

Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова

Физический факультет

Кафедра физики элементарных частиц

Тюменцева Анна Андреевна

**Сравнение экспериментальных данных и
теоретических расчетов сечений
нейтрино-нуклонных взаимодействий
ГэВ-ных энергий методом хи-квадрат на
примере экспериментальных данных $\text{NO}\nu\text{A}$
и модели “бегущей аксиальной массы”**

КУРСОВАЯ РАБОТА 2 КУРСА

Научный руководитель:

к.ф.-м.н.

О. Б. Самойлов

Москва, 2025

Содержание

1	Введение	3
1.1	Что такое нейтрино?	3
1.2	Типы взаимодействий.	3
1.3	Квазиупругое взаимодействие	4
2	Модель бегущей аксиальной массой	6
3	Генератор нейтринных событий GENIE	8
4	Эксперимент NOνA	10
5	Сравнение модели M_A^{run} с экспериментом NOνA	12
5.1	Методы сравнения:	12
5.2	Результаты анализа	13
6	Заключение	15

1 Введение

1.1 Что такое нейтрино?

Нейтрино – это элементарная частица класса лептонов, не имеющая электрического заряда. Нейтрино были предсказаны Вольфгангом Паули для объяснения законов сохранения энергии, импульса и момента количества движения в бета-распаде. В 1956 году эти частицы были экспериментально обнаружены в реакции обратного бета-распада Фредериком Райнесом и Клайдом Коуэном. Источниками нейтрино являются: Солнце, сверхновые звёзды, реакторы, атмосфера Земли [3].

Нейтрино делятся на 3 типа (аромата):

- Электронные (ν_e) – рождаются в бета-распаде и термоядерных реакциях;
- Мюонные (ν_μ) – образуются при распаде пионов и каонов;
- Тау-нейтрино (ν_τ) – появляются в распадах тау-лептонов.

1.2 Типы взаимодействий.

При столкновении с веществом нейтрино могут участвовать в разных процессах:

- Упругое рассеяние (ES)

Нейтрино рассеивается на нуклоне (протоне или нейтроне), передавая ему часть энергии, но не вызывая изменения структуры ядра.

- Квазиупругое взаимодействие (QE)

Нейтрино выбивает один нуклон из ядра (например, $\nu_\mu + n \rightarrow \mu^- + p$). Это основной процесс в низкоэнергетических экспериментах.

- Резонансное (одно-пионное) взаимодействие

Нейтрино возбуждает нуклон в резонансное состояние (например, Δ -резонанс), которое затем распадается на нуклон и пион ($\nu_\mu + p \rightarrow \mu^- + \Delta^+ \rightarrow \mu^- + p + \pi^0$).

- Глубоко неупругое рассеяние (DIS):

При высоких энергиях (>2 ГэВ) нейтрино взаимодействует с кварками внутри нуклона, рождая множество адронов. ($\nu_\mu + C \rightarrow \mu^- + X \rightarrow \mu^- + p + \pi^- + \pi^+ + K \dots$)

- Мезон-обменные процессы (МЕС):

Взаимодействие нейтрино с парой нуклонов через виртуальный мезон (например, π -мезон), что приводит к вылету двух нуклонов (2p2h-процесс).

1.3 Квазиупругое взаимодействие

Нейтрино участвуют только в слабом и гравитационном взаимодействиях, что делает их крайне трудными для детектирования. Слабые взаимодействия описываются токовыми формфакторами — функциями, зависящими от переданного импульса (Q^2). Слабые токи представлены как сумма векторного тока V и аксиального тока A .

Векторный ток — это квантовый оператор, который входит в гамильтониан электрослабого взаимодействия лептонов. В слабом взаимодействии различают заряженные векторные токи и нейтральные. Взаимодействие заряженных токов (при участии заряженных бозонов W^\pm) приводит к изменению зарядов частиц и превращению одних лептонов в другие. А взаимодействие нейтральных токов (при участии нейтрального бозона Z^0) не меняет заряды. Векторный ток связан с сохранением изоспина (аналогично электромагнитному взаимодействию).

Аксиальный ток в квантовой теории поля — это математическое выражение, которое описывает превращение одной частицы в другую или рождение пары частица — античастица. Аксиальный ток отвечает за спин-зависимые процессы (например, бета-распад).

При преобразованиях Лоренца векторный и аксиальный токи ведут себя одинаково, но при пространственной инверсии их поведение различно: векторный ток остаётся неизменным, а аксиальный ток меняет знак, что приводит к нарушению чётности.

Векторный формфактор (F_v) описывает часть слабого тока, подобную электромагнитному взаимодействию.

$$F_v(Q^2) = \frac{F_v(0)}{\left(1 + \frac{Q^2}{M_v^2}\right)^2} \quad (1)$$

Он связан с сохранением векторного тока (CVC). Параметризуется через векторную массу $M_v \approx 0.84$ ГэВ (аналогично электромагнитному формфактору протона).

Аксиальный формфактор (F_a) параметризуется через аксиальную массу M_A :

$$F_a(Q^2) = \frac{F_a(0)}{\left(1 + \frac{Q^2}{M_A^2}\right)^2} \quad (2)$$

2 Модель бегущей аксиальной массой

Модель бегущей аксиальной массы нуклона (обозначается как M_A^{run})— это феноменологическая модификация стандартного описания квазиупругих взаимодействий нейтрино с нуклонами, предложенная для улучшения согласия между теорией и экспериментом в нейтринной физике, особенно при низких и промежуточных энергиях нейтрино.

Во многих нейтринных экспериментах наблюдается расхождение между измеренными и рассчитанными сечениями квазиупругих (CCQE) взаимодействий. Стандартное описание предполагает постоянную аксиальную массу нуклона $M_A \approx 1$ ГэВ, входящую в аксиальный форм-фактор $F_a(Q^2)$.

Модель M_A^{run} заменяет эту постоянную на функцию, зависящую от энергии нейтрино:

$$M_A^{run}(E_\nu) = M_0 \left(1 + \frac{E_0}{E_\nu}\right) \quad (3)$$

где: $M_0 \approx 1.006 \pm 0.025$ ГэВ — асимптотическое значение M_A . При $E_\nu \rightarrow \infty$ истинная (токовая) аксиальная масса нуклона, соответствующая рассеянию на свободном нуклоне;

$E_0 \approx 0.334_{-0.054}^{+0.058}$ ГэВ — энергетический, фитируемый по данным параметр, характеризующий быстроту «бегучести» массы при низких энергиях;

E_ν — энергия нейтрино [2].

При малых энергиях $E_\nu \ll E_0$, масса увеличивается: $M_A^{run} \approx M_0 \frac{E_0}{E_\nu}$, компенсируя неучтённые эффекты.

Эксперименты (MiniBooNE, MINERvA, NOvA) показали, что для описания данных при низких энергиях ($E_\nu \sim 0.5 - 2$ ГэВ) требуется большее значение M_A ($\sim 1.3 - 1.4$ ГэВ) для компенсации неучтённых эффектов, чем при высоких энергиях (> 3 ГэВ), где достаточно $M_A \approx 1.0$ ГэВ

Связь с ядерными эффектами

На ядрах (например, углероде в NOvA) квазиупругое рассеяние осложняется импульсом Ферми (нуклоны движутся внутри ядра со скоростями $\sim 0.25c$), энергией связи (нужно дополнительно выбить нуклон из ядерного потенциала) и мезон-обменными токами (МЕС) (вклад от взаимодействия с парами нуклонов через виртуальные мезоны (π, ρ)). Эти эффекты эффективно увеличивают наблюдаемое M_A при низких E_ν , что и отражает M_A^{run} .

Аналогия с электромагнитными формфакторами

Как и в случае электромагнитных формфакторов протона, зависимость M_A от E_ν может быть связана с виртуальными процессами (обмен мезонами изменяет структуру нуклона при низких Q^2) и нелокальностью взаимодействия (на малых энергиях нейтрино "чувствует" коллективные эффекты в ядре).

3 Генератор нейтринных событий GENIE

Генератор нейтринных событий GENIE (англ. Generates Events for Neutrino Interaction Experiments) [5] представляет собой универсальный программный инструмент для моделирования взаимодействий нейтрино с ядрами, широко используемый в современных нейтринных экспериментах. Его основное назначение — реалистичное воспроизведение микроскопической картины взаимодействий нейтрино с различными мишенями в широком диапазоне энергий (от десятков МэВ до сотен ГэВ), необходимое для проектирования детекторов, оценки эффективности регистрации, анализа экспериментальных данных и интерпретации результатов в рамках Стандартной модели и её расширений.

GENIE реализует статистическое моделирование нейтринных взаимодействий на основе метода Монте-Карло и охватывает широкий спектр применения:

- Планирование экспериментов: оценка ожидаемых потоков событий и оптимизация детекторов.
- Обработку данных: разделение сигналов и фонов, реконструкция кинематических параметров.
- Калибровку моделей: сравнение предсказаний с данными ближних детекторов (например, ND NO ν A).
- Исследование систематических неопределенностей: Анализ влияния параметров моделей на измерения осцилляций.

GENIE реализует следующие ключевые функции:

1. Моделирование каналов взаимодействия.
2. Учет ядерных эффектов: релятивистский ферми-газ (RFG) с модификациями, эффекты конечного состояния (FSI), Паули-блокирование.
3. Гибкая архитектура: возможность выбора между альтернативными моделями для каждого процесса и поддержка пользовательских конфигураций (СМС).

Каждое событие в генераторе описывается с указанием начальных и конечных частиц, их импульсов и типов взаимодействия. GENIE предоставляет удобный

интерфейс для настройки параметров взаимодействий, выбора модели, а также включает полную реализацию геометрии и состава мишени (ядра), что обеспечивает точный учёт ядерных эффектов, таких как фермиевское движение, энергия связи, Паули-блокирование и внутриядерное каскадирование.

Начиная с версии GENIE v3.4.0, в генератор встроена модель бегущей аксиальной массы (обозначаемая как M_A^{run} AxialFormFactorModel), разработанная для более точного описания квазиупругих и квазиупруго-подобных взаимодействий нейтрино и

антинейтрино с ядрами. Интеграция модели M_A^{run} в GENIE обеспечивает её прямое применение в полной симуляционной цепочке, включая генерацию событий, моделирование их прохождения через детектор и последующую реконструкцию.

GENIE и встроенная модель M_A^{run} активно используются в ряде крупных нейтринных экспериментов, включая:

- NO ν A — для анализа взаимодействий в ближнем и дальнем детекторах, построенных на углеродсодержащих мишенях;
- ND280 — при моделировании CCQE и CCQE-like событий;
- MINER ν A — для проверки предсказаний моделей на различных материалах (углерод, свинец и др.);
- DUNE и Hyper-Kamiokande — на этапе подготовки симуляций и оптимизации конфигурации детекторов;
- А также при планировании эксперимента P2O.

4 Эксперимент $\text{NO}\nu\text{A}$

Эксперимент $\text{NO}\nu\text{A}$ (NuMI Off-Axis ν_e Appearance) [6] — один из ключевых ускорительных нейтринных экспериментов современности, предназначенный для высокоточной проверки теории нейтринных осцилляций и исследования фундаментальных свойств нейтрино за пределами Стандартной модели. Он проводится с использованием пучка нейтрино, формируемого ускорительным комплексом NuMI (Neutrinos at the Main Injector) в Национальной ускорительной лаборатории Ферми (Fermilab, США).

Основные научные цели эксперимента включают:

- Измерение параметров нейтринного смешивания, включая угол θ_{13} , θ_{23} и фазу CP-нарушения δ_{CP} ;
- Определение иерархии масс нейтрино (нормальная или инвертированная);
- Выявление возможного CP-нарушения в лептонном секторе;
- Проверка теоретических моделей осцилляций нейтрино с высокой точностью;
- Получение сечений взаимодействий нейтрино с ядрами в широком диапазоне энергий;
- Поиск стерильных нейтрино — гипотетических частиц, не участвующих в слабом взаимодействии.

Экспериментальная установка $\text{NO}\nu\text{A}$ включает в себя две основные компоненты:

Ближний детектор (ND), расположенный на расстоянии 1 км от источника пучка. Он предназначен для измерения спектра и состава нейтрино до начала осцилляций и представляет собой трековый калориметр массой 193 тонн, построенный из прямоугольных ячеек, заполненных жидким сцинтиллятором (95% минерального масла и 5% триметилбензола). Материал активного объёма состоит из углерода (67%), водорода, хлора, титана и других элементов.

Дальний детектор (FD), расположенный на расстоянии 810 км от источника, в штате Миннесота и массой 14 килотонн. Сконструирован аналогично ближнему, но обладает значительно большим объёмом и пространственным разрешением. Установлен под углом 14 мрад к оси пучка — это обеспечивает так называемую off-axis геометрию, которая позволяет получить узкий спектр нейтрино с пиком около 2 ГэВ, чувствительным к параметрам осцилляций.

Нейтрино в $\text{NO}\nu\text{A}$ формируются при распаде пионов и каонов, рождённых при бомбардировке графитовой мишени 120-ГэВ протонами. После фокусировки магнитными линзами вторичные частицы распадаются в специальном туннеле длиной 650 м, формируя пучок преимущественно мюонных нейтрино. Примеси других ароматов составляют менее 2%.

Ближний детектор $\text{NO}\nu\text{A}$ используется как калибровочная установка для измерения инклюзивных и дифференциальных сечений взаимодействия нейтрино с веществом мишени. Важно отметить, что нейтрино взаимодействуют со смесью элементов, и необходимо учитывать сложный химический состав активной массы.

Для анализа используются следующие величины:

1. Полное сечение $\sigma(E_\nu)$,
2. Дифференциальное сечение $\frac{d\sigma}{dQ^2}$,
3. Дважды дифференциальное сечение $\frac{d^2\sigma}{d\cos\theta_\mu dT_\mu}$, где T_μ — кинетическая энергия мюона, θ_μ — угол вылета, а Q^2 — квадрат переданного 4-импульса.

Процесс расчёта сечений взаимодействий на ближнем детекторе включает регистрацию событий (рассеяние, поглощение, рождение адронов), моделирование фона (учёт космических лучей и других процессов), сравнение с теоретическими моделями (например, GENIE).

Формула для эффективного сечения:

$$\sigma(E_\nu) = \frac{N_{\text{событий}}}{\Phi(E_\nu) \cdot N_{\text{мишеней}}} \quad (4)$$

где: $N_{\text{событий}}$ — число зарегистрированных взаимодействий, $\Phi(E_\nu)$ — поток нейтрино, $N_{\text{мишеней}}$ — количество ядер-мишеней в детекторе.

5 Сравнение модели M_A^{run} с экспериментом $\text{NO}\nu\text{A}$

5.1 Методы сравнения:

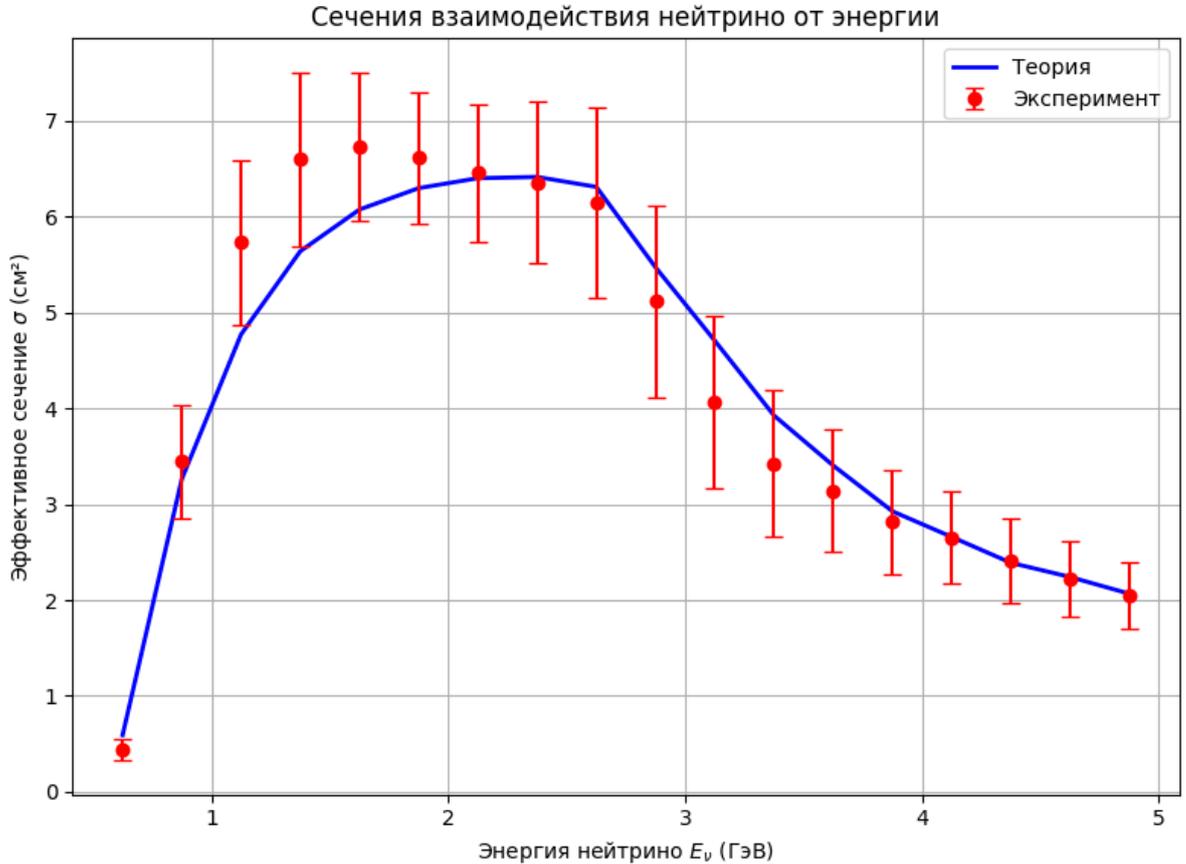
Для анализа качества согласия между теоретическими предсказаниями (моделирования) и экспериментальными данными по эффективным сечениям взаимодействия нейтрино с ядрами был использован набор значений эффективных сечений, рассчитанных в рамках феноменологической модели с бегущей аксиальной массой $M_A^{run}(E_\nu)$, и соответствующие экспериментальные измерения, полученные в ближнем детекторе эксперимента $\text{NO}\nu\text{A}$. Сравнение проводилось в зависимости от энергии нейтрино E_ν в интервале от 0.5 до 5 ГэВ.

Теоретические значения сечений были получены с использованием генератора нейтринных событий GENIE (v3.4.0), в котором реализована модель M_A^{run} в виде параметризации:

$$M_A^{run}(E_\nu) = M_0 \left(1 + \frac{E_0}{E_\nu} \right) \quad (5)$$

где параметры $M_0 = 1.008$ ГэВ и $E_0 = 0.331$ ГэВ получены из глобального фита.

Рис. 1: График зависимости



На графике (см. Figure 1) теоретическая кривая сечений сопоставляется с

экспериментальными точками, снабжёнными погрешностями. Визуально наблюдается хорошее качественное согласие между теорией и экспериментом в широком диапазоне энергий.

Для количественной оценки согласия между модельными предсказаниями T_i и экспериментальными значениями E_i с учётом индивидуальных ошибок σ_i , применяется метод наименьших квадратов (метод χ^2). Рассмотрим подробнее процедуру применения метода χ^2 . Метод χ^2 основывается на следующей статистике [1]:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^N \frac{(E_i - T_i)^2}{\sigma_i^2} \quad (6)$$

где:

- T_i — теоретическое значение в точке i ,
- E_i — экспериментальное значение в той же точке,
- σ_i — стандартная ошибка измерения в точке i ,
- N — общее количество точек наблюдения.

Этот критерий оценивает сумму квадратов отклонений между теориями и экспериментом, нормализованную к соответствующим дисперсиям.

Также можно использовать нормированную версию:

$$\frac{\chi^2}{N_{df}} = \frac{1}{N - p} \sum_{i=1}^N \frac{(E_i - T_i)^2}{\sigma_i^2} \quad (7)$$

где $N_{df} = N - p$ - число степеней свободы, p - число параметров, подгоняемых в модели (в нашем случае $p=0$, так как модель не калибруется по этим данным). Количество степеней свободы (degrees of freedom, df) равно числу точек минус число подстраиваемых параметров. Так как в нашем случае отсутствует дополнительная подстройка параметров, степени свободы равны количеству пунктов данных: $N=18$.

5.2 Результаты анализа

Для нашей задачи рассматриваем таблицу данных, представленную выше. Для неё рассчитаны χ^2 и нормированная версия.

$$\chi^2 = 6,544933$$

$$\chi^2/N_{df} = 0,363607$$

Значение χ^2/N_{df} позволяет оценить, насколько хорошо модель описывает данные:

Таблица 1: Сечения взаимодействия нейтрино

Энергия нейтрино, ГэВ	Теоретическое сечение, $\frac{\text{см}^2 \times 10^{39}}{\text{ГэВ}}$	Экспериментальное сечение, $\frac{\text{см}^2 \times 10^{39}}{\text{ГэВ}}$	Ошибка эксперимента, $\frac{\text{см}^2 \times 10^{39}}{\text{ГэВ}}$
0.6250	0.5925	0.4422	0.1115
0.8750	3.2620	3.4458	0.5878
1.1250	4.7689	5.7288	0.8579
1.3750	5.6363	6.5949	0.9017
1.6250	6.0712	6.7219	0.7747
1.8750	6.2945	6.6129	0.6829
2.1250	6.3981	6.4539	0.7171
2.3750	6.4110	6.3550	0.8482
2.6250	6.3074	6.1446	0.9868
2.8750	5.4684	5.1167	1.0022
3.1250	4.7039	4.0680	0.8957
3.3750	3.9243	3.4189	0.7641
3.6250	3.4024	3.1373	0.6409
3.8750	2.9255	2.8142	0.5428
4.1250	2.6582	2.6523	0.4842
4.3750	2.3886	2.4122	0.4384
4.6250	2.2402	2.2175	0.3943
4.8750	2.0662	2.0464	0.3444

- $\frac{\chi^2}{N_{df}} \approx 1$: Идеальное согласие. Отклонения теории от эксперимента сопоставимы со статистическими ошибками.
- $\frac{\chi^2}{N_{df}} < 1$: Возможна "переоптимизация" модели или завышенные оценки ошибок.
- $\frac{\chi^2}{N_{df}} > 1$: Наличие систематических расхождений или недоучтённых эффектов.

В нашем случае хорошее согласие между модельными предсказаниями и экспериментом, причём даже без подгонки параметров. Такое низкое значение χ^2/N_{df} может указывать на слегка завышенные ошибки в эксперименте или на то, что модель описывает данные даже лучше ожидаемого уровня флуктуаций. Наличие умеренных систематических отклонений при $E_\nu \sim 1 - 2$ (см. график).

6 Заключение

Проведённый анализ подтверждает хорошую согласованность теоретических расчётов с экспериментальными данными эксперимента $\text{NO}\nu\text{A}$. Среднее значение $\chi^2/N_{df}=0.36$ указывает на отсутствие существенных расхождений между расчётами и наблюдениями. Этот результат укрепляет доверие к применяемым физическим моделям и увеличивает уверенность в правильности выводов, сделанных на основании данных эксперимента $\text{NO}\nu\text{A}$.

Модель с M_A^{run} обеспечивает разумное описание данных, но требует дальнейшего уточнения:

1. Включения явного учёта МЕС-эффектов.
2. Корректировки параметров M_0 и E_0 на расширенном наборе данных.
3. Учитывания корреляции ошибок через ковариационную матрицу.
4. Проведения отдельного фита для разных диапазонов энергий.

Список литературы

- [1] *Какорин И.Д., Наумов В.А., Самойлов О.Б.* “Проверка модели “бегущей аксиальной массы” на данных по рассеянию мюонных нейтрино на ядрах в ближнем детекторе NOvA”, Письма в ЖЭТФ, 119:11 (2024), 785–795
- [2] *Кузьмин К.С., Наумов В.А., Петрова О.Н.* "Квазиупругие взаимодействия нейтрино с ядрами в эмпирической модели бегущей аксиальной массы нуклона Физика частиц и ядер. 48(6), 995 (2017).
- [3] *Ишханов Б.С., Капитонов И.М., Юдин Н.П.* "Частицы и атомные ядра: Учебник."Издание 2-е, исправленное и дополненное – М.: Издательство ЛКИ, 2007. – 584 с.
- [4] *Б.С. Ишханов, Э.И. Кэбин* "Физика ядра и частиц. XX век"М., Изд-во Московского университета. 2000.
- [5] C. Andreopoulos [GENIE], Acta Phys. Polon. B **40**, 2461-2475 (2009)
- [6] NOvA Collaboration, “Data releases,” 2024. URL: <https://novaexperiment.fnal.gov/data-releases/>