

**Типовые вопросы, предлагаемые абитуриенту на письменной / устной  
части вступительного испытания в магистратуру по направлению  
01.04.02 Прикладная математика и информатика**

Возможные вопросы для устной части

1. Определенный интеграл, его свойства. Несобственные интегралы. Кратные, криволинейные и поверхностные интегралы.
2. Функциональные последовательности и ряды. Числовые ряды. Степенные ряды.
3. Системы линейных алгебраических уравнений. Общее решение системы линейных алгебраических уравнений и способы его построения.
4. Обыкновенные дифференциальные уравнения. Типы и методы решения. Уравнения первого порядка. Линейные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами.
5. Вероятностное пространство. Случайные величины и их числовые характеристики. Закон больших чисел и центральная предельная теорема.
6. Архитектура ЭВМ. Параллелизм и конвейерность в архитектуре ЭВМ.
7. Операционная система, её структура и функции (на примере ОС из семейства Unix).
8. Языки и парадигмы программирования. Понятие алгоритма и его формализация. Временная и пространственная алгебраическая сложность алгоритма. Основные алгоритмы и структуры данных.
9. Базы данных. Основные понятия реляционной модели данных. Язык запросов SQL.
10. Классификация задач машинного обучения, примеры. Критерии качества (метрики) моделей машинного обучения в задачах классификации и регрессии.
11. Искусственные нейронные сети, математическая модель нейрона, функции активации, типы и виды функций потерь, метод обратного распространения ошибки для обучения моделей.

### Возможные задания для письменной части

1. Найти объем тела, прямоугольные декартовы координаты точек которого удовлетворяют неравенствам:  $x^2 + y^2 + z^2 \leq 4$ ,  $x^2 + y^2 \leq 1$ ,  $x^2 + y^2 \leq z^2$ ,  $z \geq 0$ .

2. Найти значение выражения  $y(e^5)$ , где  $y(x)$  – решение дифференциального уравнения:  $y'(x) - 4x^{-1} = -x^{-7}e^{2y(x)}$ , удовлетворяющее начальному условию:  $y(2) = 3\ln 2$ .

3. Случайные величины  $\xi$  и  $\eta$  независимы.  $\xi$  имеет равномерное распределение на отрезке  $[0,1]$ ,  $\eta$  принимает значения  $-1$  и  $1$  с вероятностями  $0.1$  и  $0.9$  соответственно.

Вычислить  $P(\xi \cdot \eta \in [-0.5, 0.5])$ .

4. Найти решение уравнения  $y'' + y = 3 \sin x$ , удовлетворяющее условиям  $y(0) + y'(0) = 0$ ,  $y\left(\frac{\pi}{2}\right) + y'\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$ .

5. Найти значения коэффициентов  $\alpha, \beta, \gamma$ , при которых разностная схема

$$\frac{\alpha u_{n+1} + 2u_{n+2} + u_{n-1}}{\tau} = \beta f_n + \gamma f_{n-1}, u_0, u_1 — заданы;$$

$$u_n = u(t_n), f_n = f(u(t_n)), t_n = n\tau, n = 0, 1, 2, \dots;$$

аппроксимирует уравнение  $u'(t) = f(u(t))$  в узле  $t_n (n > 1)$  со вторым порядком по  $\tau$ .

6. Вычислить интеграл  $\int \frac{dx}{1+x^4}$ .

7. В базисе  $e_1, e_2, e_3$  трехмерного линейного пространства задан вектор  $a = e_1 + 4e_2 - e_3$ .

Показать, что векторы

$$\begin{cases} e'_1 = 5e_1 - e_2 - 2e_3 \\ e'_2 = 2e_1 + 3e_2 \\ e'_3 = -2e_1 + e_2 + e_3 \end{cases}$$

сами образуют базис. Найти координаты вектора  $a$  в этом базисе.

8. Найти собственные значения матрицы  $\begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}$ . Найти соответствующие собственные векторы.

9. Разложить в ряд Фурье функцию  $f(x) = |x|(1 - |x|)$  на отрезке  $[-1, 1]$ .

10. Напишите функцию, которая принимает на вход два натуральных числа  $n$  и  $m$ , а возвращает в качестве результата количество чисел от  $n$  до  $m$  включительно, в десятичной записи которых нет повторяющихся цифр.

Примеры: 1)  $2, 9 \rightarrow 8$ ; 2)  $10, 12 \rightarrow 2$ ; 3)  $100, 200 \rightarrow 72$ .

Возможные языки реализации: *C, C++, Python*.

11. Напишите функцию, которая принимает на вход три действительных числа  $x, y$  и  $r$ , а возвращает число точек с целочисленными координатами, лежащих *внутри* круга радиуса  $r$  с центром в точке  $(x, y)$ .

Примеры: 1)  $0, 0, 1 \rightarrow 1$ ; 2)  $1, 1, 2 \rightarrow 9$ ; 3)  $0.5, 0.5, 0.1 \rightarrow 0$ .

Возможные языки реализации: *C, C++, Python*.

**12.** Напишите функцию, которая принимает на вход *ASCII*-строку  $s$ , а возвращает самую длинную подстроку в  $s$ , являющуюся палиндромом (т.е. совпадающей со своим зеркальным отражением: "aba" - палиндром, "abb" - не палиндром, т.к. "abb"  $\neq$  "bba"). Если в строке  $s$  несколько подстрок-палиндромов максимальной длины, то вернуть самую правую из них. Пробелы, символы табуляции считаются обычными символами, т. е. не являются разделителями слов.

Примеры: 1) "aabcc"  $\rightarrow$  "cc"; 2) "abc"  $\rightarrow$  "c"; 3) "abccbd"  $\rightarrow$  "bccb".

Возможные языки реализации: C, C++, Python.

**13.** Напишите функцию, реализующую алгоритм *бинарного поиска*, для поиска в заданном упорядоченном по возрастанию числовом массиве  $A$  заданного числа  $x$ . На вход функция принимает массив  $A$ , его длину  $n$  и число  $x$ , а возвращает индекс найденного элемента со значением  $x$ . Если таких элементов нет, то функция должна вернуть значение -1, если таких элементов несколько, то функция должна вернуть самый большой индекс. Индексация элементов с нуля.

Примеры: 1) [1, 2, 3, 4], 4, 3  $\rightarrow$  2; 2) [1, 3, 3, 3, 3, 5], 6, 3  $\rightarrow$  4; 3) [3, 6, 8], 6, 5  $\rightarrow$  -1.

Возможные языки реализации: C, C++, Python.

**14.** Напишите функцию, которая принимает на вход натуральное число  $n$  и возвращает в качестве результата 1, если число  $n$  является числом Капрекара, и 0 – если не является. Число Капрекара – это натуральное число, квадрат которого (в десятичной системе счисления) можно разбить на две части, сумма которых дает исходное число. При этом по соглашению, вторая часть разбиения может начинаться с 0, но не должна быть равной 0.

Пример: 1) 45  $\rightarrow$  1 ( $45^2 = 2025$  и  $20 + 25 = 45$ ); 2) 99  $\rightarrow$  1 ( $99^2 = 9801$  и  $98 + 1 = 99$ ); 3) 100  $\rightarrow$  0 (нет корректных разбиений).

Возможные языки реализации: C, C++, Python.

## Список литературы

1. Ильин В.А., Садовничий В.А., Сендов Бл.Х. Математический анализ. Начальный курс. – М.: Изд-во МГУ, 1985.
2. Ильин В.А., Садовничий В.А., Сендов Бл.Х. Математический анализ. Продолжение курса. – М.: Изд-во МГУ, 1987.
3. Ильин В.А., Ким Г.Д. Линейная алгебра и аналитическая геометрия (3-е издание). – М.: Москва, Проспект. 2012.
4. Севастьянов Б.А. Курс теории вероятностей и математической статистики. – М.: Книга по требованию, 2012.
5. Таненбаум Э., Остин Т. Архитектура компьютера. 6-е изд. – СПб.: Питер, 2016.
6. Воеводин В. В., Воеводин Вл. В. Параллельные вычисления. – СПб.: БХВ-Петербург, 2004.
7. Лацис А. О. Параллельная обработка данных. – М.: Издательский центр "Академия", 2010. – (Университетский учебник. Сер. Прикладная математика и информатика)
8. Таненбаум Э., Бос Х. Современные операционные системы. – СПб.: Питер, 2017.
9. Попов И.С. Операционные системы: планирование выполнения процессов (учебно-методическое пособие) [[https://iit.cs.msu.ru/media/media/educational\\_materials/Операционные\\_системы\\_-\\_планирование\\_выполнения\\_процессов.pdf](https://iit.cs.msu.ru/media/media/educational_materials/Операционные_системы_-_планирование_выполнения_процессов.pdf)]
10. Кауфман В. Ш. Языки программирования. Концепции и принципы. – М.: ДМК Пресс, 2010.
11. Дейт, К. Дж. Введение в системы баз данных, 8-е издание.: Пер. с англ. — М.: Издательский дом "Вильямс", 2005. — 1328 с. [<https://ilshatpro.wordpress.com/wp-content/uploads/2017/08/d0ba-d0b4d0b6-d0b4d0b5d0b9d182-d0b2d0b2d0b5d0b4d0b5d0bdd0b8d0b5-d0b2-d181d0b8d181d182d0b5d0bcd18b-d0b1d0b0d0b7-d0b4d0b0d0bdd0bdd18b.pdf>].
12. Николенко С.И. Глубокое обучение. Погружение в мир нейронных сетей. – СПб.: Питер, 2020.
13. Вьюгин В. В. Математические основы машинного обучения и прогнозирования. – М.: МЦНМО, 2013.
14. Артемьев М., Ашуха А., Буркина М. и др. Учебник по машинному обучению [<https://education.yandex.ru/handbook/ml>].