

Исследование реакций однонуклонных передач на зеркальных ядрах с массовым числом $A = 48$ с использованием дисперсионных оптических потенциалов

Докладчик: Талибджанов Джамшитдин
Научный руководитель: Климочкина А. А.

Филиал МГУ имени М.В. Ломоносова в г. Дубне
Магистерская программа «Физика элементарных частиц»

18 июня 2026 г.

- Реакции однонуклонных передач — поверхностные прямые реакции, являющиеся источником данных об одночастичной структуре атомных ядер.
- Активно ведётся совместный анализ реакций срыва и подхвата на *зеркальных ядрах* — изобарах, у которых число протонов одного ядра равно числу нейтронов другого.
- Особый интерес представляет зеркальная пара с $A = 48$: дважды магические ядра ^{48}Ca и ^{48}Ni ($N = Z_{\text{зерк.}} = 20, 28$), где ^{48}Ni находится за границей протонной стабильности.
- В ядре ^{48}Ni зарегистрирована двухпротонная радиоактивность и предсказано существование протонной «шубы».
- Стабильное ^{48}Ca с хорошо изученной структурой служит надёжным тестом теоретических моделей; опираясь на принцип заряднезависимости ядерных сил, его данные используются для описания структуры экзотического ^{48}Ni .

- **АНК** — модельно-независимый метод анализа периферических реакций передачи; извлекаемые величины не зависят от параметров потенциала, в отличие от спектроскопических факторов.
- Предполагается, что в следствие короткодействия ядерных сил можно аппроксимировать функцию перекрытия функциями Уиттекера:

$$I_{ij}^{(p)}(r) \approx C_{ij}^{(p)} \frac{W_{-\eta, l+\frac{1}{2}}(2\kappa_p r)}{r}, \quad I_{ij}^{(n)}(r) \approx C_{ij}^{(n)} \frac{W_{0, l+\frac{1}{2}}(2\kappa_n r)}{r} \quad (1)$$

где $\kappa_{p,n} = \sqrt{2\mu \varepsilon_B^{(p,n)}} / \hbar$, ε_B — энергия связи нуклона, μ — приведённая масса.

- Считая, что функции перекрытия и одночастичная волновая функция состояния имеют одинаковое радиальное асимптотическое поведение и отличаются только нормировкой, можно полагать, что:

$$I_j(r) = S_j^{1/2} \frac{\bar{u}_j(r)}{r} \quad (2)$$

- Тогда для нейтронов:

$$\bar{u}_j(r) \xrightarrow{r \rightarrow \infty} b_j \sqrt{\frac{2\kappa r}{\pi}} K_{l+\frac{1}{2}}(\kappa r) \quad (3)$$

- И для протонов:

$$\bar{u}_j(r) \xrightarrow{r \rightarrow \infty} b_j W_{-\eta, l+\frac{1}{2}}(2\kappa r) \quad (4)$$

откуда $C_{lj}^2 = S_j b_{lj}^2$.

- Отношение протонного и нейтронного АНК зеркальных ядер [?]:

$$R = \left| \frac{C_j^{(p)}}{C_j^{(n)}} \right|^2 \approx R_0 = \left| \frac{F_l(i\kappa_p R_N)}{\kappa_p R_N j_l(i\kappa_n R_N)} \right|^2, \quad R_N \approx 8 \text{ Фм.} \quad (5)$$

- Извлекая C_n из реакции $^{48}\text{Ca}(d, p)^{49}\text{Ca}$, оценивают протонные ширины Γ_p резонансных состояний ^{48}Ni :

$$R_\Gamma = \frac{\Gamma_p}{|C_n|^2} \approx R_0^{\text{res}} = \frac{\hbar^2 \kappa_p}{\mu} \left| \frac{F_l(\kappa_p R_N)}{\kappa_p R_N j_l(i\kappa_n R_N)} \right|^2. \quad (6)$$

Цель работы: изучение реакций однонуклонных передач на зеркальных ядрах с массовым числом $A = 48$ (^{48}Ca и ^{48}Ni) методом дисперсионного оптического потенциала (ДОП) для извлечения АНК.

Задачи работы:

- 1 Сконструировать дисперсионные оптические потенциалы для систем $n + ^{48}\text{Ca}$ и $p + ^{48}\text{Ni}$; описать одночастичную структуру зеркальных ядер ^{48}Ca и ^{48}Ni .
- 2 Рассчитать дифференциальные сечения реакции $^{48}\text{Ca}(d, p)^{49}\text{Ca}$ в широком диапазоне энергий налетающего дейтрона для основного и нескольких возбуждённых состояний конечного ядра ^{49}Ca .
- 3 Извлечь АНК из рассчитанных сечений и сравнить с экспериментальными данными и теоретическими расчётами.

Среднее локально-эквивалентное поле ДОМ комплексное:

$$V(r, E) = -V_p(r, E) - V_{so}(r, E) + V_C(r) \quad (7)$$

где V_p — центральная часть, V_{so} — спин-орбитальная, V_C — кулоновский потенциал (для протонов).

Кулоновский потенциал $V_C(r)$ представлен в виде равномерно заряженной сферы радиуса $R_C = r_C \cdot A^{1/3}$:

$$V_C(r) = \begin{cases} \frac{Ze^2}{2R_C} \left(3 - \frac{r^2}{R_C^2} \right), & r \leq R_C \\ \frac{Ze^2}{r}, & r > R_C \end{cases} \quad (8)$$

Спин-орбитальный потенциал:

$$V_{so}(r, E) = 2V_{so}(E) \frac{1}{r} \frac{d}{dr} f(r, r_{so}, a_{so}) (\mathbf{l} \cdot \mathbf{s}) \quad (9)$$

Радиальное распределение потенциала представлено в виде функции Вудса-Саксона $R_i = r_i \cdot A^{1/3}$:

$$f(r, r_i, a_i) = \frac{1}{1 + \exp(r - R_i/a_i)} \quad (10)$$

Дисперсионный оптический потенциал $V(r, E)$:

$$V_p(r, E) = V_{HF}(r, E) + \Delta V(r, E) + iW(r, E) \quad (11)$$

$$\begin{aligned} V_p(r, E) = & V_{HF}(E) f(r, r_{HF}, a_{HF}) \\ & + \Delta V_s(E) f(r, r_s, a_s) - 4a_d \Delta V_d(E) \frac{d}{dr} f(r, r_d, a_d) \\ & + i W_s(E) f(r, r_s, a_s) - 4a_d W_d(E) \frac{d}{dr} f(r, r_d, a_d) \end{aligned} \quad (12)$$

где индексы HF, s, d — хартри-фоковская, объёмная и поверхностная составляющие соответственно.

Дисперсионная составляющая:

$$\Delta V(r, E) = \frac{\mathcal{P}}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} W(\mathbf{r}, E) \left(\frac{1}{E' - E} - \frac{1}{E' - E_F} \right) dE' \quad (13)$$

Уравнение Шредингера:

$$\left[-\frac{\nabla^2}{2m} + V(r, E_{nlj}) \right] \Phi_{nlj}(\mathbf{r}) = E_{nlj} \Phi_{nlj}(\mathbf{r}) \quad (14)$$

Действительная центральная часть ДОП $V(r, E_{nlj})$:

$$-V(r, E_{nlj}) = V_{HF}(r, E_{nlj}) + \Delta V_s(r, E_{nlj}) + \Delta V_d(r, E_{nlj}) + V_{SO}(r, E_{nlj}) + V_C(r) \quad (15)$$

Одночастичные волновые функции:

$$\Phi_{nlj}(\vec{r}) = \frac{u_{nlj}(r)}{r} Y_{lm}(\Omega), \quad (16)$$

Нормированные волновые функции:

$$\bar{u}_{nlj}(r) = C_{nlj} P_{nlj}(r) u_{nlj}(r), \quad (17)$$

Процедура нормировки и расчет нормировочного коэффициента C_{nlj} :

$$P_{nlj}(r) = \left[\frac{m_{HF}^*(r, E_{nlj})}{m} \right]^{1/2}, \quad \int_0^\infty \bar{u}_{nlj}^2(r) dr = 1. \quad (18)$$

Хартри-фоковская эффективная масса:

$$\frac{m_{HF}^*(r, E)}{m} = 1 - \frac{d}{dE} V_{HF}(r, E), \quad (19)$$

Полная эффективная масса:

$$\frac{m^*(r, E)}{m} = 1 - \frac{d}{dE} V(r, E) \quad (20)$$

"E - масса" связана с полной и хартри-фоковской массой через соотношение:

$$\frac{\bar{m}(r, E)}{m} = \frac{m^*(r, E)}{m_{HF}^*(r, E)} = 1 - \frac{m}{m_{HF}^*(r, E)} \frac{d}{dE} \Delta V(r, E). \quad (21)$$

Спектроскопический фактор:

$$S_{nlj} = \int_0^\infty \bar{u}_{nlj}^2(r) \left[\frac{m}{\bar{m}(r, E_{nlj})} \right] dr. \quad (22)$$

Параметризация мнимой части $W_I(r, E)$ ДОП:

$$J_s(E) = W_1 \frac{(E - E_p)^2}{(E - E_p)^2 + w_2^2} \quad (23)$$
$$J_d(E) = D_1 \frac{(E - E_p)^2 \exp(-d_2 (E - E_p))}{(E - E_p)^2 + d_3^2}$$

Параметризация мнимой части $W_I(r, E)$ ДОП:

$$J_{I(s)}(E) = \alpha_I \frac{(E - E_p)^4}{(E - E_p)^4 + \beta_{I(s)}^4} \quad (24)$$
$$J_d(E) = J_I(E) - J_s(E)$$

Параметризация мнимой части $W_I(r, E)$ ДОП:

$$J_s(E) = W_1 \frac{(E - E_p)^2}{(E - E_p)^2 + w_2^2} \quad (25)$$

$$J_d(E) = D_1 \frac{(E - E_p)^2 \exp(-d_2 (E - E_p))}{(E - E_p)^2 + d_3^2}$$

Параметризация мнимой части $W_I(r, E)$ ДОП:

$$J_{I(s)}(E) = \alpha_I \frac{(E - E_p)^4}{(E - E_p)^4 + \beta_{I(s)}^4} \quad (26)$$

$$J_d(E) = J_I(E) - J_s(E)$$

Дисперсионный оптический потенциал: объёмные интегралы

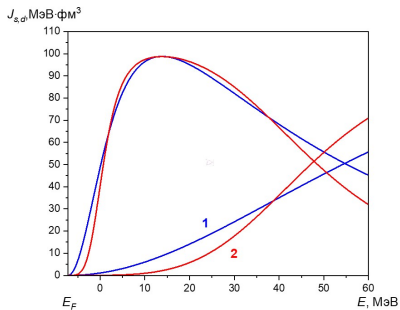


Рис.: Энергетическая зависимость объёмных интегралов мнимой части протонного ДОП ядер $^{48-64}\text{Ni}$: объёмная J_s и поверхностная J_d компоненты.

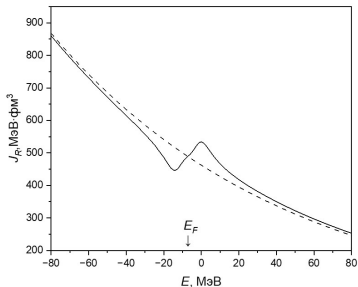


Рис.: Объёмный интеграл действительной части протонного ДОП ядра ^{48}Ni : сплошная линия — J_R , штриховая — J_{HF} .

Энергия Ферми:

$$E_F = -\frac{1}{2} (S_i(A) + S_i(A + 1)) \quad (27)$$

где $S_i(A)$ и $S_i(A + 1)$ — энергии отделения нуклона от ядер с массовыми числами A и $A + 1$.

Массовые модели для нестабильных ядер:

- AME2020 — систематика оценённых атомных масс
- HFB24 — массовая модель Хартри–Фока–Боголюбова
- KTUY05 — микроскопическая массовая модель

Глобальные параметры традиционной ОМ (KD):

A.J. Koning, J.P. Delaroche, Nucl. Phys. A **713**, 231 (2003);

C.D. Pruitt, J.E. Escher, R. Rahman, Phys. Rev. C **107**, 014602 (2023)

Действительная часть ДОП хартри-фоковского типа (для $E < E_F$):

$$V_{HF}(E) = V_{HF}(E_F) \exp \left[\frac{-\gamma(E - E_F)}{V_{HF}(E_F)} \right] \quad (28)$$

Действительная часть ДОП хартри-фоковского типа (для $E > E_F$):

$$V_{HF}(E) = V_{HF}^1(E_F) + V_{HF}^2(E_F) \exp \left[\frac{-\gamma(E - E_F)}{V_{HF}^2(E_F)} \right] \quad (29)$$

Параметр $V_{HF}(E_F)$ в случае магического ядра может быть определен из соотношения:

$$V_{HF}(E) = \frac{1}{2}(V_{HF}(E_-) + V_{HF}(E_+)) \quad (30)$$

Контроль числа нуклонов:

$$N_{n,p} = \sum (2j + 1) N_{nlj}^{n,p} \quad (31)$$

Вероятности заполнения:

Зависимость по формуле теории Бардина-Купера-Шриффера:

$$N_{nlj}^{n,p}(E_{nlj}^{DOP}) = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{E_{nlj}^{DOP} - E_F}{\sqrt{(E_{nlj}^{DOP} - E_F)^2 + (\Delta)^2}} \right) \quad (32)$$

Параметр щели спаривания:

$$\Delta = -\frac{1}{4} (S_i(A + 1) - 2S_i(A) + S_i(A - 1)) \quad (33)$$

Протонные характеристики изотопов Ni

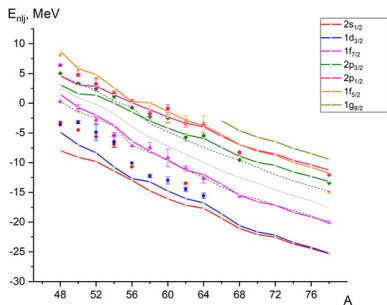


Рис.: Протонные одночастичные энергии изотопов $^{48-64}\text{Ni}$. Точки — экспериментальные и оцененные данные; линии — расчёт с ДОП; пунктир — энергии отделения S_p от ядер A и $A+1$; точечная линия — энергия Ферми E_F .

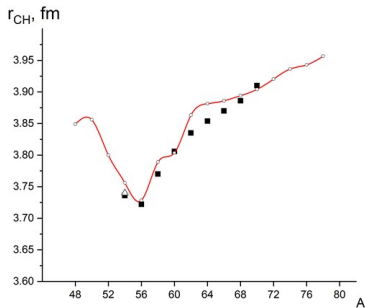


Рис.: Среднеквадратичный зарядовый радиус $\langle r^2 \rangle^{1/2}$ изотопов $^{48-64}\text{Ni}$. Чёрные точки — экспериментальные данные, кривая — расчёт с ДОП.

Особенности протонной структуры изотопов Ni вблизи границы протонной стабильности

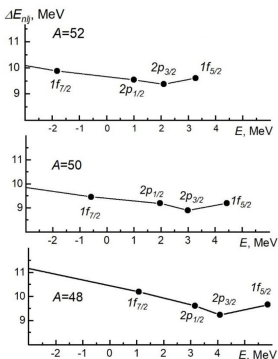


Рис.: а) Разность одночастичных энергий протонных состояний изотопов $^{52,50,48}\text{Ni}$ и нейтронных состояний зеркальных ядер:

$$\Delta E_{nlj} = E_{nlj}^P - E_{nlj}^n(\text{mirror})$$

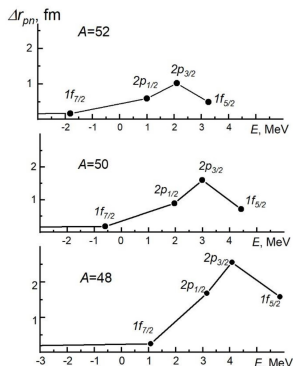
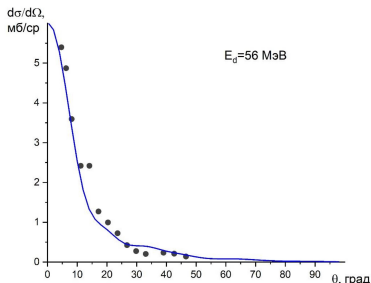
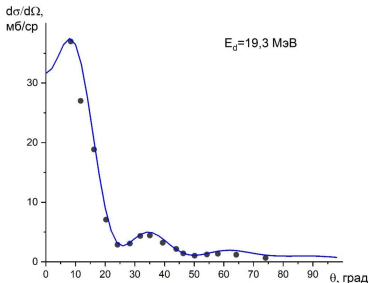
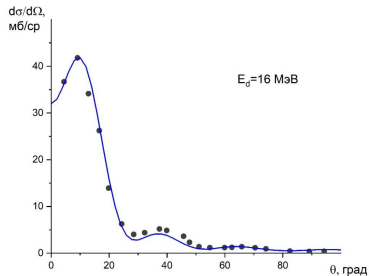
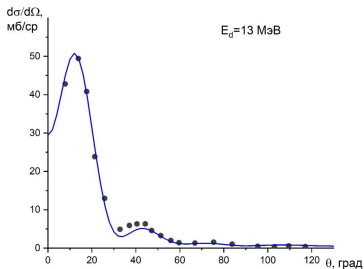


Рис.: б) Разность среднеквадратичных радиусов протонных и нейтронных одночастичных состояний зеркальных ядер [?]:

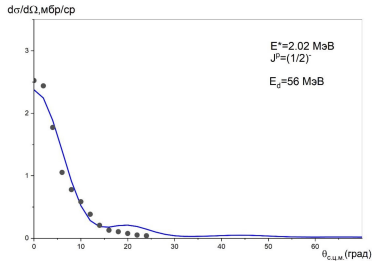
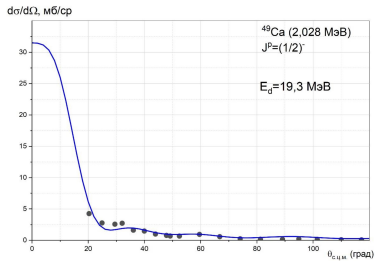
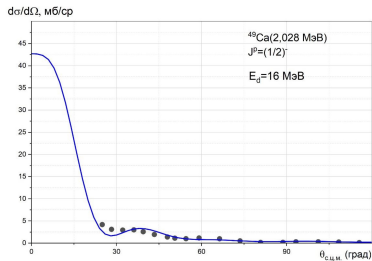
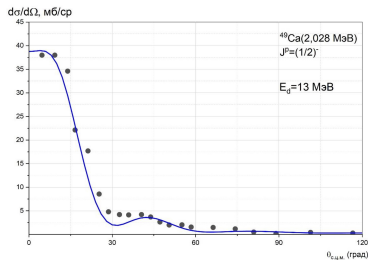
$$\Delta r_{pn} = R_{nlj}^P - R_{nlj}^n(\text{mirror})$$

Дифференциальные сечения реакции $^{48}\text{Ca}(d,p)^{49}\text{Ca}(\text{g.s.})$



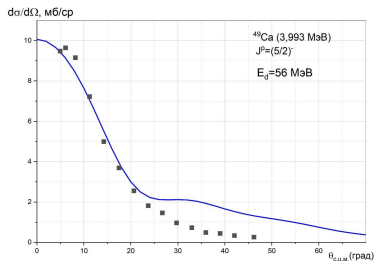
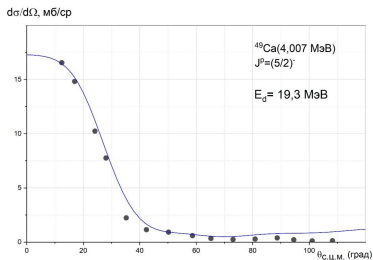
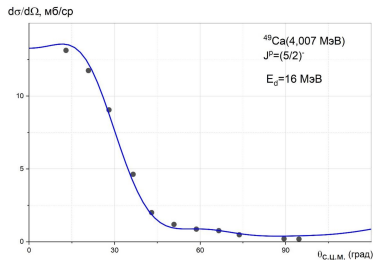
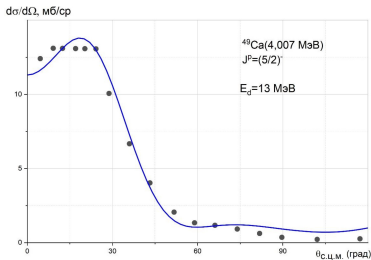
Точки — экспериментальные данные, кривая — расчёт с ДОП.

Дифференциальные сечения реакции $^{48}\text{Ca}(d,p)^{49}\text{Ca}(1/2^-)$



Точки — экспериментальные данные, кривая — расчёт с ДОП.

Дифференциальные сечения реакции $^{48}\text{Ca}(d,p)^{49}\text{Ca}(5/2^-)$



Точки — экспериментальные данные, кривая — расчёт с ДОП.

$$S = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)^{\text{exp}} / \left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)^{\text{теор}}$$

N	Состояние ^{49}Ca , J^π	E_d , МэВ	S (наст. работа)	S [1,2]
1	4*Осн. сост., 0 МэВ, $(3/2)^-$	13	1.50	0.93
2		16	1.15	0.88
3		19.3	1.15	1.03
4		56	1.20	0.97
5	4*Возб. сост., 2.028 МэВ, $(1/2)^-$	13	0.80	1.03
6		16	1.10	1.00
7		19.3	1.00	1.10
8		56	0.50	1.03
9	4*Возб. сост., 4.007 МэВ, $(5/2)^-$	13	0.80	0.76
10		16	0.80	0.74
11		19.3	0.85	0.99
12		56	1.17	0.97

Литература

- 1 W. D. Metz, W. D. Callender, and C. K. Bockelman, Physical Review C volume 12, Num. 3, 827.
- 2 Y. Uozumi, O. Iwamoto, S. Widodo et al, Nuclear Physics A576 (1994) 123-137.

Состояние	b^{KD}	C^{KD}	b^{DOM}	C^{DOM}	$C [1]$	$C [2]$
$^{49}\text{Ca}(3/2)^-$	6.39	5.35	6.64	6.04	15.1	5.38
$^{49}\text{Ca}(1/2)^-$	3.39	3.02	3.46	3.16	3.77	—

Литература

- 1 N. K. Timofeyuk, Phys. Rev. C **84**, 054313 (2011).
- 2 N. B. Nguyen, S. J. Waldecker, F. M. Nunes, R. J. Charity, W. H. Dickhoff, Phys. Rev. C **84**, 044611 (2011).

- Сконструированы протонные ДОП для изотопов $^{48-78}\text{Ni}$. Рассчитаны одночастичные энергии, зарядовые радиусы и распределения плотностей; получено хорошее согласие с экспериментальными данными.
- Расчёты с ДОП выявили зависимость энергетического сдвига ΔE_{nlj} и разности радиусов Δr_{pn} от орбитального момента l в зеркальных парах $^{54}\text{Fe}-^{54}\text{Ni}$, $^{52}\text{Cr}-^{52}\text{Ni}$, $^{50}\text{Ti}-^{50}\text{Ni}$, $^{48}\text{Ca}-^{48}\text{Ni}$. Эффект Томаса-Эрмана усиливается при приближении к границе протонной стабильности.
- В приближении DWBA рассчитаны дифференциальные сечения реакций $^{48}\text{Ca}(d, p)^{49}\text{Ca}(g.s.)$, $^{48}\text{Ca}(d, p)^{49}\text{Ca}(1/2)^-$, $^{48}\text{Ca}(d, p)^{49}\text{Ca}(5/2)^-$ в широком диапазоне энергий дейтрона; извлечены спектроскопические факторы S .
- Извлечены АНК для состояний $2p_{3/2}$ и $2p_{1/2}$ системы $n + ^{49}\text{Ca}$; результаты согласуются с другими теоретическими расчётами.
- Протонные ширины Γ_p резонансных состояний ^{48}Ni могут быть оценены с использованием АНК нейтронных состояний зеркального ядра ^{48}Ca .

- Выражаю глубокую благодарность **д. ф.-м. н. Гончарову С. А.** за ценные консультации по теории АНК.
- Искренне благодарю **аспиранта Мосунова М. М.** и его научного руководителя **д. ф.-м. н. Беспалову О. В.**, а также **д. ф.-м. н. Блохинцева Л. Д.** и **к. ф.-м. н. Савина Д. А.** за предоставленное программное обеспечение для расчёта АНК.

Спасибо за внимание!