

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИМЕНИ М.В. ЛОМОНОСОВА
ФИЗИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ



**Сравнение методов вычисления
магнитной жесткости в
эксперименте SRC на BM@N
2022 года**

КАФЕДРА ФИЗИКИ ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ

Автор:
Самарцев Иван Сергеевич,
студент 206 группы

(Подпись студента)

Научный руководитель:
Пацюк Мария Александровна

(Подпись научного руководителя)

Москва
2026

СОДЕРЖАНИЕ

Введение	2
Глава 1. Физические основы и описание экспериментальной установки VM@N	3
Глава 2. Методика восстановления магнитной жесткости фрагментов	8
Глава 3. Результаты и сравнительный анализ	15
Заключение	21

ВВЕДЕНИЕ

Изучение внутренней структуры атомных ядер является одной из наиболее актуальных задач современной ядерной физики. Особый интерес представляют короткодействующие двухнуклонные корреляции (Short-Range Correlations, SRC) — кратковременные флуктуации плотности в ядре, при которых два нуклона сближаются на расстояния менее 1 фм. Согласно современным представлениям, около 20% нуклонов в ядре образуют такие кратковременные пары с большим относительным импульсом и малым импульсом центра масс относительно импульса Ферми для данного ядра.

Экспериментальное исследование SRC проводилось на установке BM@N в Объединенном Институте Ядерных Исследований в 2018 и 2022 годах. Для восстановления физически наблюдаемых параметров фрагментов ядер необходимо измерение импульсов после квазиупругого выбивания нуклонов. Ключевым этапом реконструкции импульса является восстановление магнитной жесткости частиц, проходящих через магнитный спектрометр.

Целью данной работы является сравнительный анализ двух подходов к нахождению значения магнитной жесткости фрагментов в эксперименте SRC: аналитического метода геометрической реконструкции и алгоритма MDF. В работе проводится оценка ширины импульсного разрешения обоих методов и расчет эффективности реконструкции треков ядер углерода через установку SRC с пустой мишенью для обоих методов.

ГЛАВА 1. ФИЗИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ И ОПИСАНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ УСТАНОВКИ VM@N

1.1. Короткодействующие двухнуклонные корреляции (SRC) в ядрах

Традиционно атомное ядро представляют как систему независимых протонов и нейтронов (нуклонов), которые относительно независимо движутся внутри ядра в некотором усредненном поле, создаваемом всеми нуклонами ядра.

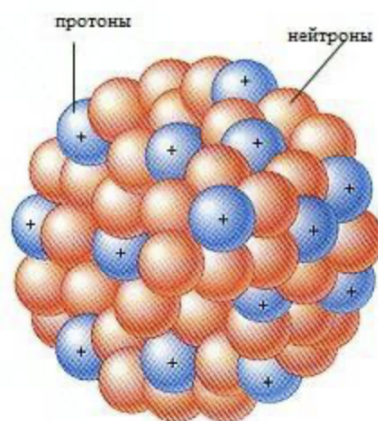


Рис. 1: Схематичное изображение ядра

Эксперименты различной природы показывают, что нуклоны нельзя считать независимыми. В ядре существуют корреляции между ними. Традиционно их разделяют на короткодействующие и дальнедействующие. На малых межнуклонных расстояниях (менее 1 фм, что сравнимо с размером самого нуклона) возникают сильные взаимодействия, приводящие к образованию тесных пар. Это явление получило название короткодействующих двухнуклонных корреляций (Short-Range Correlations, SRC).

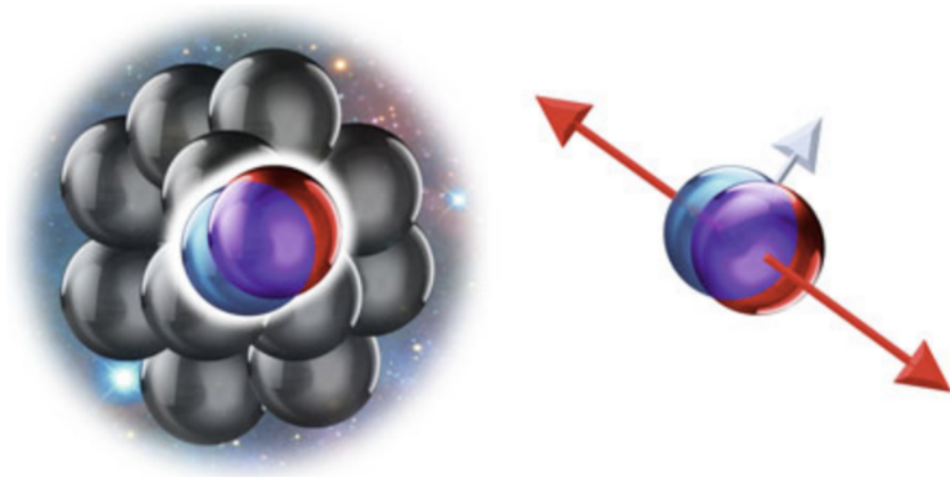


Рис. 2: Короткодействующие двухнуклонные пары в координатном (слева) и импульсном (справа) пространствах. Красными стрелками показаны импульсы нуклонов, а белой стрелкой — импульс центра масс (полный импульс) пары $p_{tot} = p_1 + p_2$.

Когда нуклоны образуют такую пару, они ведут себя особым образом. Главные отличительные черты SRC-пар можно сформулировать следующим образом:

- **Высокие импульсы:** Внутри пары нуклоны движутся с огромными скоростями, при которых их индивидуальные импульсы значительно превышают средний уровень (импульс Ферми, $k_F \approx 250$ МэВ/с). При этом суммарный импульс самой пары относительно остального ядра остается небольшим.
- **Доминирование протон-нейтронных пар:** Экспериментально установлено, что около 90% всех SRC-пар состоят из одного протона и одного нейтрона (np -пары). На долю одноименных пар (pp и nn) приходится лишь около 5% для каждой конфигурации.
- **В ядрах тяжелее гелия** около 20% всех нуклонов в любой момент времени находятся в состоянии SRC-пар.

Изучение таких высокоимпульсных компонент ядерной материи критически важно не только для ядерной физики, но и для астрофизики, так

как SRC-пары определяют свойства материи внутри нейтронных звезд.

1.2. Экспериментальная установка BM@N (эксперимент 2022 года)

Эксперимент по изучению SRC в 2022 году был реализован на изменённой установке BM@N (Baryonic Matter at Nuclotron).

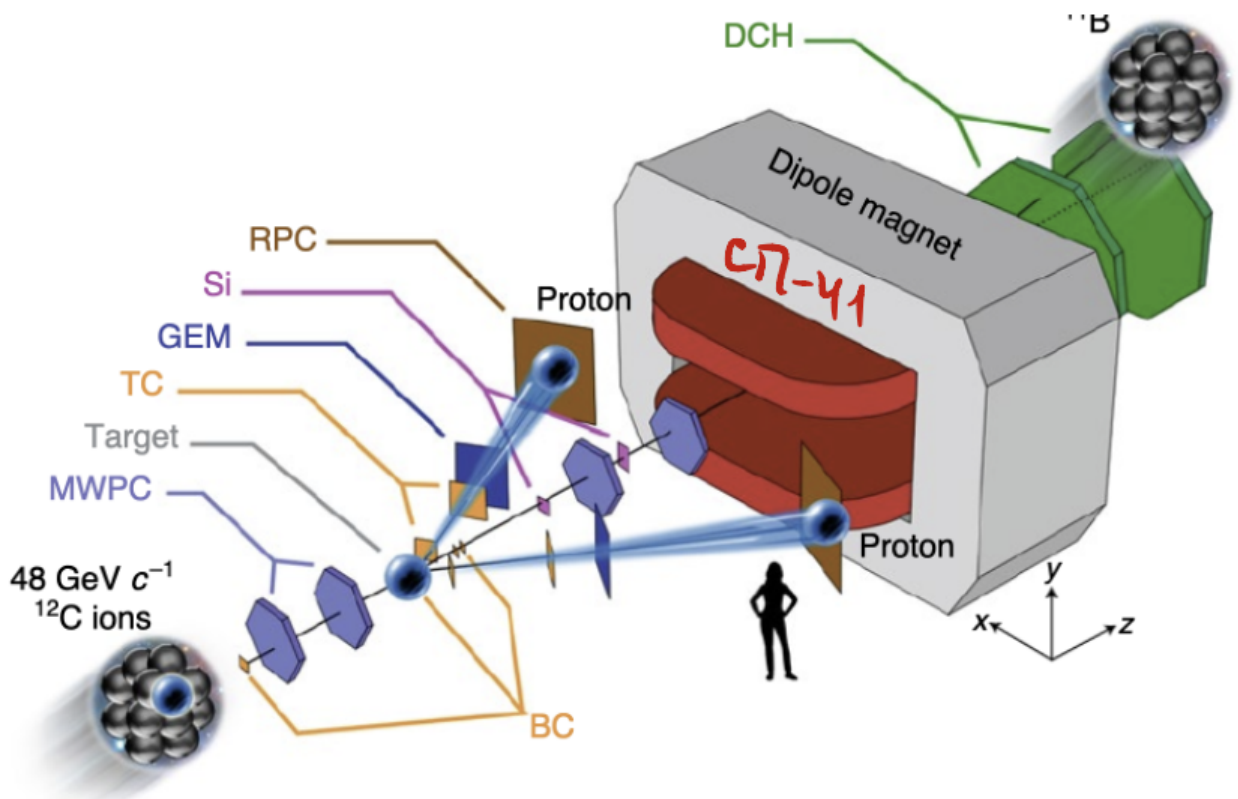


Рис. 3: Схема экспериментальной установки 2022 года (вид сверху, не в масштабе).

Эксперимент SRC представляет собой следующее: пучок ядер углерода ^{12}C с импульсом 4 ГэВ/с на нуклон направлялся на жидководородную мишень (LH_2). Исследование проводится в рамках схемы обратной (инверсной) кинематики.

Детекторный комплекс установки для данного эксперимента включал в себя следующие ключевые системы:

1. Система идентификации пучка и триггер (T01, T02, VT)

Сцинтилляционные счетчики T01 и T02 обеспечивают формирование стартового сигнала времени (T_0) и служат для измерения заряда налетающего ядра. В данной работе для анализа отбирались события, соответствующие триггеру BeamTrigger (Trigger 128), который настроен на регистрацию физических взаимодействий пучка с мишенью. Он регистрирует события, в которых сработали оба плеча и пучковые сцинтилляторы до и после мишени.

2. Система подавления фона (VetoBox)

Основная задача VetoBox — регистрация частиц, вылетающих под большими углами, что позволяет отсекать события неупругого взаимодействия, не соответствующие условиям квазиупругого выбивания нуклонов.

3. Идентификация зарядов фрагментов (BC4, BC5)

После взаимодействия в мишени фрагменты проходят через счетчики BC3, BC4 и BC5. Условие $charge_{in} == 6 \ \&\& \ charge_{35} == 6$ позволяет выделить ядра углерода, прошедшие через установку без взаимодействия с мишенью и другими материалами.

4. Трековая система (Silicon, MWPC, DCH)

Восстановление траекторий частиц до и после анализирующего магнита осуществляется комбинацией нескольких детекторов:

- *Silicon*: Кремниевая трековая система (4 станции), измеряющая треки заряженных частиц до попадания в магнитное поле.
- *MWPC*: Многопроволочные пропорциональные и дрейфовые камеры, расположенные до и после магнита. DCH восстанавливает трек после отклонения магнитным полем.

Inverse Kinematics:

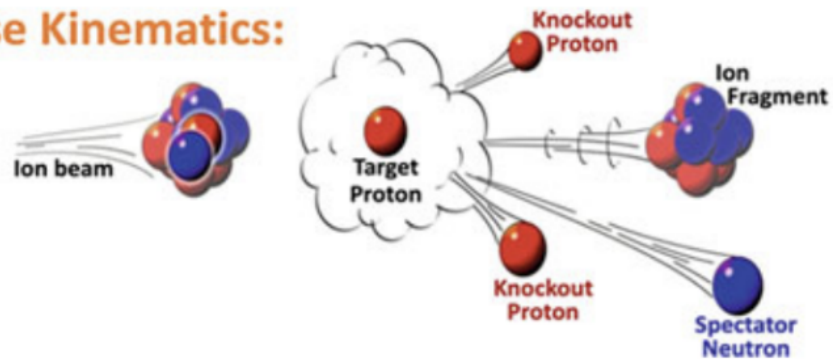
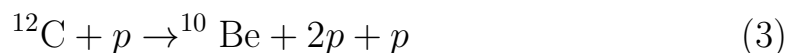
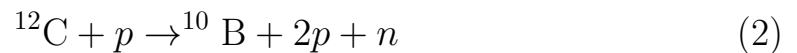


Рис. 4: Схема реакции в обратной кинематике: ядро-снаряд взаимодействует с покоящейся протонной мишенью.

В ходе взаимодействия происходит реакция квазиупругого выбивания нуклона из налетающего ядра-снаряда покоящимся протоном мишени. Основным предметом изучения являются реакции выбивания протона или SRC, которые можно записать в следующем виде:



В такой постановке (в обратной кинематике) тяжелые фрагменты ядра-снаряда (^{11}B , ^{10}B , ^{10}Be и другие) вылетают в узком переднем конусе с высокими импульсами, близкими к импульсу пучка. Это обеспечивает высокое геометрическое принятие (акцептанс) и позволяет эффективно регистрировать и идентифицировать фрагменты в магнитном спектрометре установки.

5. Анализирующий магнит СП-41

Дипольный магнит создает поле, отклоняющее заряженные частицы в горизонтальной плоскости (X-Z). Именно измерение этого отклонения лежит в основе методов восстановления магнитной жесткости.

ГЛАВА 2. МЕТОДИКА ВОССТАНОВЛЕНИЯ МАГНИТНОЙ ЖЕСТКОСТИ ФРАГМЕНТОВ

В данной главе рассматриваются два различных подхода к определению магнитной жесткости заряженных частиц в эксперименте VM@N: аппроксимация с помощью MDF и метод нахождения магнитной жесткости с помощью данных с детекторов, измеряющих угол прямого трека до и после магнита. Также описывается процедура взаимной калибровки этих методов.

2.1. Метод многомерной аппроксимации (MDF)

В данной работе используются методы реконструкции VM@N, основанной на методе многомерной аппроксимации функций (Multidimensional Fit, MDF).

Суть метода заключается в представлении искомой величины (магнитной жесткости) в виде разложения по многочленам (как правило, используются полиномы Чебышева) от параметров трека, таких как угол наклона и координата:

$$R_{MDF} = \sum_{i,j,k\dots} a_{ijk\dots} \cdot f_i(x) f_j(y) f_k(T_x) \dots \quad (4)$$

Коэффициенты этого разложения $a_{ijk\dots}$ определяются заранее путем детального моделирования прохождения миллионов частиц через всю установку. В используемых файлах с экспериментальными данными результаты этого алгоритма содержатся в ветви Pq_MDF_UpSt.

2.2. Метод геометрической реконструкции

В качестве второго подхода в работе используется метод нахождения магнитной жесткости заряженной частицы, основанной на связи её с углом отклонения трека частицы. Физический принцип метода основан на уравнении движения заряженной частицы (силе Лоренца), которая в векторной форме имеет вид:

$$\vec{F}_L = q[\vec{v} \times \vec{B}] \quad (5)$$

При прохождении через область поля с индукцией \vec{B} частица получает приращение поперечного импульса Δp_{\perp} , которое связано с интегралом поля вдоль траектории l :

$$\Delta p_{\perp} = 0.3 \cdot Z \cdot \int B dl \quad (6)$$

где Z — заряд частицы, а коэффициент 0.3 обусловлен переходом к практической системе единиц (ГэВ/с, Тесла и метры). Из геометрии треков следует, что при малых углах отклонения $\Delta\alpha$ поперечный импульс связан с полным импульсом P соотношением:

$$\Delta p_{\perp} = P \sin(\Delta\alpha) \approx P\Delta\alpha \quad (7)$$

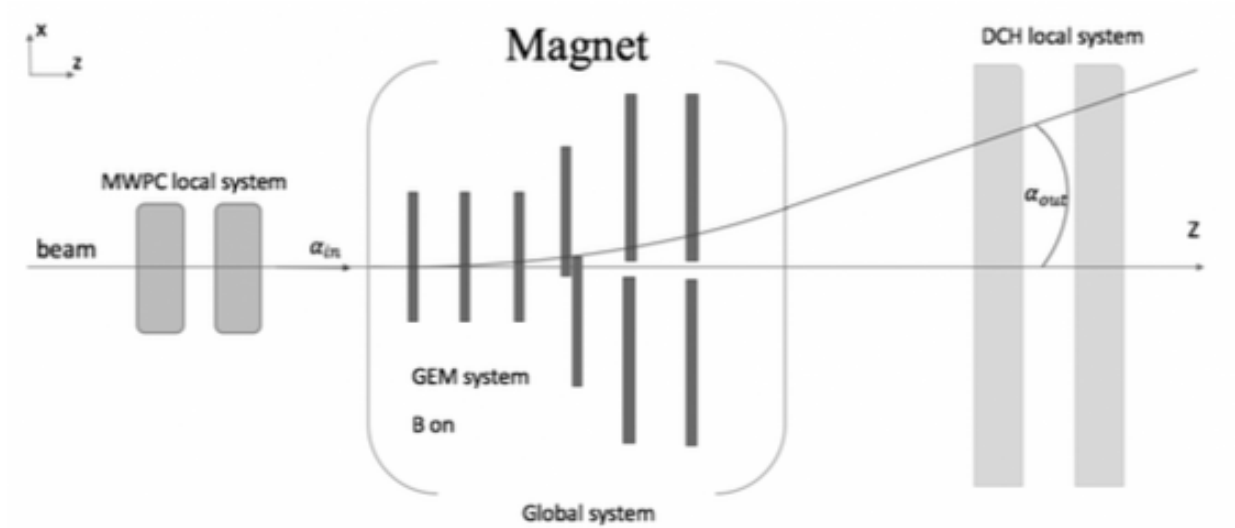


Рис. 5: Схема отклонения трека заряженной частицы в магнитном поле: α_{in} — угол влета, α_{out} — угол вылета.

Объединяя эти выражения, мы получаем расчетную формулу для магнитной жесткости ($R = P/Z$):

$$R = \frac{0.3 \int Bdl}{\Delta\alpha} \quad (8)$$

Для программной реализации данного метода в среде ROOT использовались данные о наклонах треков в плоскости отклонения ($X-Z$). Угол влета в магнит определялся по данным кремниевых детекторов (параметр `Si_Tx`), а угол вылета — по дрейфовым камерам (`DCH_Tx`). Итоговое выражение для вычисления угла отклонения в коде имело вид:

$$\Delta\alpha = \arctan(\text{DCH_Tx}) - \arctan(\text{Si_Tx}) \quad (9)$$

2.3. Эмпирическая калибровка аналитического метода

Основной неопределенностью аналитического подхода является значение интеграла поля $\int Bdl$. Для его нахождения была проведена процедура эмпирической калибровки. В качестве критерия использовалось условие

равенства средних значений импульсов, восстановленных обоими алгоритмами для одной и той же выборки событий:

$$\langle P_{geom} - P_{MDF} \rangle = 0 \quad (10)$$

В ходе анализа данных производился итерационный подбор численного коэффициента. Было установлено, что наилучшее совпадение центров распределений достигается при значении интеграла магнитного поля:

$$\int Bdl \approx 2.589 \text{ Тл} \cdot \text{м} \quad (11)$$

Визуализация процесса калибровки представлена на рисунке 6. Центр распределения разности

$$\Delta R = \frac{0.3 \cdot \int Bdl}{\arctan(\text{DCH_Tx}) - \arctan(\text{Si1234M34_Tx})} - \text{Pq_MDF_UpSt} \quad (12)$$

совпадает с нулем.

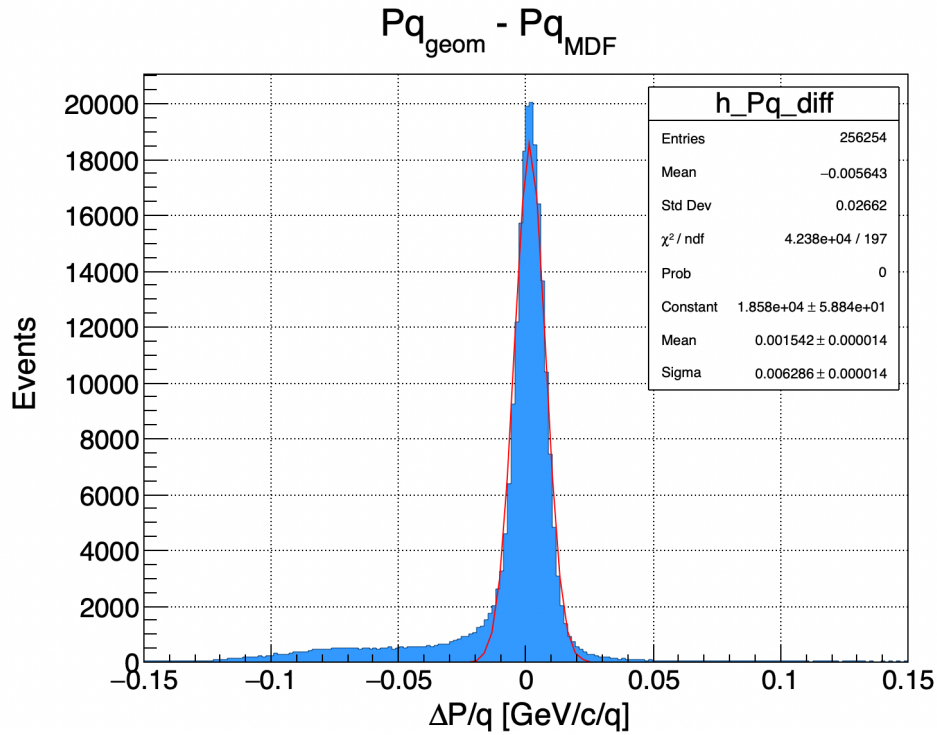


Рис. 6: График разности распределений P_q и $P_{q_MDF_Upstream}$ после калибровки значения интеграла

Данная калибровка позволила исключить систематическую ошибку смещения и корректно перейти к сравнительному анализу разрешающей способности — ширины гауссового распределения (σ), которая характеризует точность каждого из методов .

2.4. Методика обработки данных и построения распределений

Обработка экспериментальных данных производилась в среде объектно-ориентированного пакета ROOT (C++). В качестве входных данных использовались файлы формата `.root`, содержащие экспериментальные данные в формате (TTree), в которых записана информация по каждому зарегистрированному событию.

Методика выполнения работы включала в себя следующие этапы:

- Идентификация типа частицы до и после мишени по данным сцинтилляционных датчиков (выделение ядер углерода):

`chargein == 6` и `charge35 == 6`

- Отбор событий по BeamTrigger:

`(trigger & 128)`

- Условие «однотрековости» (наличие ровно одного реконструированного трека в детекторах до и после магнита):

`Si1234M34_nTracks == 1` и `DCH_Ntr == 1`

Построение и визуализация гистограмм:

Распределения магнитной жесткости строились методом заполнения одномерных гистограмм (TH1F). Для обеспечения наглядности гистограммы выбиралась оптимальная частота бинов (500 бинов на диапазон от 6 до 9 ГэВ/с/q). При визуализации использовалась заливка цветом и выделение контуров для разделения визуальных слоев данных и результатов аппроксимации.

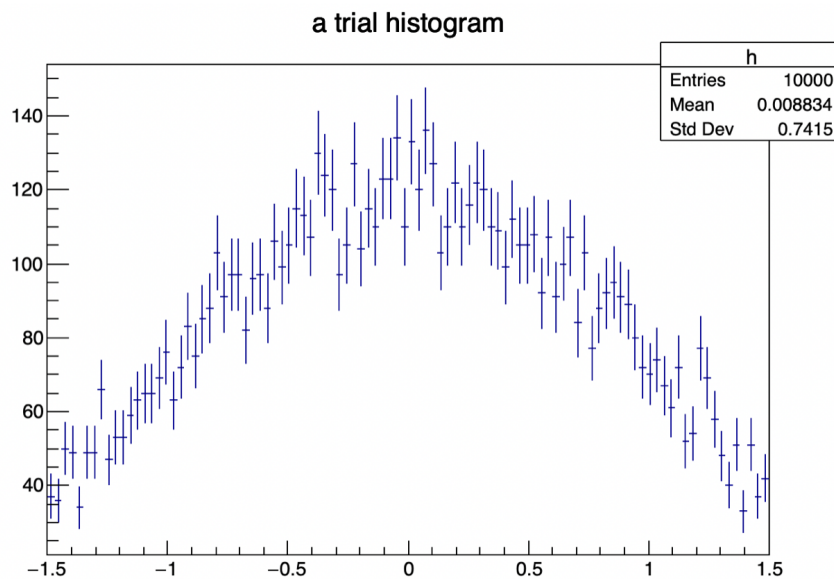


Рис. 7: Вид гистограммы TH1F в среде ROOT.

Аппроксимация (фитирование) спектров: Для отделения истинного сигнала от фона использовался метод минимизации величины χ^2 . В качестве теоретической модели выбиралась функция:

$$f(p) = \text{Gauss}(p) + \text{Pol2}(p) \quad (13)$$

где нормальное распределение (Гаусс) описывало форму гистограммы, а полином второй степени моделировал форму фонового шума. Это позволило с высокой точностью извлечь параметры σ (разрешение) и Mean (среднее значение импульса) .

Методика расчета эффективности: Расчет эффективности ϵ производился нахождением отношения:

$$\epsilon = \frac{C_{out}}{C_{in}} \quad (14)$$

где C_{in} — количество событий, удовлетворяющих базовым условиям эксперимента, а C_{out} — количество событий, в которых импульс был успешно вычислен. Для расчета погрешности определения эффективности использовался класс `TEfficiency`.

ГЛАВА 3. РЕЗУЛЬТАТЫ И СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ

3.1. Критерии отбора событий (анализ влияния «катов»)

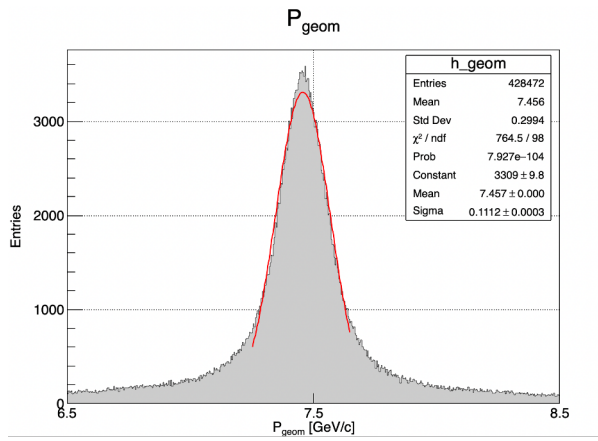
Для получения достоверных результатов и сравнения точности методов необходимо выделить «чистые» события, в которых фрагмент пучка прошел через установку без существенных искажений и взаимодействий.

В данной работе был проведен сравнительный анализ распределений до и после применения набора ограничений (катов). Основные критерии отбора включали следующие условия:

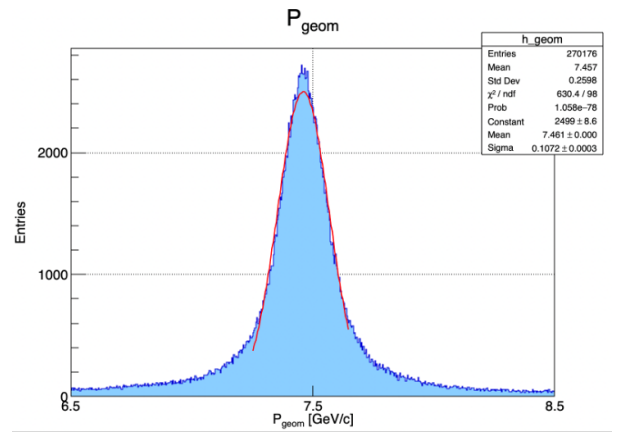
- **Триггерное условие:** отбор физических событий по триггеру 128 (BeamTrigger)
- **Зарядовое условие:** `chargein == 6 && charge35 == 6`. Данное ограничение позволяет выделить ядра углерода ($Z = 6$), сохранившиеся при прохождении через мишень и систему детекторов, отсекая продукты фрагментации.
- **Геометрические каты:** ограничения на количество восстановленных треков в детекторах. В работе использовалось условие единственности трека:

$$\text{DCH_Ntr} == 1 \ \&\& \ \text{Si1234M34_nTracks} == 1$$

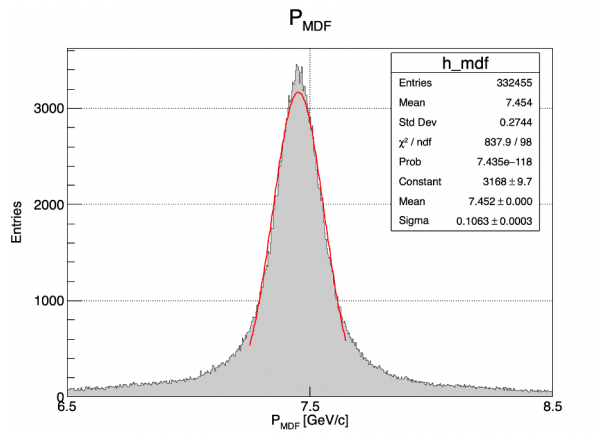
Применение указанных критериев позволило повысить уровень точности фитирования, что является необходимым для сравнения разрешающей способности алгоритмов MDF и метода определения магнитной жесткости по разности углов на влёте и вылете из магнита.



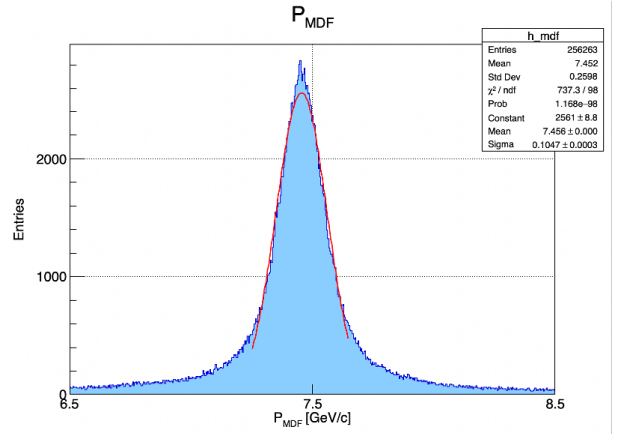
(a) Геометрический метод (with no cuts)



(b) Геометрический метод (with cuts)



(c) Метод MDF (with no cuts)



(d) Метод MDF (with cuts)

Рис. 8: Распределения магнитной жесткости частиц. Красной линией показана аппроксимация гистограмм функцией нормального при диапазоне фитирования от 7.0 до 8.0 (наибольший диапазон при котором графики сходятся с распределением).

На основе полученных распределений восстановленного импульса (P_{geom} и P_{MDF}) можно сделать следующие выводы о качестве работы алгоритмов и влиянии критериев отбора:

- **Эффективность критериев отбора:** Применение катов (отбор по триггерам, заряду и количеству треков) ожидаемо приводит к существенному подавлению фоновых событий. Количество событий (Entries) после применения ограничений падает, однако качество оставшейся выборки возрастает.
- **Улучшение импульсного разрешения:** Учет событий связанных

с отклонением частиц на большие углы, их возможным распадом и другими причинами возникновения шума напрямую влияет на ширину пика. Среднеквадратичное отклонение (σ) для геометрического метода уменьшилось с 0.1112 до 0.1072 ГэВ/с (на 4%), а для метода MDF — с 0.1063 до 0.1047 ГэВ/с (на 1%).

- **Сравнение методов Geom и MDF:** Анализ параметров аппроксимации показывает, что метод MDF (Multidimensional Fit) обеспечивает лучшее импульсное разрешение по сравнению с геометрическим алгоритмом. Как до, так и после применения отборов событий, значение σ для распределения P_{MDF} немного ниже, чем для P_{geom} (0.1047 против 0.1072 на отобранных данных). Это свидетельствует о более точной реконструкции магнитной жесткости частиц алгоритмом MDF.

Применение разработанной системы кинематических и геометрических критериев отбора необходимо, так как оно эффективно выделяет непрореагировавший пучок углерода-12. Тем не менее, даже после отбора под пиком остается некоторая доля неустранённого шумового фона.

В следующем разделе для получения более точной картины будет применено разделение данных на сигнал и шум. Фоновый сигнал можно аппроксимировать полиномом второй степени.

3.2. Сравнение разрешающей способности методов (σ)

Основным критерием качества работы алгоритма реконструкции треков является его импульсное разрешение, которое определяется шириной (стандартным отклонением σ) полученного распределения восстановленного импульса пучка. Экспериментальные распределения по магнитной жесткости аппроксимировались функцией `pol2+gauss`:

- **Полезный сигнал** аппроксимировался нормальным распределением (функция Гаусса).
- **Шум** полиномом второй степени (*pol2*).

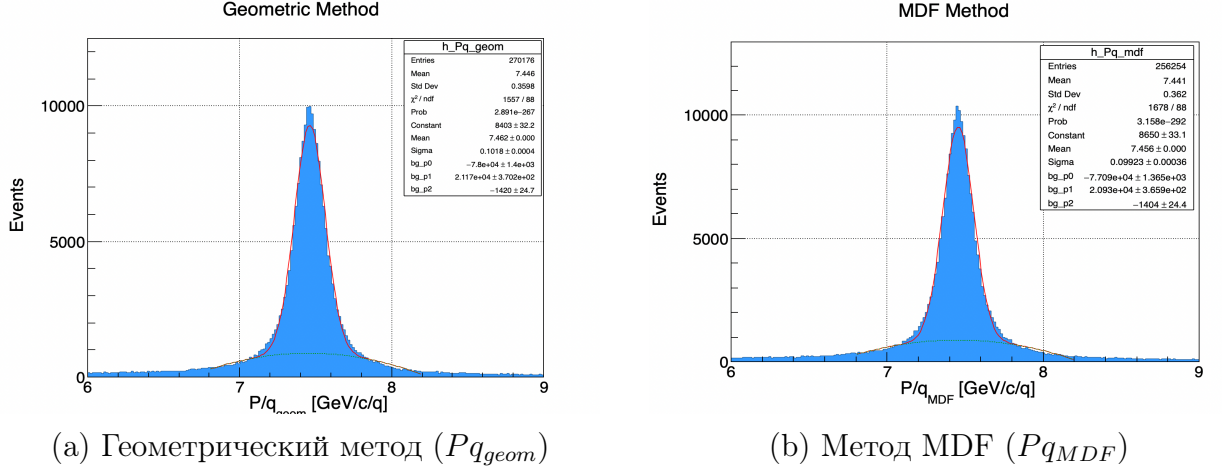


Рис. 9: Получившиеся аппроксимацией гистограмм Pq_{geom} и $Pq_{MDF_Upstream}$ распределения магнитной жесткости при диапазоне фитирования от 6.8 до 8.2 ГэВ/с

Анализ параметров аппроксимации для данных с подложкой (с применением ограничений) показал следующие результаты:

- **Геометрический метод (P_{geom}):** Ширина пика с учетом подложки составила $\sigma = 0.10 \pm 0.01$ ГэВ/с при среднем значении импульса 7.46 ГэВ/с.
- **Метод магнитного поля (MDF):** Построенное распределение Гаусса на базе гистограммы P_{MDF} имеет заметно меньшую ширину: $\sigma = 0,10 \pm 0.01$ ГэВ/с при импульсе 7.45 ГэВ/с.

Приведенные значения ширины распределений (σ) были вычислены как средние величины по результатам аппроксимации в интервалах 6.8–8.2, 7.0–8.0, 7.2–7.6 ГэВ/с. Итоговые погрешности рассчитывались как корень из суммы квадратов среднего отклонения результатов фитирования и статистической погрешности, вычисленной программой.

Вывод: Оба метода дают значения разрешающей способности, совпадающие в пределах погрешности. Введение шума в виде квадратичной зависимости позволило точнее оценить значение σ при фитировании гистограмм нормальным распределением. При этом средние значения импульса в обоих методах согласуются (разница менее 0.1%), что подтверждает верный выбор величины $\int B dl$.

3.3. Сравнение эффективности реконструкции трека

Эффективность реконструкции рассчитывалась как отношение числа успешно восстановленных событий (C_{out}) к общему числу событий в падающем пучке, прошедших первичный отбор (C_{in}). С учетом условий анализа, эта величина вычислялась по формуле:

$$\varepsilon = \frac{C_{out}}{C_{in}} = \frac{\text{Good track} \wedge (|P - P_{mean}| < 2.2\sigma) \wedge \text{Base_Cuts}}{\text{Base_Cuts}} \quad (15)$$

Где базовый набор условий, формирующий знаменатель (C_{in}), включал в себя:

- Заряд падающей частицы (углерод) равен 6: $Z_{in} = 6$ (`chargein==6`);
- Заряд выходящей частицы равен 6: $Z_{out} = 6$ (`charge35==6`);
- Срабатывание физического триггера установки (`BeamTrigger`).

В числитель (C_{out}) попадали события, импульс которых оказался в заданном доверительном интервале ($\pm 2.2\sigma$ относительно среднего значения пика), и в которых присутствовал «Хороший трек» (*Good track*). В рамках данного отбора это означало наличие ровно одного трека до магнита в кремниевых детекторах (`Si1234M34_nTracks==1`) и ровно одного трека после магнита в дрейфовых камерах (`DCH_Ntr==1`).

Базовый набор данных (C_{in}) для обоих методов составил 451 845 событий. Результаты расчета представлены в таблице 1:

Таблица 1: Сравнение эффективности методов реконструкции

Метод	Отобрано событий (C_{out})	Эффективность ε , %
Геометрический (P_{geom})	176 245	39.01 ± 0.07
Магнитного поля (MDF)	176 059	38.96 ± 0.07

Как видно из полученных данных, при применении критериев отбора (строго однотрековые события) эффективности обоих методов совпадают в пределах статистической погрешности.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В ходе данной работы было проведено сравнение двух методов вычисления магнитной жесткости ядер углерода: геометрического метода и метода основанного на использовании сложной функции MDF. На полученных результатов можно сделать следующие выводы:

- **Импульсное разрешение:** Оба метода демонстрируют сопоставимую точность восстановления импульса. Ширина распределения (σ) для алгоритма MDF оказалась близка к значениям геометрического метода, что говорит об их равнозначности при определении магнитной жесткости.
- **Эффективность и применимость:** В идеализированных условиях для строго однотрековых событий оба метода показывают сопоставимую эффективность реконструкции трека (около 39% с учетом всех наложенных ограничений на качество трека). Но при этом алгоритм MDF позволяет находить соответствие между треками до и после магнита для событий, в которых было несколько заряженных фрагментов вдоль пучка.

Итог: Оба метода дают близкие значения восстановленной магнитной жесткости пучка и его импульсного разрешения. Импульсное разрешение составило 0.10 ± 0.01 ГэВ/с/ч при магнитной жесткости 7,45 ГэВ/с/ч

Список литературы

- [1] Kapishin, M. N., Leinvenko, E. O., & Palichik, V. V. (2019). Beam momentum reconstruction in BM@N experiment. EPJ Web of Conferences, *201*, 04008. <https://doi.org/10.1051/epjconf/201920104008>
- [2] Piassetzky, E. I., & Weinstein, L. B. (2023). Measurements of NN Correlations in Nuclei. In *Handbook of Nuclear Physics: Volume 1-5* (Vol. 3, pp. 2385–2406). Springer Nature.
- [3] Ленивенко В. В. Программно-алгоритмический комплекс для реконструкции траекторий заряженных частиц и идентификация ионов в эксперименте SRC на установке BM@N : кандидатская диссертация. физ.-мат. наук: Объединенный институт ядерных исследований. — Дубна, 2024. — 125 с.
- [4] Patsyuk M., Kahlbow J., Laskaris G., Duer M., Lenivenko V., et al., Unperturbed inverse kinematics nucleon knockout measurements with a 48 GeV/c carbon beam // Nature Physics, 2021, v.17, p. 693.