Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова
ФИЛИАЛ МГУ В Г. ДУБНЕ

УТВЕРЖДАЮ

И.о. директора

филиала МГУ в г. Дубне

_____ / Э.Э. Боос /

«01» сентября 2025г.



РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Наименование дисциплины:

Вероятностные модели

Уровень высшего образования:

Магистратура

Направление подготовки / специальность:

01.04.02 «Прикладная математика и информатика»

Направленность (профиль) ОПОП:

Методы и технологии обработки данных в гетерогенных вычислительных средах

Форма обучения:

очная

Дубна 2025

Рабочая программа дисциплины (модуля) разработана в соответствии с самостоятельно установленным МГУ образовательным стандартом (ОС МГУ) для реализуемых основных профессиональных образовательных программ высшего образования по направлению подготовки 01.04.02 "Прикладная математика и информатика" программы магистратуры в редакции приказа МГУ от _____20__ г.

1. Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП ВО:
Дисциплина относится к базовой части ОПОП ВО.

2. Входные требования для освоения дисциплины (модуля), предварительные условия (если есть):

3. Результаты обучения по дисциплине (модулю):

Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю)		
Содержание и код компетенции.	**Индикатор (показатель) достижения компетенции**	**Планируемые результаты обучения по дисциплине, сопряженные с индикаторами достижения компетенций**
ОПК-1. Способность формулировать и решать актуальные задачи в области фундаментальной и прикладной математики	ОПК-1.2 Способность применять базовые фундаментальные знания современной прикладной математики и информатики при решении поставленных научно-исследовательских задач	З1. ОПК-1.1. Знать фундаментальные законы вероятностных моделей У1 ОПК-1.2 Уметь применять базовые фундаментальные вероятностного моделирования при решении поставленных научно-исследовательских задач В1 ОПК-1.3 Владеть методами анализа, формулировки и постановки задач в рамках вероятностного моделирования

Источники компетенций – образовательный стандарт и профиль.
Индикаторы и результаты обучения формулируются автором рабочей программы

4. Объем дисциплины составляет 3 з.е., в том числе 72 академических часов, отведенных на контактную работу обучающихся с преподавателем, 36 академических часов на самостоятельную работу обучающихся.

5. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и виды учебных занятий:

5.1. Структура дисциплины (модуля) по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и виды учебных занятий (в строгом соответствии с учебным планом)

Наименование разделов и тем дисциплины (модуля), **Форма промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)**	**Номинальные трудозатраты обучающегося**			**Всего академических часов**	**Форма текущего контроля успеваемости* (наименование)**
	Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем) Виды контактной работы, академические часы		**Самостоятельная работа обучающегося, академические часы**		
	Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа			
Раздел 1. Основные понятия теории вероятностей	8	8	8	24	опрос
Раздел 2. Независимые случайные величины	6	6	6	18	опрос
Раздел 3. Байесовский анализ	4	4	4	12	опрос
Раздел 4. Стохастические процессы	6	6	6	18	опрос
Раздел 5 Стохастическое дифференциальное уравнение.	4	4	4	12	
Раздел 6. Стохастические модели	8	8	8	24	опрос
Промежуточная аттестация (экзамен)				36	
Итого	*36*	*36*	*36*	108	—

5.2. Содержание разделов (тем) дисциплины

№ п/п	Наименование разделов (тем) дисциплины	Содержание разделов (тем) дисциплин
1.	Раздел 1. Основные понятия теории вероятностей	Случайный эксперимент. Пространство выборки. Пространство событий. Аксиоматическое определение вероятности. Функция вероятности. Пространство вероятностей. Случайная переменная. Сигма-алгебра. Мера. Вероятностная мера. Среднее значение и дисперсия.
2.	Раздел 2. Независимые случайные величины	Гауссово распределение (нормальное распределение). Характеристическая функция. Характеристическая функция гауссова

		распределении. Теорема инверсии. Сходимость случайных величин и предельные теоремы
3.	Раздел 3. Байесовский анализ	Оптимальное решение задач классификации. Метод максимального правдоподобия. Байесовский подход. Байесовский подход к машинному обучению.
4.	Раздел 4. Стохастические процессы	Марковский процесс. Гауссовский (нормальный) процесс. Винеровский процесс (броуновское движение). Гауссовский белый шум. Интеграл Ито. Формула Ито в одном измерении.
5.	Раздел 5. Стохастическое дифференциальное уравнение.	Стохастическое дифференциальное уравнение. Стохастическая устойчивость. Устойчивость по вероятности. Почти уверенная экспоненциальная устойчивость. Моментная экспоненциальная устойчивость.
6.	Раздел 6. Стохастические модели	Стохастический логистический рост. Электрическая цепь RLC со случайностью. Модель Хестона. Модель стохастической конкуренции двух видов. Анализ равновесий и локальной устойчивости. Стохастическая устойчивость положительного равновесия.

6. Фонд оценочных средств (ФОС, оценочные и методические материалы) для оценивания результатов обучения по дисциплине (модулю).

6.1. Типовые контрольные задания или иные материалы для проведения текущего контроля успеваемости

Примеры тем для устного опроса:

1. Пространство выборки.
2. Пространство событий.
3. Аксиоматическое определение вероятности.
4. Пространство вероятностей.
5. Сигма-алгебра.
6. Вероятностная мера.
7. Среднее значение и дисперсия.
8. Гауссово распределение (нормальное распределение).
9. Сходимость случайных величин и предельные теоремы.
10. Метод максимального правдоподобия.
11. Байесовский подход.
12. Байесовский подход к машинному обучению.
13. Марковский процесс.
14. Винеровский процесс (броуновское движение).
15. Стохастическая устойчивость.
16. Устойчивость по вероятности.
17. Стохастический логистический рост.

18. Электрическая цепь RLC со случайностью.
19. Анализ равновесий и локальной устойчивости.
20. Стохастическая устойчивость положительного равновесия.

6.2. Типовые контрольные задания или иные материалы для проведения промежуточной аттестации по дисциплине, критерии и шкалы оценивания

Вопросы к экзамену

1. Аксиоматическое определение вероятности.
2. Пространство вероятностей.
3. Сигма-алгебра.
4. Вероятностная мера.
5. Среднее значение и дисперсия.
6. Гауссово распределение (нормальное распределение).
7. Сходимость случайных величин и предельные теоремы.
8. Метод максимального правдоподобия.
9. Байесовский подход.
10. Байесовский подход к машинному обучению.
11. Марковский процесс.
12. Винеровский процесс (броуновское движение).
13. Стохастическая устойчивость.
14. Устойчивость по вероятности.
15. Стохастический логистический рост.
16. Электрическая цепь RLC со случайностью.
17. Анализ равновесий и локальной устойчивости.
18. Стохастическая устойчивость положительного равновесия.

Примерные темы семинарских заданий

1. Аксиоматическое определение вероятности.
2. Пространство вероятностей.
3. Сигма-алгебра.
4. Вероятностная мера.
5. Среднее значение и дисперсия.
6. Гауссово распределение (нормальное распределение).
7. Сходимость случайных величин и предельные теоремы.
8. Метод максимального правдоподобия.
9. Байесовский подход.
10. Байесовский подход к машинному обучению.
11. Марковский процесс.
12. Винеровский процесс (броуновское движение).
13. Стохастическая устойчивость.
14. Устойчивость по вероятности.

ШКАЛА И КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ результатов обучения (РО) по дисциплине

Оценка / виды оценочных средств	2 (не зачтено)	3 (зачтено)	4 (зачтено)	5 (зачтено)
Знания *(виды оценочных средств: опрос, тесты)*	Отсутствие знаний	Фрагментарные знания	Общие, но не структурированные знания	Сформированные систематические знания
Умения *(виды оценочных средств: практические задания)*	Отсутствие умений	В целом успешное, но не систематическое умение	В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы умение (допускает неточности непринципиального характера)	Успешное и систематическое умение
Навыки (владения, опыт деятельности) *(виды оценочных средств: выполнение и защита курсовой работы, отчет по практике, отчет по НИР и т.п.)*	Отсутствие навыков (владений, опыта)	Наличие отдельных навыков (наличие фрагментарного опыта)	В целом, сформированные навыки (владения), но используемые не в активной форме	Сформированные навыки (владения), применяемые при решении задач

7. Ресурсное обеспечение:

7.1. Перечень основной и дополнительной литературы

Основная литература

1. Федоткин М.А. Построение вероятностных моделей. Электронное учебно-методическое пособие. Нижний Новгород. 2012

2. Королев В. Ю., Шестаков О. В. Вероятностные модели. МГУим. М.В.Ломоносова. ***https://lk.msu.ru***

3. *Мышкис А. Д.* Элементы теории математических моделей. — 3-е изд., М.: КомКнига, 2007.

Дополнительная литература

1. Christof Eck, Harald Garcke, Peter Knabner, Mathematical Modeling, 2017, Springer Undergraduate Mathematics Series, ISBN 978-3-319-55160-9.

7.2. Перечень лицензионного программного обеспечения, в том числе отечественного производства

При реализации дисциплины может быть использовано следующее программное обеспечение:

1. Операционная система Ubuntu 18.04.
2. Программный продукт Dev-C++ Bloodshed Software
3. Программный продукт CodeBlocks The Code::Blocks Team
4. Программный продукт Free Pascal 3.0.0 Free Pascal Team
5. Программный продукт Python 3.5.1 (64-bit) Python Software Foundation

7.3. Перечень профессиональных баз данных и информационных справочных систем

1. http://www.edu.ru – портал Министерства образования и науки РФ
2. http://www.ict.edu.ru – система федеральных образовательных порталов «ИКТ в образовании»
3. http://www.openet.ru - Российский портал открытого образования
4. http://www.mon.gov.ru - Министерство образования и науки Российской Федерации
5. http://www.fasi.gov.ru - Федеральное агентство по науке и инновациям

7.4. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»

1. Открытые видеолекции учебных курсов МГУ. *https://teach-in.ru › course › probabilistic-model*

2. Университетская библиотека Online [Электронный ресурс] : электронная библиотечная система / ООО "Директ-Медиа" . - М. : [б. и.], 2001. - Загл. с титул. экрана. - Б. ц. URL: www.biblioclub.ru

3. Универсальные базы данных East View [Электронный ресурс] : информационный ресурс / East View Information Services. - М. : [б. и.], 2012. - Загл. с титул. экрана. - Б. ц.
URL: www.ebiblioteka.ru

4. Научная электронная библиотека eLIBRARY.RU [Электронный ресурс] : информационный портал / ООО "РУНЭБ" ; Санкт-Петербургский государственный университет. - М. : [б. и.], 2005. - Загл. с титул. экрана. - Б. ц.
URL: www.eLibrary.ru

7.5. Описание материально-технического обеспечения.

Филиал МГУ в г. Дубне, ответственный за реализацию данной Программы, располагает соответствующей материально-технической базой, включая современную вычислительную технику, объединенную в локальную вычислительную сеть, имеющую выход в Интернет. Используются специализированные компьютерные классы, оснащенные современным оборудованием.

Материальная база подразделения соответствует действующим санитарно-техническим нормам и обеспечивает проведение всех видов занятий (лабораторной, практической, дисциплинарной и междисциплинарной подготовки) и научно-исследовательской работы обучающихся, предусмотренных учебным планом.

8. Методические рекомендации по организации изучения дисциплины

8.1. Формы и методы преподавания дисциплины

(перечисляются в соответствии с таблицей 5.1.)

Используемые формы и методы обучения:
лекции
семинарские занятия
самостоятельная работа студентов.

В процессе преподавания дисциплины преподаватель использует как классические формы и методы обучения (лекции и семинарские занятия), так и активные методы обучения.

При проведении лекционных занятий преподаватель использует аудиовизуальные, компьютерные и мультимедийные средства обучения, а также демонстрационные и наглядно-иллюстрационные (в том числе раздаточные) материалы.

Семинарские занятия проводятся в форме проблемной ситуации, когда некоторый аспект рассмотренной темы излагается преподавателем более подробно. Часть информации конспектируется. Большая часть времени выделена на работу с использованием компьютерной техники и программного обеспечения.

В рамках курса используются активные и интерактивные методы обучения в процессе проведения занятий. Основными особенностями интерактивных занятий являются интерактивные практические упражнения и задания, которые выполняются обучающимися не только и не столько на закрепление изученного материала, но и на самостоятельное изучение нового.

8.2. Методические рекомендации преподавателю

Перед началом изучения дисциплины преподаватель должен ознакомить студентов с видами учебной и самостоятельной работы, перечнем литературы и интернет-ресурсов, формами текущей и промежуточной аттестации, с критериями оценки качества знаний для итоговой оценки по дисциплине.

При проведении лекций, преподаватель:

1) формулирует тему и цель занятия;

2) излагает основные теоретические положения;

3) с помощью мультимедийного оборудования и/или под запись дает определения основных понятий, расчетных формул;

4) проводит примеры из отечественного и зарубежного опыта, дает текущие статистические данные для наглядного и образного представления изучаемого материала;

5) в конце занятия дает вопросы для самостоятельного изучения.

Для семинарских занятий

Подготовка к проведению занятий проводится регулярно. Организация преподавателем семинарских занятий должна удовлетворять следующим требования: количество занятий должно соответствовать учебному плану программы, содержание планов должно соответствовать программе, план занятий должен содержать перечень рассматриваемых вопросов.

Во время семинарских занятий используются словесные методы обучения, как беседа и дискуссия, что позволяет вовлекать в учебный процесс всех слушателей и стимулирует творческий потенциал обучающихся.

При подготовке семинарскому занятию преподавателю необходимо знать план его проведения, продумать формулировки и содержание учебных вопросов, выносимых на обсуждение.

В начале занятия преподаватель должен раскрыть теоретическую и практическую значимость темы занятия, определить порядок его проведения, время на обсуждение каждого учебного вопроса. В ходе занятия следует дать возможность выступить всем желающим и предложить выступить тем слушателям, которые проявляют пассивность.

Целесообразно, в ходе обсуждения учебных вопросов, задавать выступающим и аудитории дополнительные и уточняющие вопросы с целью выяснения их позиций по существу обсуждаемых проблем, а также поощрять выступление с места в виде кратких дополнений. На занятиях проводится отработка практических умений под контролем преподавателя

8.3. Методические рекомендации студентам по организации самостоятельной работы.

Приступая к изучению новой учебной дисциплины, студенты должны ознакомиться с учебной программой, учебной, научной и методической литературой, имеющейся в библиотеке университета, встретиться с преподавателем, ведущим дисциплину, получить в библиотеке

рекомендованные учебники и учебно-методические пособия, осуществить запись на соответствующий курс в среде электронного обучения университета.

Глубина усвоения дисциплины зависит от активной и систематической работы студента на лекциях и практических занятиях, а также в ходе самостоятельной работы, по изучению рекомендованной литературы.

На лекциях важно сосредоточить внимание на ее содержании. Это поможет лучше воспринимать учебный материал и уяснить взаимосвязь проблем по всей дисциплине. Основное содержание лекции целесообразнее записывать в тетради в виде ключевых фраз, понятий, тезисов, обобщений, схем, опорных выводов. Необходимо обращать внимание на термины, формулировки, раскрывающие содержание тех или иных явлений и процессов, научные выводы и практические рекомендации. Желательно оставлять в конспектах поля, на которых делать пометки из рекомендованной литературы, дополняющей материал прослушанной лекции, а также подчеркивающие особую важность тех или иных теоретических положений. С целью уяснения теоретических положений, разрешения спорных ситуаций необходимо задавать преподавателю уточняющие вопросы. Для закрепления содержания лекции в памяти, необходимо во время самостоятельной работы внимательно прочесть свой конспект и дополнить его записями из учебников и рекомендованной литературы. Конспектирование читаемых лекций и их последующая доработка способствует более глубокому усвоению знаний, и поэтому являются важной формой учебной деятельности студентов.

Методические указания для самостоятельной работы обучающихся

Прочное усвоение и долговременное закрепление учебного материала невозможно без продуманной самостоятельной работы. Такая работа требует от студента значительных усилий, творчества и высокой организованности. В ходе самостоятельной работы студенты выполняют следующие задачи: дорабатывают лекции, изучают рекомендованную литературу, готовятся к практическим занятиям, к коллоквиуму, контрольным работам по отдельным темам дисциплины. При этом эффективность учебной деятельности студента во многом зависит от того, как он распорядился выделенным для самостоятельной работы бюджетом времени.

Результатом самостоятельной работы является прочное усвоение материалов по предмету согласно программе дисциплины. В итоге этой работы формируются профессиональные умения и компетенции, развивается творческий подход к решению возникших в ходе учебной деятельности проблемных задач, появляется самостоятельности мышления.

Решение задач

При самостоятельном решении задач нужно обосновывать каждый этап решения, исходя из теоретических положений курса. Если студент видит несколько путей решения проблемы (задачи), то нужно сравнить их и выбрать самый рациональный. Полезно до начала вычислений составить краткий план решения проблемы (задачи).

Решение проблемных задач или примеров следует излагать подробно, вычисления располагать в строгом порядке, отделяя вспомогательные вычисления от основных. Решения при необходимости нужно сопровождать комментариями, схемами, чертежами и рисунками.

Следует помнить, что решение каждой учебной задачи должно доводиться до окончательного логического ответа, которого требует условие, и по возможности с выводом.

Полученный ответ следует проверить способами, вытекающими из существа данной задачи. Полезно также (если возможно) решать несколькими способами и сравнить полученные результаты.

Решение задач данного типа нужно продолжать до приобретения твердых навыков в их решении.

Задача — это цель, заданная в определенных условиях, решение задачи — процесс достижения поставленной цели, поиск необходимых для этого средств.

Алгоритм решения задач:

1. Внимательно прочитайте условие задания и уясните основной вопрос, представьте процессы и явления, описанные в условии.

2. Повторно прочтите условие для того, чтобы чётко представить основной вопрос, проблему, цель решения, заданные величины, опираясь на которые можно вести поиски решения.

3. Произведите краткую запись условия задания.

4. Если необходимо составьте таблицу, схему, рисунок или чертёж.

5. Определите метод решения задания, составьте план решения.

6. Запишите основные понятия, формулы, описывающие процессы, предложенные заданной системой.

7. Найдите решение в общем виде, выразив искомые величины через заданные.

9. Проверьте правильность решения задания.

10. Произведите оценку реальности полученного решения.

11. Запишите ответ.

9. Разработчик (разработчики) программы.

д.ф.м.н. Калиновский Ю.Л..
к.ф.м.н. Стрельцова О.И.