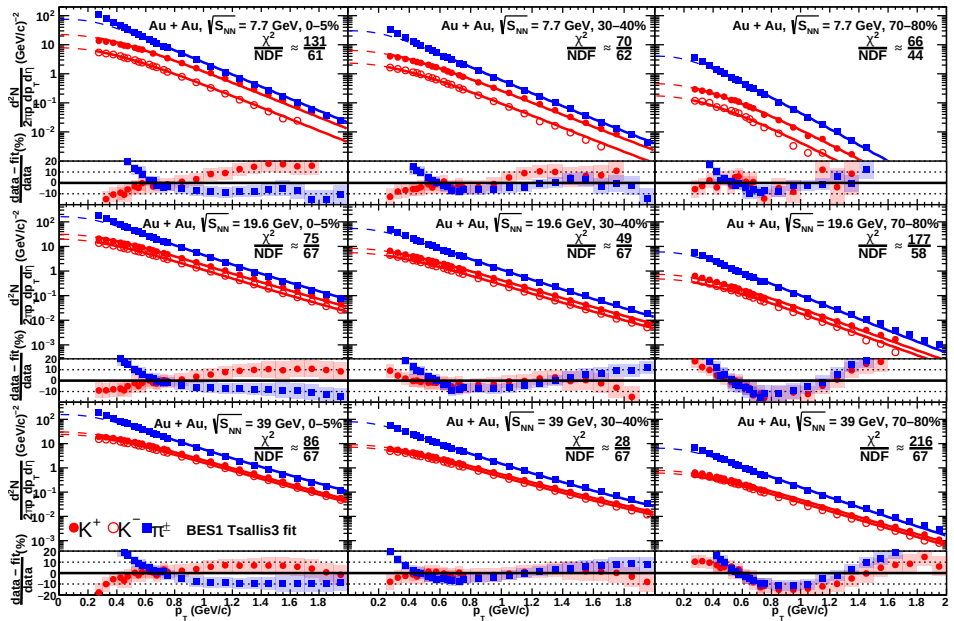
- ▶ В этой работе: $n_0 = 1$, $\mu = 0$.

Статистика Цаллиса

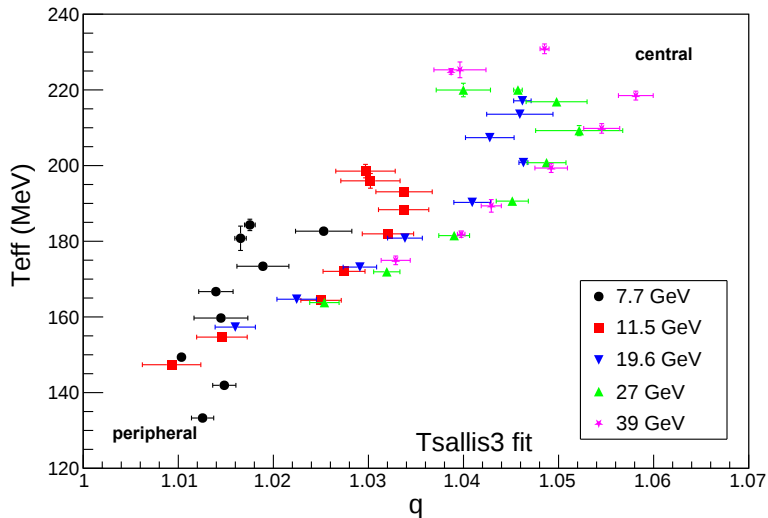
- ▶ Для $n_0 = 0$ система нормировочных уравнений может быть разрешена аналитически: $\Lambda = 0$, $\theta = 1$. Тогда выражение для распределение принимает вид:

$$\frac{d^2 N}{p_T dp_T dy} \bigg|_{y_{min}}^{y_{max}} = \frac{gV}{(2\pi)^2} \int_{y_{min}}^{y_{max}} dy m_T \cosh y \left(1 - (1-q) \frac{m_T \cosh y - \mu}{T} \right)^{\frac{q}{1-q}}$$

- ▶ Это выражение совпадает с феноменологическим распределением Цаллиса. Таким образом, мы получили выражение, которое удовлетворяет первым принципам термодинамики.
- ▶ Другие же виды распределений (Леви, Tsallis-like) не удовлетворяют первым принципам термодинамики, т.к. в них некорректно вычисляются средние значения [Parvan A.S., 10.1088/1751-8121/ac0ebd]



Карта параметров в модели Цаллиса



- ① Введение
- ② Идеальный газ
- ③ модель Blast-Wave
 - Общие соотношения
 - Статистика Больцмана-Гиббса
- ④ Фемтоскопический подход
- ⑤ Выводы

Общие соотношения

- ▶ Предположим, что частицы испускаются из фajerбола, расширяющегося в продольном направлении с быстротой η и в поперечном направлении с быстротой $\rho = \tanh^{-1} \beta(r)$. Полное поле скоростей имеет вид:

$$u^\nu(\rho, \eta) = (\cosh(\rho) \cosh(\eta), \vec{e}_r \sinh(\rho), \cosh(\rho) \sinh(\eta)).$$

- ▶ Спектр по поперечному импульсу задается формулой Купера-Фрая:

$$\frac{d^3 N}{p_T dp_T dy d\varphi} = \frac{1}{(2\pi)^3} \int_{\Sigma} d\Sigma_\lambda p^\lambda \sum_{\sigma} \langle n_{\vec{p}\sigma} \rangle$$

где Σ - четырехмерная гиперповерхность кинетического вымораживания.

- ▶ Параметризуем гиперповерхность $\Sigma(r, \phi, \zeta)$ в цилиндрических координатах:

$$r \in [0, R], \phi \in [0, 2\pi], \zeta \in [-Z, Z].$$

Общие соотношения

- ▶ Тогда получаем:

$$\frac{d^3 N}{p_T dp_T dy d\varphi} = \frac{1}{(2\pi)^3} \int_0^R r dr \int_0^{2\pi} d\phi \int_{-Z}^Z dz m_T (\cosh y - \sinh y \tanh \eta) \sum_{\sigma} \langle n_{\vec{p}\sigma} \rangle$$

- ▶ где поток расширения учтен в числах заполнения:

$$E_{\vec{p}} = u^{\mu} p_{\mu} = m_T \cosh(y - \eta) \cosh \rho - p_T \sinh \rho \cosh(\varphi - \phi)$$

Статистика Больцмана-Гиббса

- ▶ Статистика Больцмана-Гиббса:

$$\langle n_{\vec{p}\sigma} \rangle = \frac{1}{\exp\left(\frac{u^\mu p_\mu - \mu}{T}\right) + \eta},$$

где $\eta = -1$ (Бозе-Эйнштейн), 0 (Максвелл-Больцман), 1 (Ферми-Дирак).

- ▶ Для $\eta = 0$ (Максвелл-Больцман) распределение по поперечному импульсу может быть проинтегрировано по y и ϕ аналитически:

$$\frac{dN}{p_T dp_T} = \frac{gV}{4\pi^3} m_T e^{\frac{\mu}{T}} \int_0^1 \tilde{r} d\tilde{r} K_1\left(\frac{m_T \cosh \rho}{T}\right) I_0\left(\frac{p_T \sinh \rho}{T}\right),$$

где $V = \pi R^2 \tau 2\eta_{\max}$ - объём цилиндра.

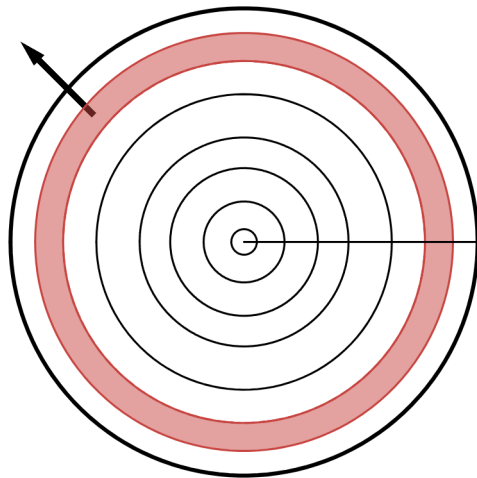
Статистика Больцмана-Гиббса

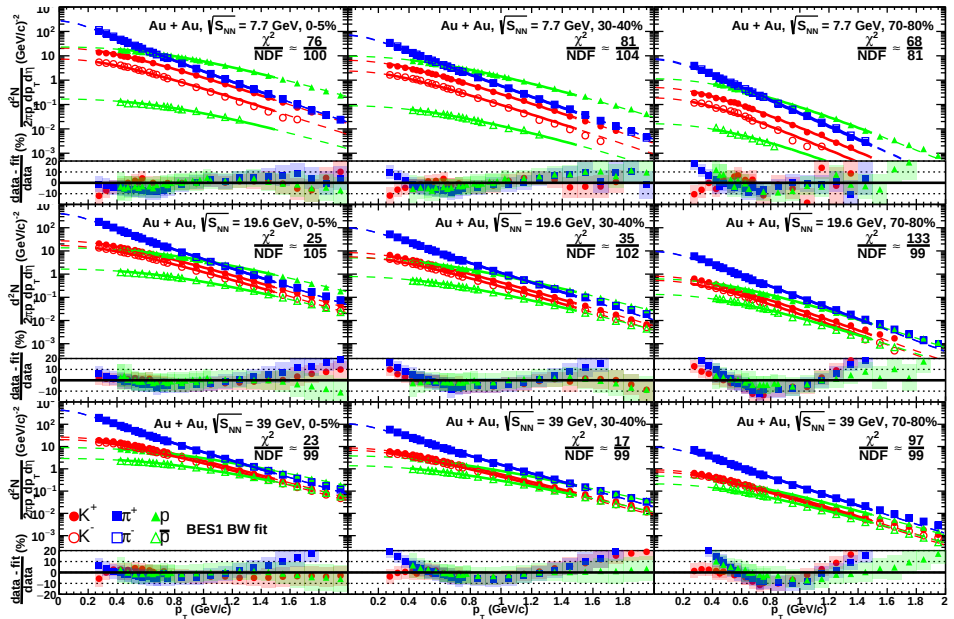
- ▶ Параметризация быстроты поперечного расширения:

$$\rho(r) = \rho_0 \left(\frac{r}{R} \right)^n, \quad \rho = \tanh^{-1} \beta(r),$$

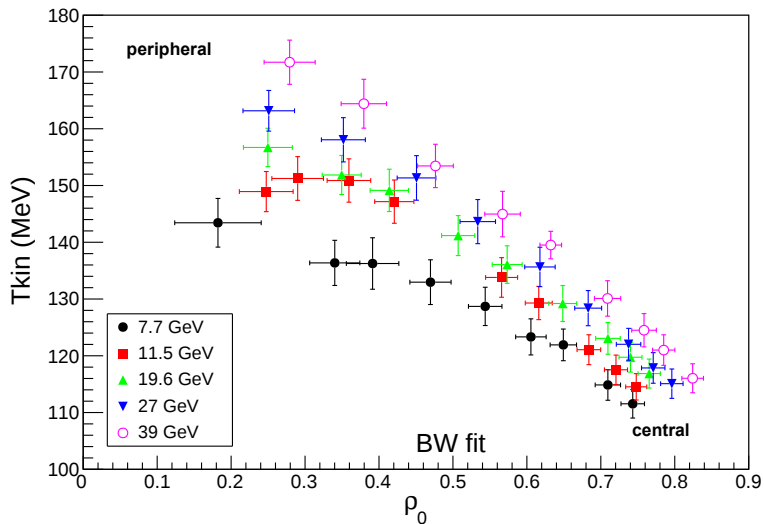
где n задает форму профиля потока.

- ▶ В этой работе $n = 1$.





Карта параметров в модели Blast-Wave



① Введение

② Идеальный газ

③ модель Blast-Wave

④ Фемтоскопический подход

- Введение в фемтоскопию
- Вычисление объёма с помощью корреляционных радиусов

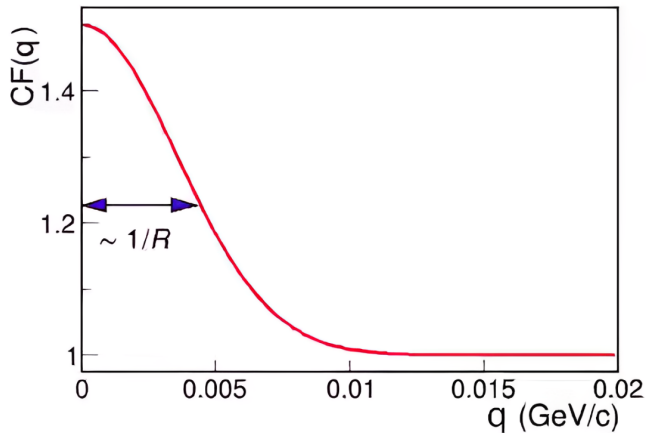
⑤ Выводы

Введение в фемтоскопию

- ▶ Корреляционная функция:

$$C(\vec{q}) = \frac{N(\vec{q})}{D(\vec{q})},$$

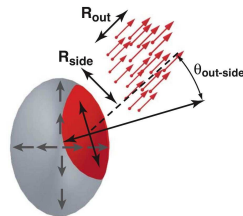
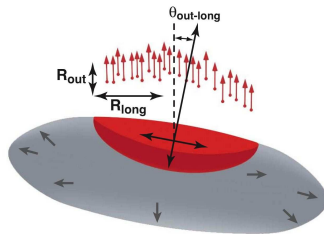
- ▶ $N(\vec{q})$ - использует пары из одного события и содержит эффекты квантовой статистики и взаимодействия.
- ▶ $D(\vec{q})$ - использует пары из разных событий и содержит фон.



Введение в фемтоскопию

▶ out-side-long координаты Бертча-Пратта:

- ▶ q_{long} - вдоль оси пучка
- ▶ q_{out} - вдоль поперечного импульса пары
- ▶ q_{side} - ортогонально другим направлениям



▶ Гауссова параметризация Боулера-Синюкова:

$$C(\vec{q}) = (1 - \lambda) + K_{\text{Coul}}(q_{\text{inv}})\lambda \exp(-q_o^2 R_o^2 - q_s^2 R_s^2 - q_l^2 R_l^2 - 2q_o q_s R_{os}^2 - 2q_o q_l R_{ol}^2),$$

- ▶ λ - сила корреляции
- ▶ $K_{\text{Coul}}(q_{\text{inv}})$ - кулоновская поправка
- ▶ $R_{\text{long}} \sim$ времени жизни источника
- ▶ $R_{\text{out}} \sim$ - геометрическому размеру и длительности испускания
- ▶ $R_{\text{side}} \sim$ - геометрическому размеру
- ▶ $R_{\text{os,ol}}$ - перекрёстные члены

Вычисление объёма с помощью корреляционных радиусов

Параметризации:

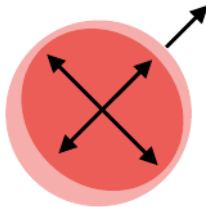
- ▶ m_T -скейлинг: $R_i \propto \frac{1}{\sqrt{m_T}}$
- ▶ Степенной закон: $R_i \propto m_T^{-\alpha}$
- ▶ Blast-Wave:

$$R_{\text{side}} = \frac{R_0}{\sqrt{1 + \rho_0^2(m_T/T)}},$$

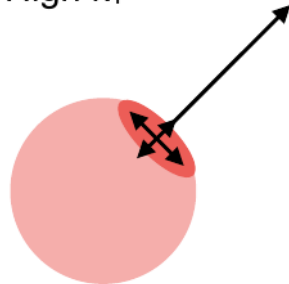
$$R_{\text{long}} = \tau \sqrt{\frac{T}{m_t} \frac{K_2(m_T/T)}{K_2(m_T/T)}}$$

(Phys.Rev.C51:328-338 1995)

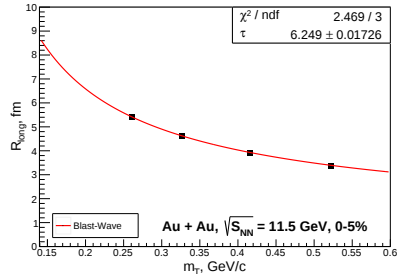
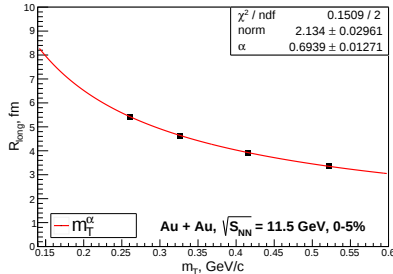
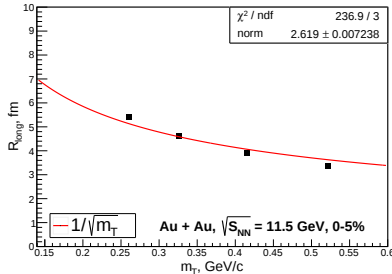
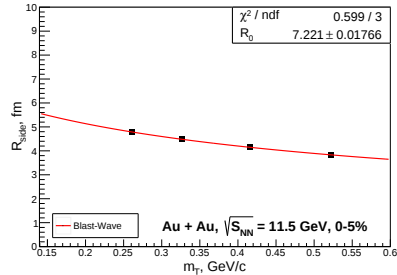
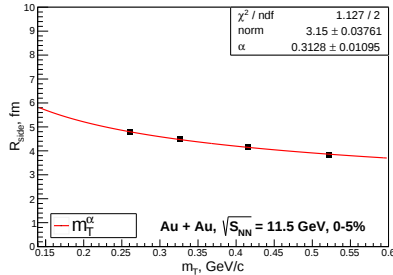
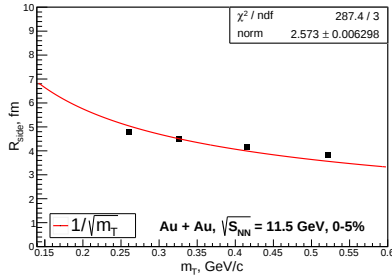
Low k_T



High k_T



Вычисление объёма с помощью корреляционных радиусов



Вычисление объёма с помощью корреляционных радиусов

- ▶ Пересчитаем гауссовы радиусы в модель жесткого эллипсоида:

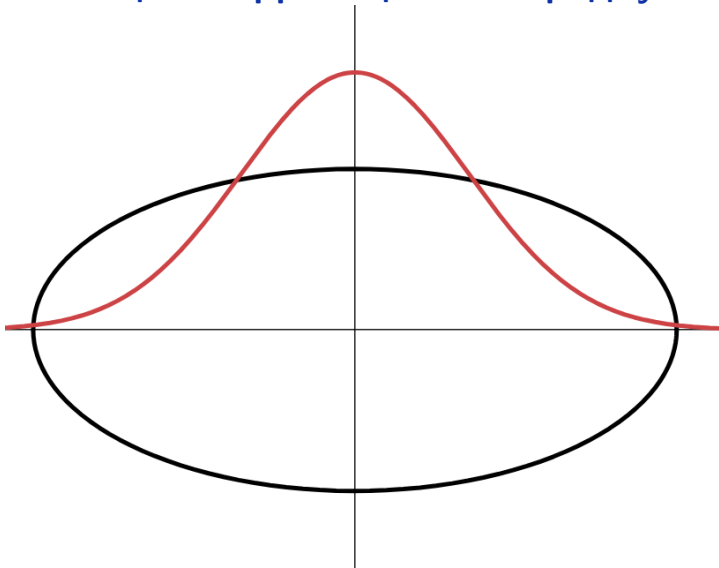
$$\sigma_{\text{Gauss}} = \sigma_{\text{hard}}$$

$$R_{\text{hard}} = \sqrt{5} R_{\text{Gauss}}.$$

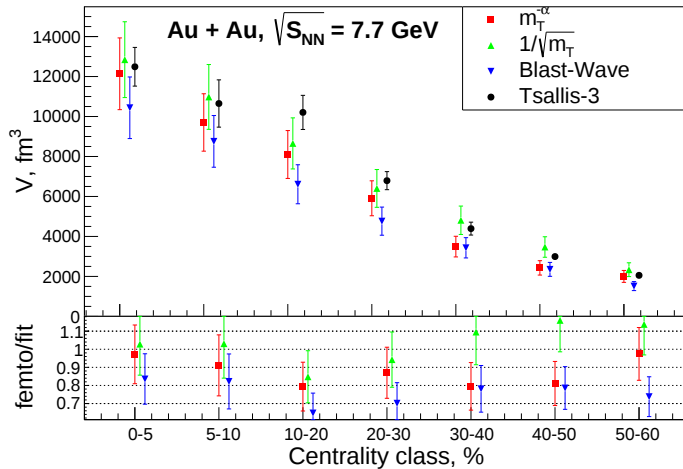
- ▶ Вычислим объём:

$$V = \frac{4}{3} \pi (5)^{\frac{3}{2}} R_{\text{side}}^2 R_{\text{long}}$$

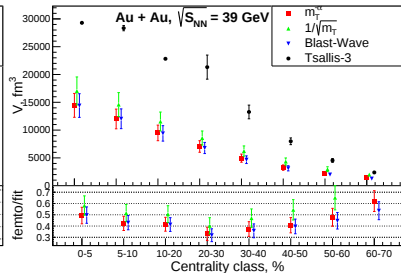
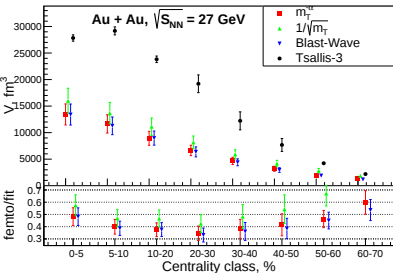
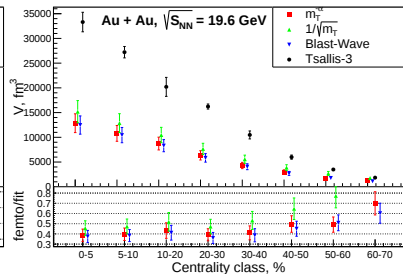
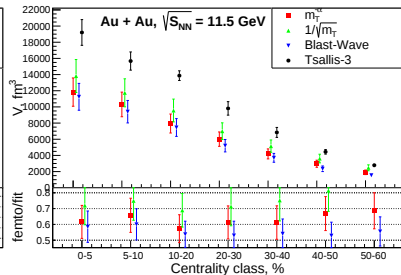
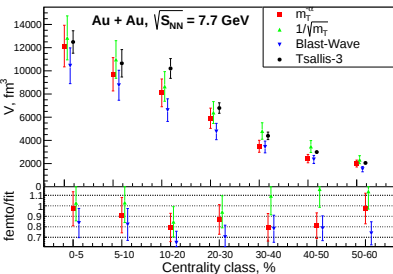
(принимаем $R_{\text{out}} \approx R_{\text{side}}$)



Фемтоскопический подход



Фемтоскопический подход



- 1 Введение
- 2 Идеальный газ
- 3 модель Blast-Wave
- 4 Фемтоскопический подход
- 5 Выводы**

Выводы

- ▶ В данной работе было изучено и применено два подхода для описания материи, образующейся в столкновении тяжелых ионов.
- ▶ В статистических подходах файербол рассматривается как термодинамическая система.
 - ▶ Были проанализированы экспериментальные данные по распределению частиц по поперечному импульсу в широком диапазоне энергий и центральностей.
 - ▶ С помощью модели Цаллиса были вычислены термодинамические параметры среды, такие как объём, эффективная температура, параметр q .
 - ▶ С помощью модели Blast-Wave были вычислены скорость расширения и температура кинетического вымораживания.
 - ▶ Была изучена зависимость параметров от энергии и центральности.
- ▶ Фемтоскопический подход позволяет проводить измерения пространственно-временных характеристик области однородности используя корреляции конечных частиц.
 - ▶ Впервые было проведено сравнение объемов, полученных двумя методами, была представлена процедура пересчёта объемов для корректного сравнения.
 - ▶ Было установлено, что при низких энергиях значения объемов близки, в то время как на высоких энергиях они систематически отличаются.
 - ▶ Это может быть вызвано тем, что фемтоскопия измеряет область однородности, а не весь объём системы. Если коллективное расширения существенно, то эта область может быть значительно меньше объема всей системы.
 - ▶ Такая энергетическая зависимость может свидетельствовать смене режима столкновений при увеличении энергии.

Спасибо за внимание!

Благодарности

Выражаю благодарность:

- ▶ научному руководителю **Теряеву Олегу Валериановичу** (ЛТФ ОИЯИ; МГУ) и научному консультанту **Апарину Алексею Андреевичу** (ЛВФЭ ОИЯИ) за помощь в написании данной диссертации
- ▶ коллегам **Льонгу Ба Виню** (ЛФВЭ ОИЯИ; DNRI, Вьетнам), **Александр Парвану** (ЛТФ ОИЯИ; IFIN-HH, Румыния), **Рихарду Ледницки** (ЛФВЭ ОИЯИ; FZU, Чехия) за обсуждения, ценные советы и замечания в ходе выполнения работы
- ▶ Кафедре **ФЭЧ МГУ** и преподавателям

Список выступлений и публикаций

Материалы данной работы докладывались на следующих школах, семинарах, конференциях:

- ▶ XXVth International Baldin Seminar on High Energy Physics Problems, Дубна, Россия
- ▶ Научная сессия секции ядерной физики ОФН РАН (1-5 апреля 2024 г.), Дубна, Россия
- ▶ 24th JINR-ISU Baikal Summer School on Physics of Elementary Particles and Astrophysics, Большие Коты, Россия
- ▶ XIII International Conference on New Frontiers in Physics, Колимвари, Греция
- ▶ Workshop for Young Scientists on the Physics of Ultra-relativistic Nucleus-Nucleus Collisions (Hot Quarks 2025), Хэфэй, Китай

По результатам работы были опубликованы следующие статьи:

- ▶ E.V. Nedorezov , A. S. Parvan , A. A. Aparin, Description of Charged Particle Dependence on Transverse Momentum with Tsallis-Like Distribution, Phys. Part. Nucl. 2024, 55, 984-989
- ▶ E.V. Nedorezov, A. A. Aparin, A. S. Parvan, V.B. Luong, A System Size Analysis of the Fireball Produced in Heavy-Ion Collisions, Particles 2025, 8, 34

Часть работ была выполнена при поддержке гранта РФФИ 22-72-10028.