Рождение гравитонов в экспериментах на LHC (ADD модель).

Беглов Андрей

Смежные идеи, существовавшие ранее

- И.Кант: связь зависимости силы взаимодействия от расстояния с размерностью пространства и возможность существования пространств с другим количеством измерений

$$F \propto \frac{1}{r^{n-1}}$$

- Ж.Даламбер: t – 4-е измерение;
- Лагранж, Риман, Грассман, Кэли …;
- Э.Мах : касаясь микроскопических явлений пришел к мысли о существовании аналогов пространства различного числа измерений;
- К.Ф.Целльнер: многие явления, для которых физика не нашла адекватного объяснения, на самом деле происходят в четырехмерном мире

(гравитационные, электрические, …спиритические);

- Феликс Клейн (90-е гг. XIX в): Каждая механическая задача о движении материальной точки с помощью пространства высшего числа измерений может быть сведена к определению пути светового луча, проходящего в соответствующей среде.

Развитие идеи о многомерии в современной теории и феноменологии

- Теодор Калуца 1919 (опубл. 1921): увеличение размерности пространства-времени на единицу, до пяти

$$ds^2 = g_{ab}dx^a dx^b \rightarrow dI^2 = G_{AB}dx^A dx^B$$

$$(a,b = 0,1,2,3) \rightarrow (A,B = 0,1,2,3,4)$$

+условие «цилиндричности» по четвертой координате

Если определить компоненты электромагнитного 4-потенциала

$$A_a = \frac{c^2}{2\sqrt{G}} G_{5a}$$

G в знаменателе – Ньютонова постоянная

$$G_{AB} = \begin{pmatrix} g_{00} & g_{01} & g_{02} & g_{03} & \Phi \\ g_{10} & g_{11} & g_{12} & g_{13} & \mathrm{A}_x \\ g_{20} & g_{21} & g_{22} & g_{23} & \mathrm{A}_y \\ g_{30} & g_{31} & g_{32} & g_{33} & \mathrm{A}_z \\ \Phi & \mathrm{A}_x & \mathrm{A}_y & \mathrm{A}_z & G_{55} \end{pmatrix}$$

Тогда система 5-мерных уравнений Гильберта-Эйнштейна для гравитационного поля распадется на систему 4-мерных уравнений гравитации

$$R_{\mu\nu} - \tfrac{1}{2} g_{\mu\nu} R = \frac{8\pi G}{c^2} T_{\mu\nu}$$

Вторую пару уравнений Максвелла

$$rot\vec{H} = \frac{1}{c}\frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \frac{4\pi}{c}\vec{j};$$

$$div\vec{E} = 4\pi\rho.$$

И уравнение для некого скалярного потенциала, появляющегося из последнего диагонального члена метрики.

5-мерные уравнения геодезических (уравнения свободного движения тел в искривленном пространстве-времени) будут включать в себя 4-мерные уравнения движения заряженной частицы в электромагнитном поле, если пятая компонента импульса имеет смысл электрического заряда

$$p^5 = m\frac{dx^5}{ds} = -(2\sqrt{G})q$$

Развитие идеи о многомерии в современной теории и феноменологии

- Оскар Клейн (и В.А.Фок) 1926г.

Уравнение Клейна-Фока-…(релятивистское обобщение уравнения Шрёдингера):

$$\left[[\,] + \left(\frac{mc}{\hbar} \right)^2 \right] \varphi(x^\mu) = 0 \qquad (\mu = 0,1,2,3)$$

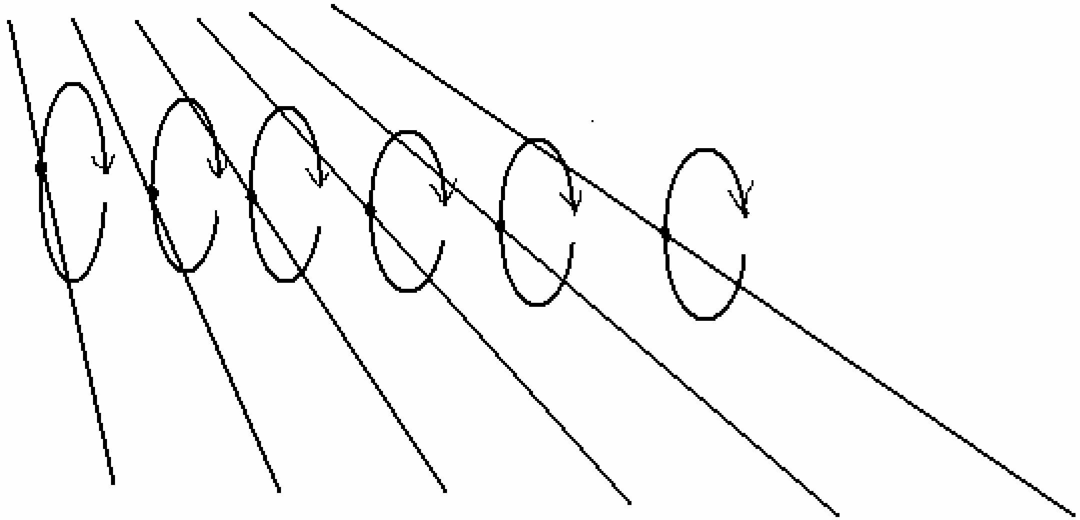
5-мерное уравнение «Клейна-...» для безмассовых частиц (+условие цикличности по пятой координате(z=0≡z=2πR)) даст решение

$$\phi_{\mathbf{p},n} = \exp(i p_\mu x^\mu) \exp \frac{inz}{R}, \qquad n = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots \qquad p_\mu \text{ - 4-импульс}$$

отсюда $p_\mu p^\mu - \dfrac{n^2}{R^2} = 0$ но известно: $p_\mu p^\mu = m^2$ тогда $m_n = |n| / R$

Импульсу вдоль дополнительной координаты соответствует масса в 4-мерном понимании.

Утверждение о том, что «цикличность» связана именно с замкнутостью дополнительной координаты появилось, видимо, только в 30-е годы. То, что дополнительные размерности не проявляются в опыте, связывалось с малостью их размеров (порядка планковской длины), тогда у нас просто не хватает энергии, чтобы возбудить состояния с ненулевым импульсом вдоль дополнительных измерений.



- Рубаков В., Шапошников М.(1983):

  локализация обычного вещества, за исключением, возможно, гравитонов и других гипотетических частиц, очень слабо взаимодействующих с веществом, на трехмерном многообразии – «бране», вложенном в многомерное пространство. Тогда дополнительные измерения могут иметь большой размер и приводить к экспериментально наблюдаемым эффектам.

ADD

- N. Arkani-Hamed, S. Dimopulos, G. Dvali (1998)

новый подход к проблеме расхождения масштаба электрослабого взаимодействия и планковского масштаба («проблема иерархии»).

Объяснение состоит в том, что эффективная 1+3 –мерная ньютоновская постоянная меньше реальной 1+3+d –мерной, это связано с быстрым спаданием силы тяготения (обратно пропорционально r в степени 2+d) на малых расстояниях, на которых проявляются дополнительные измерения.

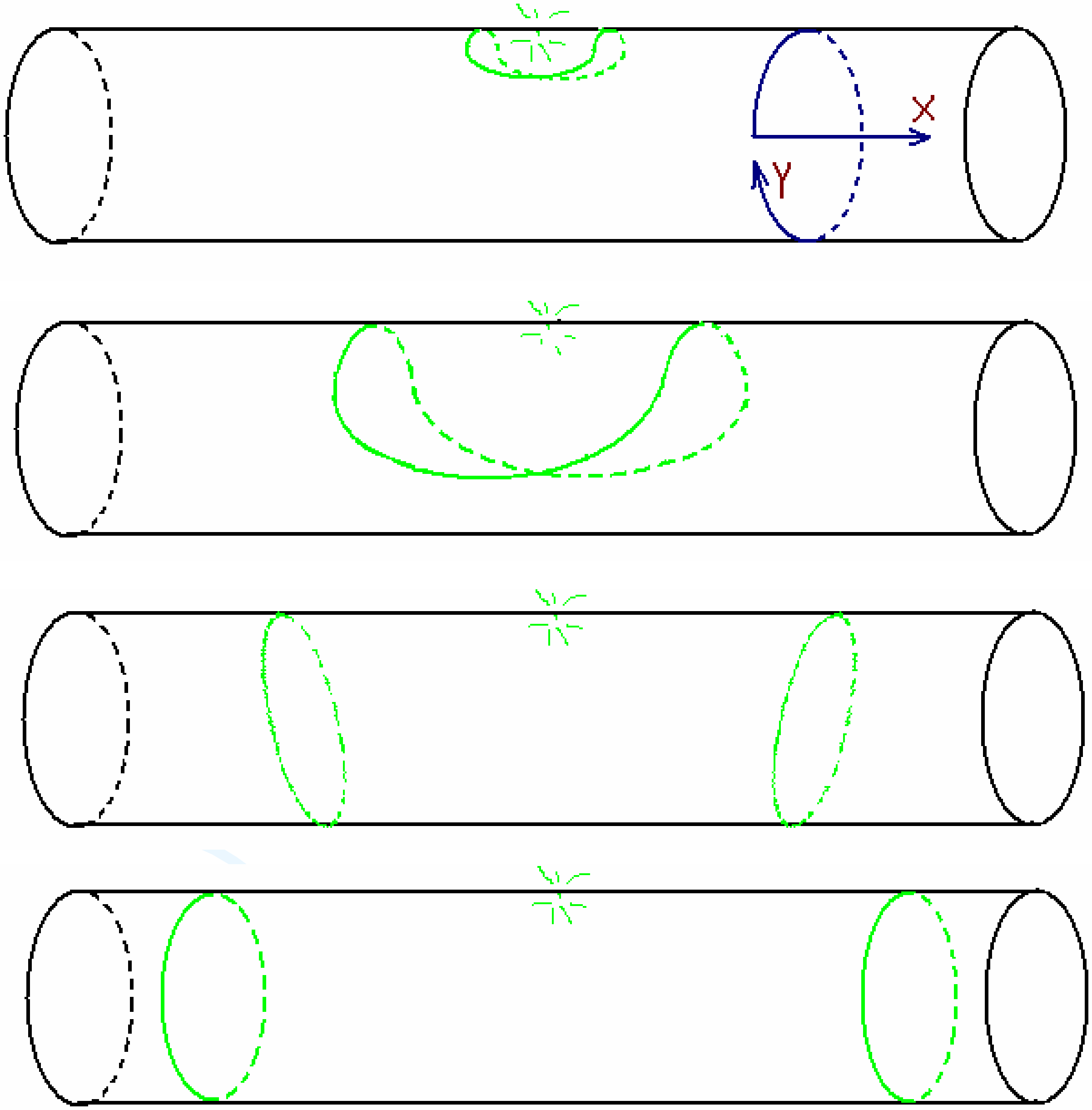
Соответственно этому, и настоящий фундаментальный масштаб

$1/M$ будет больше, чем планковская длина $1/M_{pl}$

Иллюстрация различной зависимости интенсивности взаимодействия от дистанции на разных расстояниях.

2D

$$\propto \frac{1}{r^{2-1}}$$



1D

$$\propto \frac{1}{r^{1-1}} = const$$

cording to our philosophy. Two test masses of mass m_1, m_2 placed within a distance $r \ll R$ will feel a gravitational potential dictated by Gauss's law in $(4+n)$ dimensions

$$V(r) \sim \frac{m_1 m_2}{M_{Pl(4+n)}^{n+2}} \frac{1}{r^{n+1}}, \ (r \ll R). \tag{1}$$

On the other hand, if the masses are placed at distances $r \gg R$, their gravitational flux lines can not continue to penetrate in the extra dimensions, and the usual $1/r$ potential is obtained,

$$V(r) \sim \frac{m_1 m_2}{M_{Pl(4+n)}^{n+2} R^n} \frac{1}{r}, \ (r \gg R) \tag{2}$$

so our effective 4 dimensional M_{Pl} is

$$M_{Pl}^2 \sim M_{Pl(4+n)}^{2+n} R^n. \tag{3}$$

$M_{Pl}{}^2 = V_{(d)} M^{d+2}$ -«редукционная формула»

$V_{(d)}$ -объём подпространства дополнительных измерений

- Метрика 4+d пространства обычно выбирается так

$$ds^2 = \hat{G}_{MN}(\hat{x})d\hat{x}^M d\hat{x}^N = g_{\mu\nu}(\underline{x})dx^\mu dx^\nu + \gamma_{mn}(\underline{x, y})dy^m dy^n.$$

$$\{\hat{x}^M\} = \{x^\mu, y^m\} \quad M = 0,1,\ldots,3+d \quad \mu = 0,1,2,3 \quad m = 1,2,\ldots,d.$$

Т.е. ,по крайней мере, классическая (4-мерная) её часть не зависит от дополнительных координат.

- Следствием модели является наличие массивных гравитонов (высших калуцекляйновских мод).

Существование массивных виртуальных гравитонов оказало бы влияние на форму гравитационного потенциала не малых расстояниях.

Также возникает возможность рождения массивных гравитонов экспериментах физики высоких энергий.

(Впервые вопрос о взаимном превращении гравитации и других видов материи (например в процессе аннигиляции в два гравитона) рассмотрел Иваненко в 1947г. в рамках тогда еще четырехмерной квантовой гравитации)

- Общая Теория Относительности, в общем-то не квантуется. Существуют разные способы квантовать гравитацию, но по мнению части теоретиков удовлетворительного решения этой проблемы не существует до сих пор. Кроме того, классический аспект существования гравитонов – гравитационные волны так и не наблюдались, и также являются некорректной задачей в ОТО и в общем случае из нее не следуют, а вводятся в теорию руками по аналогии с электромагнитными волнами. К тому же, ОТО может не иметь права на квантование, если она не является фундаментальной теорией (напр. в случае справедливости идеи Сахарова о т.н. «индуцированной гравитации»).

Как при рассмотрении слабых волн так и при квантовании широко используется прием, заключающийся в представлении метрического тензора в виде суммы плоской метрики Минковского и малой поправки к ней.

Уравнения Эйнштейна нелинейные (гравитационное поле взаимодействует само с собой), члены в лагранжиане высших порядков по разложению метрики дадут взаимодействие гравитонов.

Учет только первого порядка в разложении метрического тензора – не будет всей правдой, к тому же это нарушит требование ковариантности физических законов. Учет всех членов, однако, приводит к неперенормируемой теории…

$$\hat{G}_{MN}(x,y) = \eta_{MN} + \frac{2}{M^{1+d/2}}\hat{h}_{MN}(x,y)$$

$$\hat{h}_{MN}(x,y) = \sum_n h^{(n)}_{MN}(x)\frac{1}{\sqrt{V_{(d)}}}e^{-i\frac{n_m y^m}{R}}$$

$$m_n = \frac{1}{R}\sqrt{n_1^2 + n_2^2 + \ldots + n_d^2} \equiv \frac{|n|}{R},$$

$$V(r) = G_{N(4)}m_1 m_2 \sum_n \frac{1}{r}e^{-m_n r} = G_{N(4)}m_1 m_2\left(\frac{1}{r} + \sum_{n\neq 0}\frac{1}{r}e^{-|n|r/R}\right).$$

$$\begin{aligned} V(r) &= G_{N(4)}\frac{m_1 m_2}{r}\left[1 + S_{d-1}\int_{1/R}^{\infty} e^{-mr}m^{d-1}dm\right] \\ &= G_{N(4)}\frac{m_1 m_2}{r}\left[1 + S_{d-1}\left(\frac{R}{r}\right)^d \int_{r/R}^{\infty} e^{-z}z^{d-1}dz\right] \end{aligned}$$

$$V(r) \approx G_{N(4)}\frac{m_1 m_2}{r}.$$

$$V(r) \approx G_{N(4)}\frac{m_1 m_2}{r}S_{d-1}\left(\frac{R}{r}\right)^d \Gamma(d) = G_{N(4+d)}\frac{m_1 m_2}{r^{d+1}}S_{d-1}\Gamma(d),$$

$$\frac{d\sigma_m}{dt}(q\bar{q} \to gG) = \frac{\alpha_s}{36}\,\frac{1}{s\bar{M}_P^2}\,F_1(t/s, m^2/s)$$

$$\frac{d\sigma_m}{dt}(qg \to qG) = \frac{\alpha_s}{96}\,\frac{1}{s\bar{M}_P^2}\,F_2(t/s, m^2/s)$$

$$t = (p_q - p_G)^2$$

$$\frac{d\sigma_m}{dt}(gg \to gG) = \frac{3\alpha_s}{16}\,\frac{1}{s\bar{M}_P^2}\,F_3(t/s, m^2/s)$$

$$m \equiv m_G$$

$$\begin{aligned}
F_1(x,y) &= \frac{1}{x(y-1-x)}\Big[-4x(1+x)(1+2x+2x^2)+ \\
&\quad y(1+6x+18x^2+16x^3)-6y^2x(1+2x)+y^3(1+4x)\Big], \\
F_2(x,y) &= -(y-1-x)\;F_1\left(\frac{x}{y-1-x}, \frac{y}{y-1-x}\right) = \\
&\quad \frac{1}{x(y-1-x)}\Big[-4x(1+x^2)+y(1+x)(1+8x+x^2) \\
&\quad -3y^2(1+4x+x^2)+4y^3(1+x)-2y^4\Big], \\
F_3(x,y) &= \frac{1}{x(y-1-x)}\Big[1+2x+3x^2+2x^3+x^4 \\
&\quad -2y(1+x^3)+3y^2(1+x^2)-2y^3(1+x)+y^4\Big].
\end{aligned}$$

$$\sigma(\mathbf{1}+\mathbf{2} \to \mathrm{KK}+\mathbf{4}) =$$

$$\frac{\mathbf{2\pi\alpha_s G_N}}{\mathbf{9}} \int \mathbf{dx_1 dx_2\, f_1(x_1, \hat{s}) f_2(x_2, \hat{s})} \int \mathbf{d\hat{t}} \int_0^{\sqrt{\hat{s}}} \mathbf{dm}\, \frac{\boldsymbol{\rho}(\mathbf{m})}{\hat{\mathbf{s}}}\, \mathbf{F_1}\Big(\frac{\hat{\mathbf{t}}}{\hat{\mathbf{s}}}, \frac{\mathbf{m^2}}{\hat{\mathbf{s}}}\Big)$$

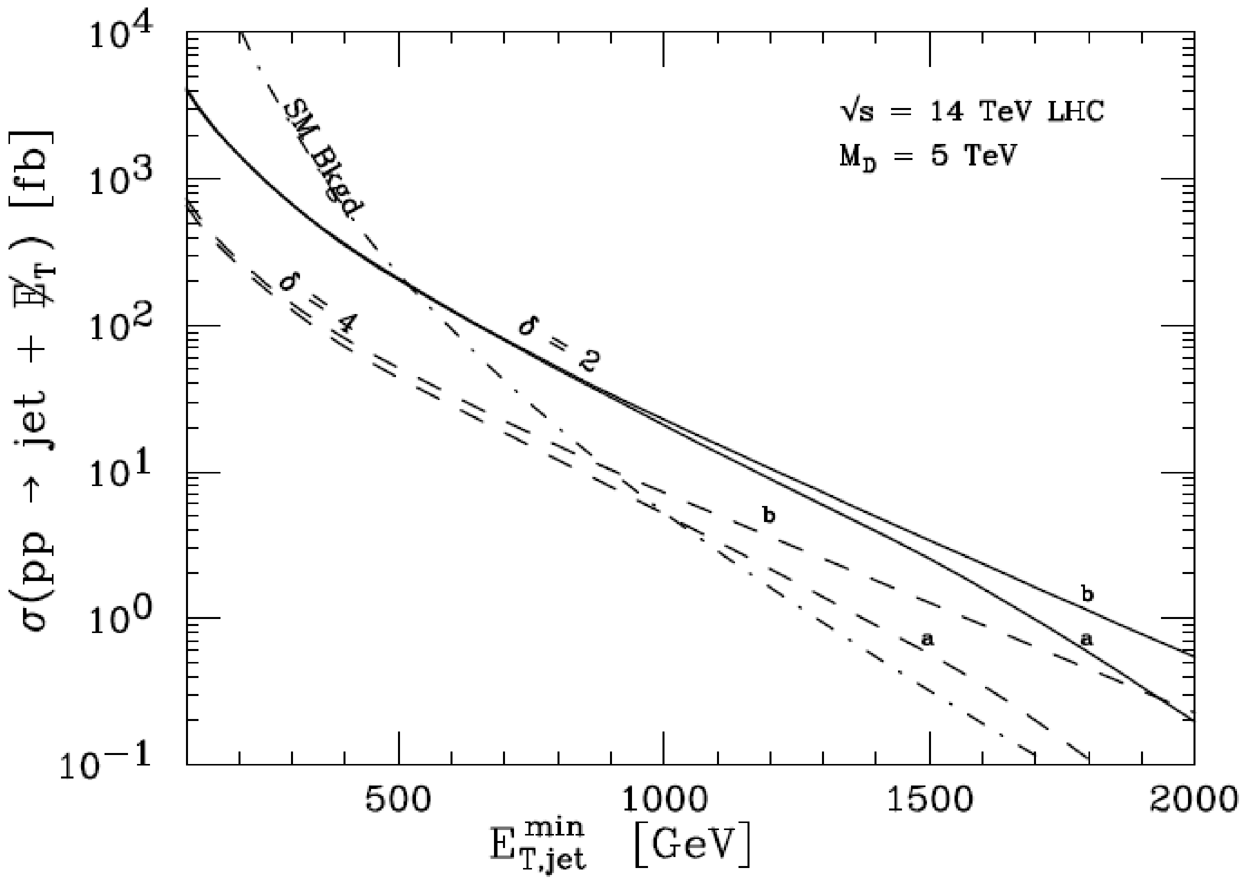
Гравитоны на LHC.

Основной сигнал – $pp \to \text{jet} + \not{E}_T$

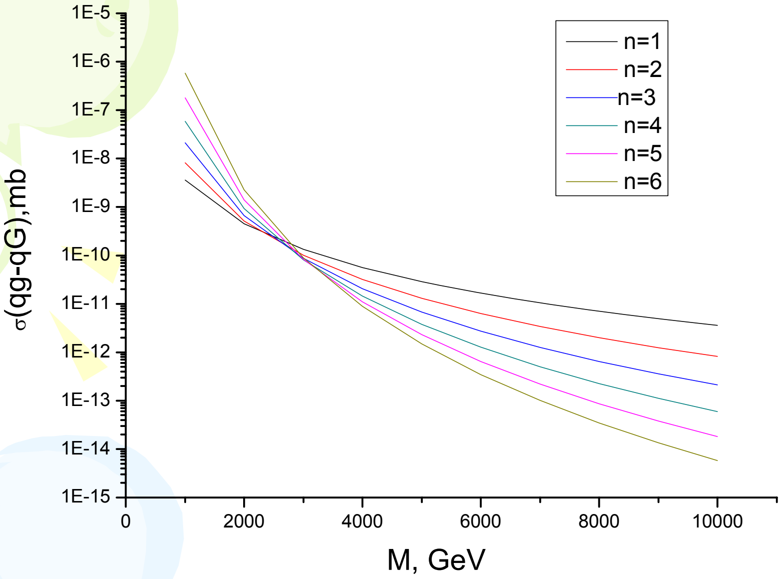
идущий от субпроцессо $qg \to qG$ (наибольший вклад),

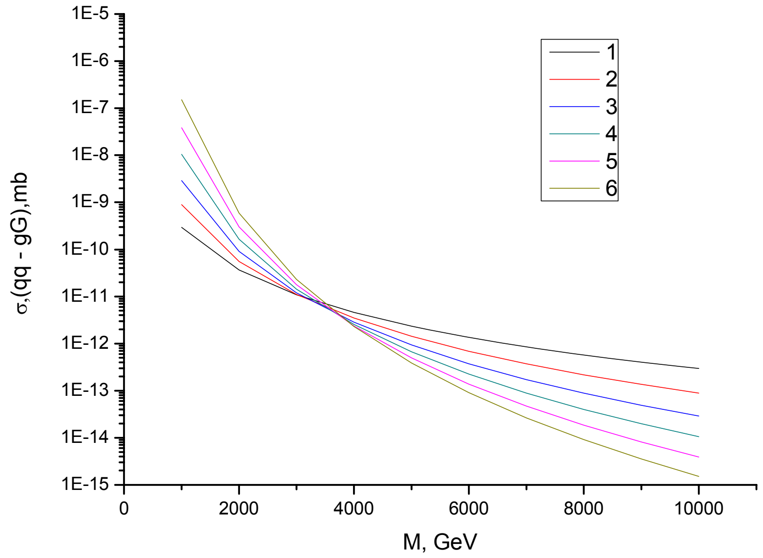
$q\bar{q} \to gG$ $gg \to gG$.

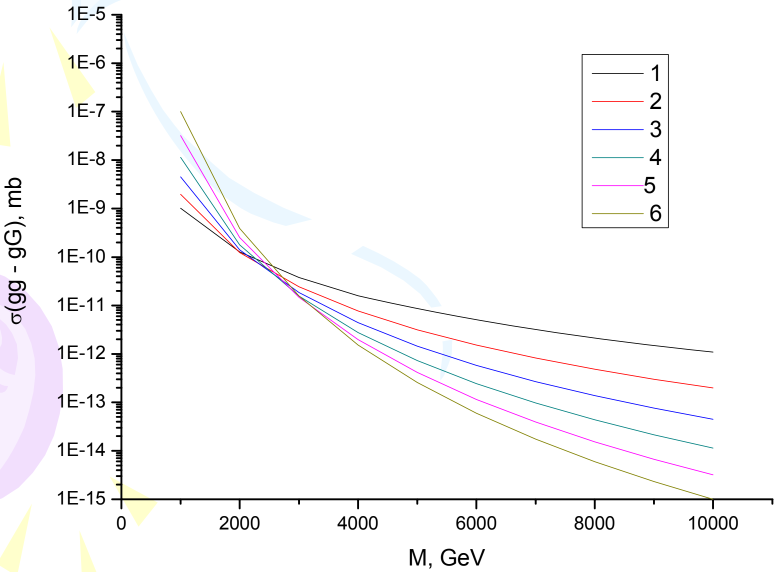
Основной фон происходит из процессов с Z–бозоном и одной струей в конечном состоянии с последующим распадом Z в нейтрино. Необходимо при расчетах делать обрезание по минимальной энергии струи.

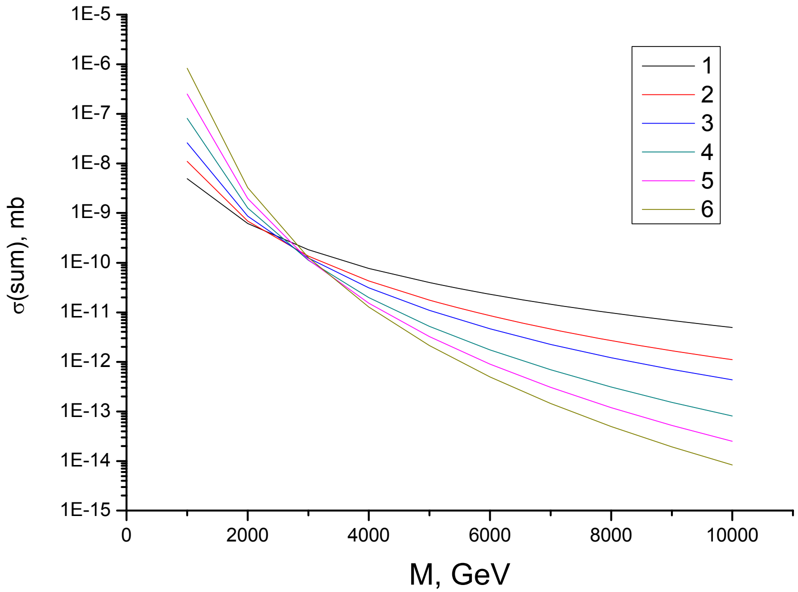


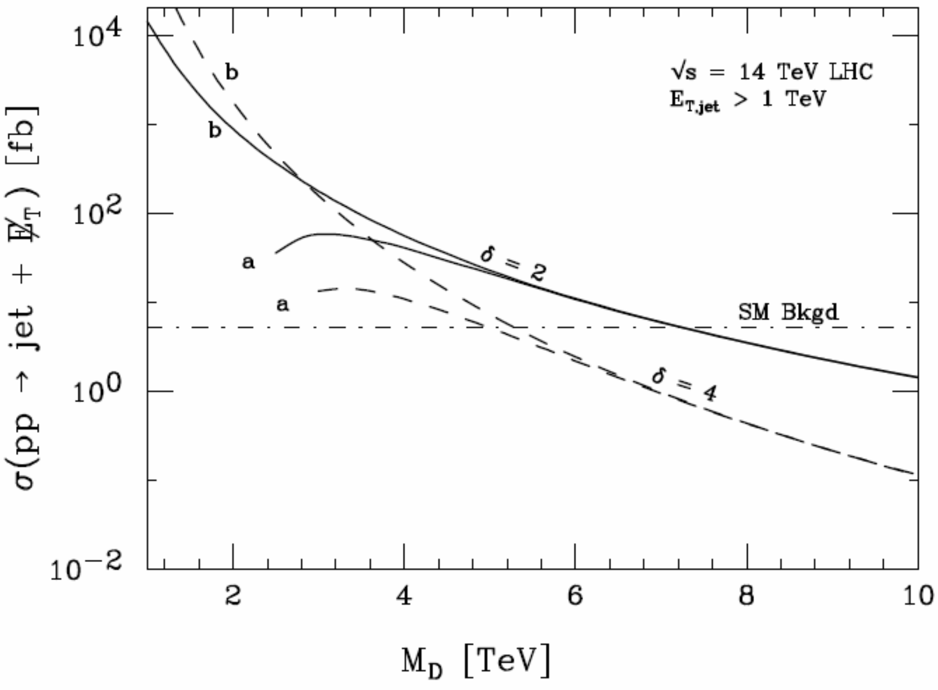
Вычисление сечений с пом. программы CMKIN.



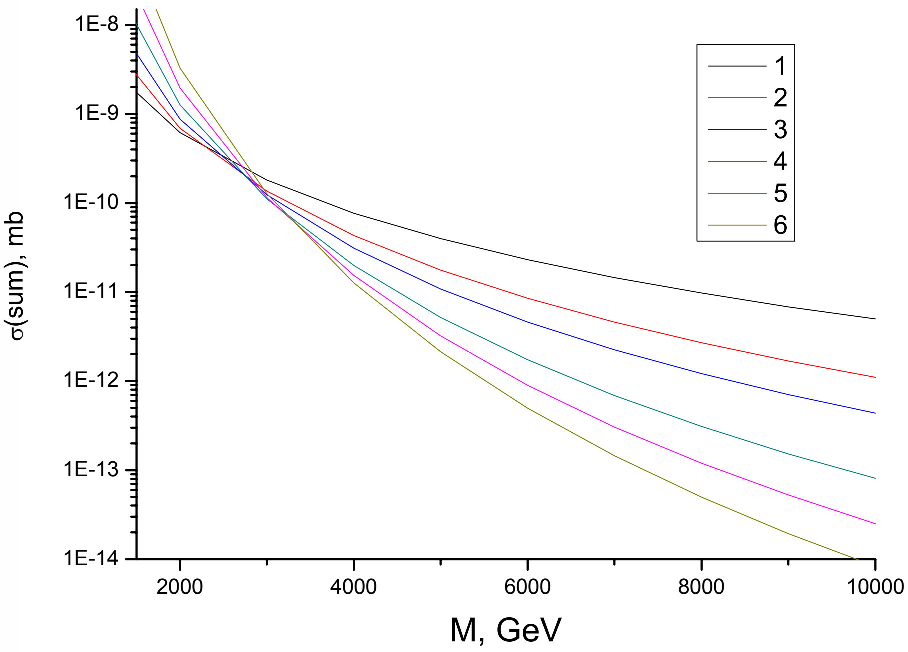








$\sqrt{s}$ = 14 TeV LHC
$E_{T,jet}$ > 1 TeV
b
b
a
a
δ = 2
δ = 4
SM Bkgd
$\sigma(pp \to jet + \not{E}_T)$ [fb]
M_D [TeV]



1
2
3
4
5
6
σ(sum), mb
M, GeV